NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV
formant le Tome XX de la collection.

LIVRAISON I.

Avec 7 planches.

MOSCOU.
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE.
Strastnoï Boulevard.
1879.

NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV
formant le Tome XX de la collection.

Avec 7 planches.

MOSCOU.
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE.
Strastnoï Boulevard.
1879.

DIE

KALKBRÜCHE VON MJATSCHKOWA.

EINE MONOGRAPHIE DES OBEREN BERGKALKS.

VON

H. Trautschold.

SCHLUSS.

Mit 7 Tafeln.

SYRINGOPORA GOLDFUSS 1826.

Harmodites Fischer 1828.

Der Polypenstock besteht aus langen, unregelmässig cylindrischen, fast parallelen oder wenig divergirenden Polypenzellen, welche durch kurze horizontale Röhren mit einander in Verbindung stehen. Die Böden sind trichterförmig.

Syringopora parallela Fisch.

Taf. I, fig. 1. a — e.

Harmodites parallelus Fisch. Notice sur les polypiers tubipores fossiles 1828. pag. 25. Oryctogr. p. 161. t. 37. f. 6.

Harmodites distans Fisch. Notice etc. p. 19. f. 1. Oryct. 161. t. 37. f. 1. 2.
„ radians Fisch. Notice etc. p. 20. f. 2. 3.

Syringopora geniculata Phill. Geol. of Yorksh. p. 201. t. 2. f. 1.
„ „ Portlock. Londonderry p. 337. t. 22. f. 6.
„ „ Milne Edw. Haime Brit. foss. cor. p. 163. t. 46. f. 2, 4.

Syringopora parallela Fisch. Eichwald Lethaea rossica I. p. 502. t. 15. f. 10.

Syringopora multattenuata McChesney Hayden Final report Nebraska pag. 144. t. 1. f. 5.

Ein Haufwerk von fast parallelen schwach divergirenden Röhren von beiläufig vier bis fünf Centimeter Länge und 1½ Millimeter Durchmesser, durch Anwachsstreifen deutlich geringelt und schwach hin und hergebogen, manchmal auch sich verzweigend. Oft berühren sich die Röhren und fliessen an der Berührungsstelle in einander oder sind durch kurze und dünne horizontale Röhren miteinander verbunden. Die Röhren laufen dicht neben einander her, und der sie trennende Zwischenraum ist in der Regel nicht breiter als ½—1 Millimeter. Die trichterförmigen Böden sind nicht ganz regelmässig in einander gesetzt, sie sind bald flacher, bald tiefer, und erstere erscheinen namentlich bei den Verbindungsröhren, in welche sich die beiderseitigen Böden hineinziehen. Dieser Umstand und

die hier und da auftretenden Nebenböden lassen die Polypenzelle im Durchschnitt blasig erscheinen. Es erscheinen daher auch im Querschnitt die dütenförmigen Böden nicht regelmässig ineinander geschachtelt, sondern oft kraus gefältelt.

Das Fossil kommt im weissen Kalk von Mjatschkowa vor, manchmal sind die Röhren verkieselt, so dass sich die Koralle durch Salzsäure sehr gut aus dem umgebenden Gestein herauslösen lässt. Die Koralle scheint Neigung zur Abänderung zu haben, und es ist wohl nicht gerechtfertigt, wenn dünnere Röhren mit grösserem Parallelismus oder weiter von entfernt stehende zu besonderen Species gestempelt werden. So ist z. B. Syringopora reticulata Gldf. (Petr. Germ. t. 25. f. 8.) durch nichts Wesentliches von unserer S. parallela unterschieden.

Coscinium Keyserling.

Blattförmige, gelappte Ausbreitungen, aus zwei auf einander liegenden Schichten bestehend, deren freie Flächen in Quincunx geordnete Poren zeigen, so dass man auf dem Querbruche die nach beiden Seiten hin zweizeilig vertheilten, röhrigen Zellchen sieht.

Coscinium sellaeforme nov. sp.

Taf. I, fig. 2. a — c.

Die beiden Schichten dieser Mooskoralle bilden Lagen von vier bis acht Millimeter Dicke und überziehen andere Gegenstände in sattelförmigen Formen mit abgerundeten Rändern und Wülsten. In der Vereinigung der verschiedenen Sättel, die Hohlräume zwischen sich lassen, so wie in der allgemeinen Form ist sonst keinerlei Regelmässigkeit wahrzunehmen. Das grösste auch abgebildete Exemplar, das ich aufgefunden, hat eine Länge von neun, und eine Breite von sechs Centimetern. Die matte ebene Oberfläche ist von zahlreichen reihenweis gestellten Löchern durchbohrt; die Löcher sind nicht grösser als die, welche von einer feinen Nähnadel in Papier hervorgebracht werden, und haben einen aufgeworfenen Rand. Stellenweise fehlen diese Zellenmündungen, und wie es scheint, vorzugsweise auf der Höhe der Sättel, doch auch an anderen Stellen, so dass in Folge dessen die Anordnung der Löcher unregelmässig erscheint. Die Löcher sind die Mündungen von Kanälen, welche die Schichten senkrecht durchsetzen. Im Querschnitt erscheint die Masse dem unbewaffneten Auge als eine vollständig dichte, unter dem Mikroskop und im Dünnschliff löst sie sich zu einem zelligen Gewebe auf, dessen Zellen weder in der Form noch in der Grösse gleichartig sind und so klein, dass über sechs zwischen je zwei Kanälen zu zählen sind; die Zellenwände sind verhältnissmässig dick. Die senkrecht durchschnittene Schicht zeigt ähnliche Verhältnisse, indem zwischen je zwei Kanälen sechs bis sieben Zellenreihen zu beobachten sind, deren Wände ziemlich geradlinig parallel mit den Kanälen aufsteigen. Gegen die Oberfläche hin verdichtet sich das Gewebe, so dass der Stock der Mooskoralle wie durch eine zweifache Decke geschützt erscheint.

Was Fischer von Waldheim in seiner Oryctographie unter dem Namen Ceriopora sociata (p. 166.) beschreibt und abbildet (t. 30. f. 8.), gehört wahrscheinlich auch hierher, doch lässt sich Bestimmtes darüber nach der mangelhaften Abbildung und kurzen Beschreibung nicht sagen. Eichwald nennt das Bruchstück eines ähnlichen Fossils Archaeopora sociata (Lethaea rossica I. t. 26. f. 3. pag. 408). Er beschreibt indessen sein neues Geschlecht Archaeopora nur als aus einer einzigen zellentragenden Kalkschicht bestehend, was nicht mit meinen eigenen Beobachtungen stimmt, denn die Bruchstücke von ähnlichen Mooskorallen, die ich von Mjatschkowa und anderen Orten besitze, zeigen alle doppelte Schichten, wenn sie auch durch grössere Zellenmündungen und Abwesenheit des aufgeworfenen Mündungsrandes sich unterscheiden. Ob wir es dabei mit besonderen Spezies zu thun haben, wird sich zeigen, wenn vollständigeres Material gesammelt sein wird.

Coscinium Michelinia Prout.

Geolog. survey of Illinois II. p. 414. t. 22. f. 4.

Taf. I, fig. 3. a—b.

Prout beschreibt diese Bryozoe, welche in Amerika in dem Bergkalk von Warsaw, Illinois und in den unteren Lagern der St. Louis-Gruppe (was unserem oberen Bergkalk entspricht) vorkommt, als eine andere Gegenstände überziehende, in grössere oder kleinere, mehr oder weniger sechseckige, schalenförmige Vertiefungen getheilte Kolonie. Die schalenförmigen Vertiefungen sind durch ziemlich scharfe Leisten von einander getrennt, diese verlaufen nicht immer gradlinig, sondern sind manchmal hin und her gekrümmt. Auf der Oberfläche der erwähnten Vertiefungen sind, wie es scheint, die Zellenmündungen unregelmässig verstreut; sie sind länglich eirund oder oval, mit sehr wenig aufgeworfenen Rändern. Das einzige Exemplar, welches mir vorliegt, stammt von Mjatschkowa, und überrindet einen Stachel von Archaeocidaris rossica; es ist nicht von vorwurfsfreier Erhaltung, doch treten die charakteristischen Merkmale genügend hervor, um die Bestimmung als eine gesicherte betrachten zu können.

Echinoidea.

Cidaridae.

Archaeocidaris McCoy
Echinocrinus Ag.
Palaeocidaris Desor.

Die Charakteristik des genus Archaeocidaris lautet bei McCoy (British Palaeozoic fossils pag. 125): „Drei oder mehr Reihen Interambulacralplatten, von denen jede einen grossen, zitzenförmigen, durchbohrten, von einem erhabenen Ring umgebenen Knoten trägt,

um welchen herum kleinere sekundäre Warzen zerstreut liegen; die primären Stacheln sind sehr gross, und sehen denen von Cidaris ähnlich". Nach dem mir vorliegenden Material von Mjatschkowa kann diese Charakteristik noch durch folgende Kennzeichen ergänzt werden: Fünf Ambulacral- und fünf Interambulacralfelder; die ersteren sind nur zwei bis drei Millimeter, die letzteren 10 — 12 Mm. breit. Die zweireihigen Ambulacralplatten sind mit je zwei Fühlerporen versehen. Die unregelmässig sechseckigen Interambulacralplatten, ungefähr 18 an der Zahl, stehen nicht in regelmässigen Reihen; die durchbohrte Warze ist in geringer Entfernung von einem erhabenen Wall umgeben, ebenso zieht sich am Rande der Platte ein ungleich breiter mit Warzen besetzter Wall hin. Zwischen dem Wall der Stachelwarze und dem Aussenwall befindet sich ein relativ breiter glatter Hof. Die Stacheln erreichen eine Länge von 5 bis 6 Centimetern, auch mehr, sie sind unten glatt, verdicken sich nach der Mitte hin, und sind mit 13 — 14 Spiralen kegelförmiger, spitziger Warzen bedeckt. Sie sind ähnlich den Cidarisstacheln der Juraperiode, namentlich den Stacheln von Cidaris florigemma, doch unterscheiden sie sich von diesen durch die spiralige Stellung der Warzen, während sie bei den jurassischen Arten immer rippenförmig senkrecht aufsteigen.

Der Kauapparat ist kräftig entwickelt, und von ähnlicher Grösse wie bei den Cidariden, auch von annähernd demselben Bau. (Näheres über den Kauapparat s. Die Laterne des Diogenes von Archaeocidaris rossica Bull. d. l. Soc. des natur. d. Moscou 1868. № 2). Aus dem Vorstehenden ist ersichtlich, dass Archaeocidaris sich von dem nahe verwandten Geschlecht Cidaris nur durch zahlreichere und unregelmässig gestellte Interambulacralplatten und durch die spiralige Stellung der Warzen auf den Stacheln unterscheidet. Von Genitalplatten und den sogenannten Augentäfelchen hat noch nichts entdeckt werden können.

Archaeocidaris rossica v. Buch. sp.

Cidaris von Buch. Karsten Archiv. 1842.
Cidarites rossicus Vern. Géologie de la Russie pag. 17. t. 1. f. 2. 1845.
Echinocrinus Deucalionis Eichw. Leth. ross. t. I. pag. 652.
Echinocrinus ornatus Eichw. Leth. ross. I. p. 654. t. 32. f. 24.

Taf. II, fig. 1. a — l.

Stacheln und Interambulacralplatten kommen im Bergkalk von Mjatschkowa zu Millionen vor, doch ein ganzes gut erhaltenes Perisoma ist noch nicht gefunden worden. An dem vollständigsten bisher aufgefundenen Exemplar, das ich habe abbilden lassen, ist indessen die Erhaltung noch hinreichend, um die ungefähre Zahl der Interambulacralplatten zu schätzen, auch ist eine kleine Anzahl von Ambulacralplatten zu sehen, deren Reihen-

paare sich zwischen den Interambulacralfeldern hin- und herwinden. Aber auch hier ist die Verschiebung so gross, dass jederseits nur eine Pore in jeder Ambulacralplatte zu sehen ist. Glücklicher Weise haben sich noch andere gut erhaltene Bruchstücke des Perisoma gefunden, auf denen einige Ambulacralplatten vollständig blossgelegt waren, und hier sind die paarweise in der Mitte dicht neben einander stehenden Poren auf jeder Platte wahrzunehmen. Die Interambulacralplatten sind nach dem After hin gross, werden aber kleiner nach dem Munde hin. Zu der schon oben gegebenen Beschreibung der Stacheln ist noch hinzuzufügen, dass die Wulst über dem unteren Ende sich bei gut erhaltenen Exemplaren als gekerbt erweist und dass die hakigen Warzen des Stachels ihre Spitzen ein wenig nach oben geneigt zeigen. Uebrigens finden sich auch ganz glatte Stacheln, die man A. laevis nennen könnte, wenn nicht vieles dafür spräche, dass sie auch wie die bewarzten, der A. rossica angehören. Denn es kommen Stacheln vor, die nur auf der einen Seite Warzen tragen, und andere, die unten Warzen haben, in der Mitte nicht, aber oben wiederum mit Warzen bedeckt sind. Durch sehr gedrängten Stand der Stacheln können möglicher Weise solche Anomalien entstehen. Ein Stachel befindet sich in meiner Sammlung, der mit langen nach oben gerichteten Dornen besetzt, und einer dieser Dornen zeigt sogar Gabelung. Man könnte diese Form A. acanthifera nennen, obgleich ich auch hier zweifle, dass man es mit einer anderen Spezies zu thun hat. Das Gebiss der A. rossica ist sehr kräftig, stellt einen stumpfen Kegel dar, der aus fünf Pyramiden zusammengesetzt ist; jede Pyramide besteht aus zwei schnabelförmigen Kiefern, innerhalb der Pyramide liegt an der Aussenwand ein beweglicher Zahn, der in die Mundöffnung hineinragt und auch bis an die unteren Kieferränder reicht. Zwischen je zwei Kieferpyramiden liegen auf der Unterseite der Laterne des Diogenes die 5 sogenannten rotulae.

Unserem Archaeocidaris stehen sehr nahe mehrere nordamerikanische Arten, welche auf Tafel 26. der Geology of Jowa t. 1. part. 2. abgebildet sind. A. Wortheni Hall f. 4. unterscheidet sich durch regelmässigere sechseckige Interambulacralplatten und glatte Stacheln. Bei A. Norwoodi Hal sind die hakigen Warzen länger und sparsamer; dagegen dürften sich die Stacheln von A. Agassizii, A. Keokuk und A. Shumardana kaum von unserem A. rossica unterscheiden; in diesen Gränzen variiren unsere Stacheln auch. In der Geological survey of Illinois II. t. 23. f. 3. ist ein Stachel von A. mucronata M. & W. abgebildet, der unserem hakigen Stachel sehr ähnlich sieht, doch ist die fein gestrichelte Oberfläche bei unserem nicht vorhanden. Ich werde daher, da die Dornen unseres Stachels auch viel länger sind, als bei A. mucronata, vorläufig für unser Fossil den Namen A. acanthifera vorschlagen. Einen in meiner Sammlung befindlichen glatten Stachel halte ich nur für eine Varietät der gewöhnlichen Art von Stacheln der Archaeocidaris rossica.

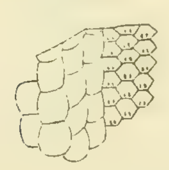
Alles, was von diesem Fossil beschrieben ist, stammt von Mjatschkowa, wo Interambulacralplatten und Stacheln in sehr grosser Menge vorkommen.

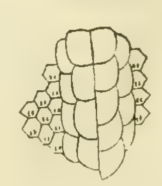
Perischoechinidae.

Lepidesthes Meek & Worthen.

Allgemeine Form subsphäroidal. Interambulacralfelder verhältnissmässig schmal, die Platten dachziegelförmig übereinander liegend und zwar von unten nach oben und von der Mitte nach aussen. Ambulacralfelder sehr breit, die gleichförmigen kleinen Platten legen sich dachziegelförmig auf einander von oben nach unten; centrale Ambulacralporen befinden sich zwei auf jedem Plättchen. Lepidesthes unterscheidet sich von dem nächst verwandten Genus Melonites durch die gleichartigen Ambulacralplatten und durch die centrale Stellung der Poren. Bei Melonites sind die Ambulacralfelder auch sehr breit, aber die Poren haben seitliche Stellung, auf der einen Hälfte des Feldes sind sie links- auf der anderen rechtsständig; dadurch entsteht in der Mitte des Feldes eine porenlose Zone, welche bei Lepidesthes nicht vorhanden ist.

Lepidesthes laevis nov sp.





Die Auffindung eines Repräsentanten aus dem seltenen Geschlechte Lepidesthes im Bergkalke von Mjatschkowa verdanken wir dem eifrigen jungen Geologen S. N. Nikitin. Freilich sind es nur Bruchstücke des perisoma, welche vorliegen, aber sie gestatten doch die sichere Bestimmung des genus nicht nur, sondern auch der Art. Was an Bruchstücken verhanden ist, stimmt nämlich ausgezeichnet zu der Beschreibung und Abbildung, welche Meek und Worthen von Lepidesthes Corveyi in der Geological survey of Illinois vol. III p. 525. und vol. 5. t. 16. f. 2. gegeben haben. Es müssen auch bei unserer Species ungefähr sechs Reihen Interambulacraltafeln und ungefähr zehn Reihen Ambulacraltafeln (gegen die Mitte des perisoma's hin) vorhanden, und die Ambulacralfelder müssen also auch mindestens anderthalb mal breiter gewesen sein als die Interambulacralfelder, also ganz wie bei Lepidesthes Corveyi. Die Ambulacralplättchen sind auch ebenso von zwei centralen Poren durchbohrt, sind sechseckig und liegen dachziegelförmig übereinander, ganz wie bei der genannten amerikanischen Species. Ueberhaupt unterscheidet sich L. Corveyi nur dadurch von der russischen Art, dass die Ambulacralplatten mit Wärzchen bedeckt sind, von denen bei unseren Bruchstücken keine Spur vorhanden ist; ausserdem liegen die Poren der Ambulacralplatten zwar in der Mitte, wie es in der Beschreibung bei Meek und Worthen heisst, aber da die Platten sich dachzilfegeörmig decken, so kommt

ein Theil der Platte so unter die deckende zu liegen, dass die Poren dicht an die Deckplatte stossen, was bei L. Corveyi nicht der Fall zu sein scheint, da auf der Zeichnung l. c. von Meek & Worthen alle Porenpaare in der Mitte stehen. Abgesehen von diesen wenig bedeutenden Verschiedenheiten ist die Aehnlichkeit im Bau und in der Form bis in's Einzelnste äusserst frappant, und muss um so mehr Wunder nehmen, als die beiden in Rede stehenden Fossilien aus so weit von einander entfernten Orten stammen.

Nachdem Vorstehendes geschrieben, habe ich selbst noch im Mergel des Bergkalks von Mjatschkowa ein Paar Interambulacralplättchen des Genus Lepidesthes gefunden, welche mit Wärzchen bedeckt sind. Die Zahl der Wärzchen ist allerdings viel geringer als bei L. Coreyi, es scheint also, dass wir es hier wieder mit einer anderen Art zu thun haben. Weitere Funde werden vielleicht bald darüber mehr Licht geben.

Asteriadae.

Palaeaster Hall.

Zwei Reihen Platten auf jeder Seiten der Ambulacralrinne. Rand- und Adumbulacralplatten auf der Unterseite, ausser Ambulacral- oder Porenplatten. Die obere oder Rückenseite hat drei oder mehr Reihen von Platten. (Hall, twentieth report on the state cabinet pag. 283.)

Palaeaster montanus Stschur. sp.

Asterias montanus Stschur.

Извѣстія Импер. общ. любит. естествознанія.

Taf. II, f. 2. a. b.

Professor Stschurovsky hat diesen Seestern schon vor fünf Jahren in den „Nachrichten der Moskauer Gesellschaft der Liebhaber der Naturgeschichte“ erwähnt und auch einen Holzschnitt davon beigegeben. Weder auf jenem Holzschnitt noch auf unserer Tafel treten die Adambulacraltafeln deutlich hervor. Sie liegen nämlich ziemlich tief neben den Marginalplatten, und sind grösstentheils von Gestein bedeckt, welches nicht zu beseitigen war. Dennoch ist unter der Lupe deutlich zu erkennen, dass jederseits Adambulacralplatten existiren, wenngleich sie in ihren Umrissen sich nicht deutlich abgränzen. Die Marginalplatten sind etwas gewölbt, und auf der Oberfläche höckerig, auch scheint es, dass sie in der Mitte kleine Stacheln getragen haben, deren Spuren hier und da noch vorhanden sind. Die Strahlen haben eine petaloidische Form, und wo sich die Marginalplatten zweier Strahlen vereinigen, bilden die keilförmigen Enden derselben eine spitze Ecke.—

Auf der Rückenseite der Strahlen befinden sich sechs Reihen unregelmässiger oder abgerundet viereckiger Platten von ziemlich gleicher Grösse, in der Mitte aber dem Mund gegenüber sind die Platten viel kleiner, noch mehr abgerundet und stehen, wie es scheint, ohne bestimmte Ordnung. Auf unserer Zeichnung sind noch mehrere Reihen länglicher Plättchen angegeben, sie gehören nicht dem Palaeaster an, sondern sind pinnulae einer Crinoidee.

Zu dem Genus Palaeaster ist auch der von Simonowitsch beschriebene Asterias acuminatus Simon. aus dem Devon zu ziehen, denn er zeigt ebenfalls Marginal- und Adambulacralplatten und auf der Rückenseite sechs Reihen abgerundet viereckiger Platten *). Petraster Rellulus Billings **) aus dem amerikanischen Silur gehört wahrscheinlich auch hierher. Palaeaster Schaefferi Hall ***) aus dem amerikanischen Silur ist ebenfalls eine nahestehende Form, doch ist davon die Rückenseite nicht bekannt. Palaeaster aecharis Hall ****) darf auch als naher Verwandter unserer Species nicht unerwähnt bleiben.

Das Fossil stammt aus den mergeligen Zwischenschichten der Kalkbrüche von Mjatschkowa.

Calliaster mirus nov. genus et species.

Taf. II, f. 3. a — h. f. 4.

Es existirt zwar nur ein von dem Herrn Nikitin im Mergel von Mjatschkowa aufgefundenes Bruchstück eines gekrümmten Strahls von diesem Seestern, aber da die Erhaltung des Fossils eine genauere Einsicht in seine Structur gestattete, so habe ich keinen Anstand genommen, es unter obigem Namen in die Wissenschaft einzuführen. Ein zweites von mir gefundenes Stück ist so fest durch Kalk cämentirt, dass es über seinen inneren Bau keinen Aufschluss giebt, doch erwies es sich insofern nützlich, als es ein ergänzendes Bild zu dem ersten Bruchstück liefert, an welchem eine ganze Reihe von Platten fehlt. Das mergelige Gestein, von welchem das eine Exemplar umhüllt ist, erlaubte die einzelnen Platten von einander zu trennen, und sie abgesondert zu zeichnen. Zwei kleinere Stücke lieferten noch einige Platten, die an den grösseren Strahlfragmenten nicht vorhanden waren.

Beide Bruchstücke sind nach innen gekrümmt, zeigen also vorzugsweise die Rückenplatten. Fig. 3 zeigt nur eine Reihe dieser Platten, während bei Fig. 4 beide Reihen erhalten sind. Diese Platten sind convex, breiter und höher in der Mitte, an dem Aussenende mehr oder weniger abgestumpft, an dem Innenende gablig ausgebuchtet, auf der Oberseite warzig, auf der Unterseite mit schrägen Vertiefungen versehen. Diese Platten ruhen auf zwei Reihen senkrecht gestellter Platten, deren oberer Rand fast eben, der

---

*) Simonowitsch. Ueber einige Asterioiden der rheinischen Grauwacke pag. 24. t. 3. f. 2.
**) Geological survey of Canada. Palaeozoic fossils vol. I p. 393.
***) Geological survey of Ohio. pag. 66. t. 4. f. 1.
****) Quenstedt. Asteriden und Encriniden pag. 71. t. 92. f. 29.

untere aber convex ist, wie Fig. 3. f. zeigt. Von oben gesehen sieht die Platte beinah wie der Schenkelknochen eines Säugethiers aus, da das Innenende verdickt ist, und eine vorspringende Verdickung in die Gabelbucht der oberen Platten passt. In der Mitte zieht sich von der einen Seite nach der anderen eine gekrümmte Rinne, die bei manchen Platten so tief ist, dass man zu der Vermuthung geführt wird, die Platte bestehe aus zwei getrennten Theilen, was sich indessen nicht bestätigt. Die untere convexe Kante ist warzig. Von den Seiten ist die eine vertieft, die andere höckerig erhöht, wie Fig 3. f. zeigt. Kleinere Platten wie Fig 3. g. sind mehr elliptisch als die grösseren. Nach dem Fühlergange hin ragen die unteren Platten unter den kürzeren oberen etwas hervor, und an sie lagern in dichtgedrängter Reihe convexe linealische Ambulacralplatten, die nach dem Fühlerkanal hin abgerundet sind (fig. 1. h.). Eine vierte Art von Platten sind stern- und kreuzförmige. Sie befinden sich auf den beiden kleineren Bruchstücken, und stehen wahrscheinlich auf der Mitte des Rückens; die Oberseite ist mehr oder weniger warzig, die Unterseite glatt und nur mit wenigen Vertiefungen versehen (f. 3. c. d.).

Nach der Analogie entsprechen die Platten f. 3. f. und g. den Adambulacralplatten des Oreaster reticulatus, die länglichen Plättchen f. 3. h. den papillae (s. Quenstedt. Asteriden und Encriniden t. 90. f. 12. und t. 91. f. 84.). Die sternförmigen Platten sind bei Palaeaster Dyeri Meek aus dem Silur von Nordamerika beobachtet als Bedeckung der Rückenseite (Meek. Geological survey of Ohio p. 58. t. 4. f. 2. c.)

Stenaster Billings.

Urasterella McCoy.

Kein Discus; Strahlen linealisch, lanzetförmig oder petaloidisch, die Rinnen begränzt von soliden länglichen oder viereckigen Adambulacralplatten; Mundplatten dreieckig und zehn an der Zahl; zwei Reihen Ambulacralporen. Rückenseite der Scheibe und der Strahlen mit kleinen, warzenartigen Platten, die nicht dicht aneinander gepasst sind.

Stenaster confluens Trtd.

Taf. II, fig. 5.

Von dieser Art existiren nur einige Bruchstücke der Strahlen, doch ist es nicht zweifelhaft, dass sie dem Genus Stenaster angehören, obgleich Mundplatten nicht vorhanden sind. Die Rückenseite der Strahlen ist convex, und in der Mitte der Wölbung befinden sich warzenförmige Platten von unregelmässiger Form und verschiedener Grösse, nach dem Rande hin verfliessen die Platten in einander und die Oberfläche erscheint glatter. Auf der Bauchseite stehen zwei Reihen randständige, eirunde Adambulacralkörper, welche nach aussen hin mit einer zitzenförmigen Erhöhung versehen sind. Nach innen

haben sie einen gekrümmten Fortsatz, auf dessen oberer Seite je ein Paar spindelförmiger Körper aufgesetzt sind; dieselben sind glatt und keine Vertiefungen daran wahrzunehmen. Neben der centralen Rinne liegt jederseits eine Art Leiste, aus cylindrischen Kalkstückchen bestehend, welche zwei leichte Einschnürungen haben, und dicht aneinander stossen.

Einige Aehnlichkeit hat unser Stenaster mit St. grandis Meek aus dem amerikanischen Silur (Geological survey of Ohio I. t. 3. bis f. 7.), an dem auch die Rückenseite ähnlich mit warzenähnlichen Tafeln besetzt, wo aber jede Adambulacralplatte nur eine Fühlerplatte zu tragen scheint, auch die Arme weit länger sind.

Crinoidea.

Poteriocrinus Miller.

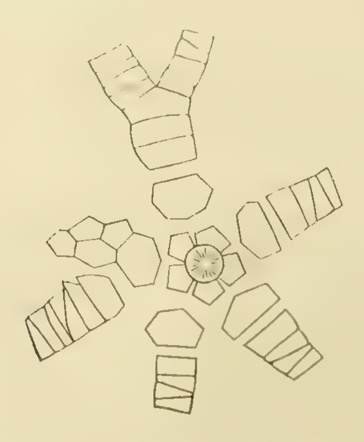
Der Kelch ist kreisel- schalen- oder topfförmig, und besteht aus 5 Basalplatten, 5 Parabasalplatten (von denen drei gleich, und die beiden an die Analplatten gränzenden ungleich sind) und 5 Radialplatten, zwischen zwei der letzteren ist eine unbestimmte Zahl von Analplatten eingeschoben. Auf die Radialplatten des Kelchs sind noch zwei oder mehr Platten aufgesetzt, welche die Fortsetzung der Radialplatten bilden, aber schon als Theile der sich ein- oder mehrfach gabelnden Arme zu betrachten sind. Die Kelchplatten sind glatt.

Der Stiel ist cylindrisch, mehr oder weniger mit Ranken besetzt und glatt. Der Kanal ist cylindrisch oder fünfeckig. Die Gelenkflächen der Stielglieder sind mit radialen Furchen versehen.

Poteriocrinus originarius Trd.

Taf. III, fig. 1.

P. originarius Trautschold. Crinoideen des jüngeren Bergkalks Bullet. d. l Soc. d. Natur. d. Moscou 1867.



Das einzige Exemplar dieser Art, welches aus den Steinbrüchen von Karabtschejewo bei Kolomna stammt, hat eine Länge von zwei Decimeter; der Kelch hat eine Höhe von

24 Millimeter, der längste Arm ist fast $11\frac{1}{2}$ Centimeter lang und der Stiel ist in einer Länge von $6\frac{1}{2}$ Centimeter erhalten.

Der Kelch ist von der Analseite freigelegt. Von den fünf pentagonalen Basalplatten sind drei sichtbar. Von den fünf Parabasalplatten sind ebenfalls drei sichtbar; zwei davon haben eine unregelmässig sechseckige Form. Von den Radialplatten des Kelchs sind ebenfalls drei sichtbar, aber eine nur vollständig freigelegt. Zwischen zweien dieser Radialplatten sind vier Analplatten eingeschaltet, die unregelmässig sechseckig sind und abgerundete Ecken haben.

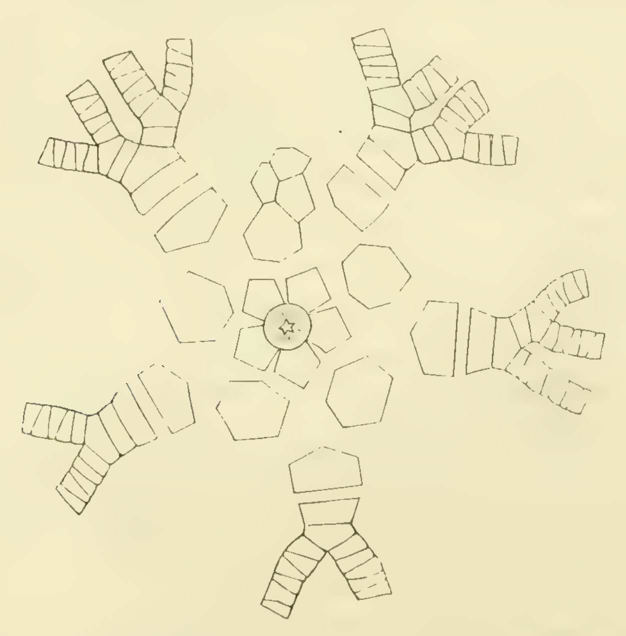
Die Arme scheinen mit einer Ausnahme unmittelbar auf die Radialplatten des Kelchs aufgesetzt zu sein, da eine Gabelung nur an einem der Arme wahrnehmbar ist. Hier sind nämlich zwei Radialplatten des Arms der Radialplatte des Kelchs aufgesetzt, und die obere dachförmige Gelenkfläche der zweiten Radialplatte nimmt zwei der langen Arme auf. Ob nur eine Gabelung stattfindet, kann freilich nicht mit positiver Bestimmtheit behauptet werden, da möglicher Weise ausser den fünf sichtbaren Armen noch zwei oder drei vorhanden sind. Indessen ist es nach der Lage der Arme und deren Verbindung mit den Kelchplatten nicht wahrscheinlich, dass in dem Gestein mehr als ein Arm noch verborgen ist. Ich nehme also vorläufig bis auf weitere Aufklärung durch ein zweites Exemplar an dass P. originarius nur sechs Arme gehabt hat. Die Arme sind am unteren Ende ebenso dick wie der Stiel d. h. sieben Millimeter im Durchmesser: sie nehmen an Dicke sehr allmählig ab; der am besten erhaltene Arm, dessen Spitze indessen auch abgebrochen ist, besteht aus 102 Gliedern. Von der Seite gesehen, wechselt immer ein dünnes Glied mit einem dicken; diese Erscheinung, die sich wahrscheinlich an den Armen aller Crinoideen wiederholt, kommt daher, dass bei dem einen Gliede die rechte Hälfte verdickt ist, bei dem folgenden die linke. Die Ursache der Verdickung ist die wechselweise Anheftung der Fiederchen (pinnulae). Jedes Armglied hat einen Ausschnitt, durch welchen die auf der Innenseite des Arms gelegene Rinne gebildet wird; von dem inneren Winkel des Ausschnitts zieht sich fast bis zur Mitte des Gliedes noch ein feiner Schlitz. Die Lappen, welche den Ausschnitt begränzen, sind verschieden breit: wenn ein Glied den breiteren Lappen links hat, so hat ihn das folgende Glied rechts. Die Gelenkflächen der Glieder sind glatt. Die Fiedern der Arme sind nur in von den Armen losgetrennten Bruchstücken vorhanden: kleine viereckige Plättchen und längliche Stäbchen.

Der Stiel ist von gleichmässiger Dicke. Er besteht aus abwechselnd dünneren und dickeren Gliedern; die dickeren sind ungefähr zwei Millimeter breit, die dünneren einen. Die dickeren Glieder treten über die dünneren hervor. Die Aussenseite der Glieder ist etwas gewölbt und glatt. Es finden sich nirgends cirrhenartige Anhänge, auch keine Narben, welche auf die frühere Anwesenheit derselben hindeuteten.

Poteriocrinus multiplex Trd.

Taf. III, fig. 2. Taf. IV, fig. 1.

P. multiplex Bull. d. l. Soc. d. Nat. d. Moscou 1867.
P. „ F. Roemer. Lethaea geognost. t. 40, fig. 11.



Die fünf Basalplatten des Kelchs stellen fast regelmässige Fünfecke dar. Die Parabasalplatten sind noch einmal so gross als die Basalplatten. Die Radialplatten des Kelchs, die Träger der Arme, sind auch fünfeckig, die breiteste Seite ist daher die obere, die senkrechten Seiten bilden mit der oberen einen rechten Winkel und laufen parallel. Radialplatten der Arme (bis zur ersten Gabelung) sind zwei, seltener drei, vorhanden. Die Bifurcationsplatte ist dachförmig, die anderen haben die Form eines Rechtecks. Die Gelenkflächen der Radialplatten sind durch eine Querfurche in zwei ungleiche Hälften getheilt, der Raum zwischen dieser Hauptfurche und dem Aussenrande der Platten ist mit kurzen, dicht und senkrecht auf der Hauptfurche stehenden Furchen besetzt. Der Innenrand der Platten ist zu einer Rinne ausgebuchtet, welche fast bis an die Querfurche reicht, ausserdem sind in der Mitte der beiden Seitenlappen auch noch kleine Vertiefungen vorhanden.

Die Gabelung der Arme ist entweder eine einfache oder eine doppelte, oder auch eine anderthalbfache, d. h. die letzte dachförmige Radialplatte giebt einer Theilung den Ursprung, die sich nicht weiter fortsetzt, oder aber die Arme theilen sich noch einmal, und aus dem Radialstamme entstehen vier Arme, oder aber der eine der nach der Bifurcation entstandenen zwei Arme theilt sich wieder und der andere nicht, d. h. der Ra-

dialstamm trägt nur drei Arme. Die zweite Gabelung folgt sehr schnell der ersten, denn auf jeder Dachfläche der letzten Radialplatte liegen nur eine oder zwei rechtwinklige Tafeln, auf welche dann wieder eine fünfeckige Platte folgt, die jederseits wieder einen Arm trägt.

An einer Stelle des Kelches befinden sich zwischen zwei Radialplatten und an die Parabasalplatten stossend die Analplatten, in der Regel vier, von denen indessen auch gewöhnlich nur drei sichtbar sind. Sie sind unregelmässig sechseckig und die unteren grösser als die oberen.

Auf der Innenseite der Arme läuft eine Rinne, welche ihre Entstehung den Kerben der Glieder verdankt. Die durch den Kerb zweilappig gewordenen Glieder sind auf der einen Seite dicker, d. h. der eine mehr zugespitzte Lappen ist dicker und daher auch höher, während der gegenüberstehende mehr abgerundete Lappen dünner ist und niedriger liegt. Nun wechseln die Glieder so, dass ein Glied mit seinem dicken Lappen auf dem dünnen des vorhergehenden ruht, und an den dicken Lappen ist jedesmal das Fiederchen befestigt.

Die Fiederchen (pinnulae) bestehen ebenfalls, wie auch die Arme, aus einer Reihe von Gliedern. Das erste Glied derselben hat annähernd die Form eines an den Ecken abgerundeten Tetraeders und ist fest in den dicken Lappen des Armgliedes eingelenkt; es ist etwas über einen Millimeter lang. Das zweite Glied ist länglich und an der Basis etwas breiter als an der Spitze; die folgenden sehr zahlreichen Glieder haben eine Länge von kaum einem Millimeter und sind messerförmig d. h. sie sind vorn zugeschärft und am Rücken breiter. Jedes Glied tritt mit der oberen Vorderecke ein wenig von dem folgenden vor, so dass die Fieder, von der Seite gesehen, ein sägeförmiges Aussehen hat. Die Breite des Sägeblattes der Fieder beträgt nach unten zu $1\frac{1}{2}$ Mm., und sie nimmt beim neunten Gliede noch nicht merklich ab, ein Umstand, der auf eine bedeutende Länge der Fiedern deutet. Die Fiedern schlagen mit ihrer breiten Seite übereinander, und von der Seite gesehen, verdecken sie sich einander. Die Anheftungsweise des tetraedrischen ersten Gliedes lässt auf grosse Beweglichkeit schliessen, welche nach allen Seiten hin ungehinderte Bewegung gestattete. Auch an den Radialplatten der Arme sind Fiedern angeheftet, und spricht das Dasein derselben am meisten dafür, dass die Platten unterhalb der ersten Gabelung der Arme nicht als Zubehör des Kelches, sondern als Theile der Arme aufzufassen sind. Diese Fiedern unterscheiden sich von den beschriebenen Fiedern der oberen Armglieder nur durch ihre Grösse, die untere Seite des ersten Fiedergliedes ist bei ihnen vier Millimeter lang. Was den Inhalt des Kelches anbelangt, so ist dieser, selbst bei den am besten erhaltenen Exemplaren, wenig geeignet, über die Ernährungs-Geschlechts- und Excretionsorgane Aufschluss zu geben. Es befindet sich darin ein Haufwerk von verschieden geformten Kalkstückchen; keins ist dem anderen gleich, keins hat eine symmetrische Gestalt und es können ebenso gut Reste fremder Körper

sein, welche durch Abreibung vermittelst der Fiedern eine rundliche Form erhalten haben, als auch Theile der zum Kelche gehörigen Organe. Die sägeartigen Fiedern haben jedenfalls nicht allein dazu gedient, die zur Nahrung dienenden Gegenstände zu erfassen, sondern auch sie zu zermalmen und sie dem Kelche zuzuführen, wo dann vielleicht der Verdauungsprozess schliesslich vor sich gegangen ist.

Verwandte Arten unseres P. multiplex finden sich in Westeuropa, namentlich in dem englischen Bergkalk, aber es lässt sich Identität nirgends nachweisen. Nach den Abbildungen bei Austin (P. Austin und T. Austin jun., monography of fossil Crinoidea 1843) t. 10. fig. 3 und fig. 6. sind P. conicus Phill. und P. impressus Phill. nahestehende Arten. Es sind indessen nur die Kelche abgebildet, und da die Gliedflächen der Radialplatten anders gezeichnet und sogar anders gestaltet sind, so lässt sich annehmen, dass hier verschiedene Arten vorliegen. P. conoideus de Kon. steht auch nahe, doch genügt das von de Koninck in seinem vortrefflichen Werke (Recherches sur les Crinoïdes) t. 1. fig. 8. abgebildete Kelchfragment nicht zur Constatirung vollständiger Uebereinstimmung.

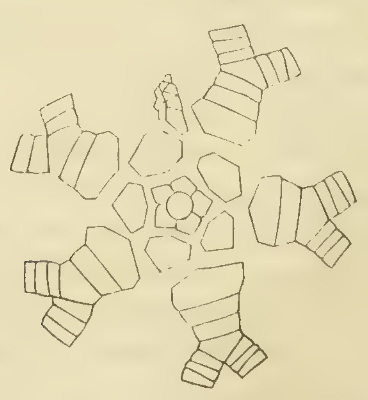
In Eichwald's Lethaea rossica sind mehrere dem Bergkalk angehörige Poteriocrinen aufgeführt, aber seine Bestimmungen gründen sich nur auf einzelne Theile der Thiere, und sind daher nicht zulässig. Die Abbildung des P. impressus stellt nur den aus 5 Basalplatten bestehenden Kelchnapf einer Crinoidee dar; von P. conicus wird keine Abbildung gegeben, doch ist die Figur bei Phillips von dieser Art nicht vollständig genug, um zu entscheiden, ob eine der russischen Poteriocrinen zu dieser Art gehört. Auf Seite 588 des ersten Bandes seiner Lethaea verzeichnet Eichwald einen P. nuciformis Fisch. (Cupressocrinites nuciformis Fisch.), das ist kein Poteriocrinus, sondern ein neues Geschlecht, das ich Cromyocrinus genannt habe, und das ich weiter unten näher beschreiben werde.

P. multiplex hat sich in gewissen mergeligen Zwischenschichten des Bergkalks von Mjatschkowa nicht selten gefunden.

Poteriocrinus bijugus Trd.

P. bijugus Trautschold Bullet. de Moscou 1867.

Taf. III, fig. 3.



Der Kelch ist schalenartig niedrig, die 5 Basalplatten sind verhältnissmässig klein,

bei den meisten Exemplaren sogar winzig. Es sind niedrige Fünfecke, die zuweilen als Dreiecke erscheinen, wenn die Seitenkanten verschwindend kurz werden. Die Parabasalplatten sind ebenfalls niedrige Fünfecke, die auch zuweilen zu abgerundeten Dreiecken werden. Die grössten Platten des Kelchs sind die Radialplatten, die auf ihrer oberen breiten Kante die Arme tragen. Auf diese folgen regelmässig zwei Radialplatten der Arme, von denen die oberste dachförmig ist. Diese trägt zwei Arme. Diese sind verhältnissmässig lang, und gabeln sich nicht zum zweiten Male. Die Armglieder sind im Wesentlichen denen von P. multiplex gleich, dasselbe lässt sich von den Fiedern sagen. Von Analplatten sind in der Regel nur zwei bis drei freizulegen, doch sind auch schon sechs beobachtet.

P. bijugus zeigt in dem Bau seines Kelches grosse Uebereinstimmung mit P. longidactylus und P. abbreviatus Aust. (P. Austin und T. Austin jun. Monography of fossil Crinoidea 1843.). P. longidactylus unterscheidet sich jedoch von P. bijugus durch wiederholte Gabelung der Arme und P. abbreviatus zeigt auch zweifache Bifurcation, hat also 20 Arme, während P. bijugus immer nur 10 Arme hat. Im Geschlechtscharakter zeigt P. bijugus darin eine Abweichung, dass die Zahl der Arme eine constante und die Stellung eine symmetrische ist, während bei allen anderen Arten der Gattung Poteriocrinus die Zahl der Arme eine wechselnde ist.

Hydriocrinus Trautschold.

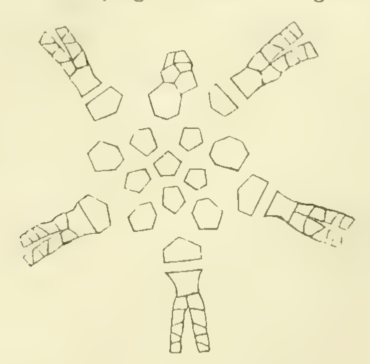
Die Form des Kelchs ist die einer Urne (ὑδρία) oder eines Schmelztiegels d. h. eines umgekehrten steilen Kegels. Basalplatten sind fünf, jede ein hohes Fünfeck darstellend. Parabasalplatten ebenfalls fünf, drei sechseckig, die beiden an die Analplatten stossenden siebeneckig. Radialplatten des Kelchs fünf, alle regelmässig sechseckig mit einziger Ausnahme der rechts von den Analplatten liegenden. Analplatten drei im Kelch, zwei zwischen den Armen. Radialplatten der Arme fünf, sie haben die ungefähre Form eines Schnürleibs, sind concav zu beiden Seiten, oben dachförmig zur Aufnahme von zwei Armen. Alle Platten des Kelches, der Arme und des Stiels sind aussen glatt. Der Stiel ist fünfeckig.

Die dem Genus Hydriocrinus am nächsten stehenden Genera sind Poteriocrinus und Scaphiocrinus Hall. Von dem ersteren unterscheidet sich Hydriocrinus durch nur eine Reihe der eigenthümlich gestalteten Radialplatten der Arme, von dem anderen durch seinen fünfeckigen Stiel.

Hydriocrinus pusillus Trd.

H. pusillus Trautschold Bull. de Moscou 1867.
Quenstedt Petref. Deutschlands IV. p. 527. t. 108. f. 47.

Taf. III, fig. 4. Taf. IV. fig. 2.



Es ist der Charakterisirung des Geschlechts bei der Beschreibung der einzigen bis jetzt bekannten Art desselben nur Folgendes hinzuzufügen: der Kelch für sich bildet eine Art Tiegel, aber zusammen mit den Radialplatten der Arme stellt sich eine Art von Vase dar, deren oberer Theil eben von jenen Radialplatten gebildet wird. Der Kelch ist 12 bis 14 Centimeter hoch, die Arme sind mehr als dreimel so lang. Die Armglieder sind etwas höher als breit; die Glieder des Armpaares verhalten sich immer so, dass das Glied des linken Armes mit seiner niedrigen Seite der niedrigen Seite des entsprechenden Gliedes des rechten Armes gegenübersteht, und umgekehrt. Eine zweite Gabelung der Arme bildet sich erst hoch oben, und zwar bei dem 15ten Gliede, doch mag dieses Verhältniss nicht beständig sein. Die Zahl der Glieder war nur an einem Arm nachzuweisen, nämlich 25. Die Fiedern sind aus verhältnissmässig langen Stäbchen zusammengesetzt.

Der Stiel ist dünn, der stärkste, der bis jetzt gefunden ist, hat einen Durchmesser von vier Millimeter. Die Aussenflächen der Stielglieder sind meist vollkommen eben, bei manchen convex und manchmal sogar horizontal geriefelt. Die Gelenkflächen haben nach den Rändern hin Furchen, die auf jeder der fünf Seiten senkrecht stehen. Um den scheinbar fünfeckigen Kanal sind auch kleine Furchen angedeutet.

Was McCoy in seiner Synopsis als Poteriocrinus gracilis beschreibt (t. 25. f. 11—13), ist sehr ähnlich unserem H. pusillus, doch gehört er der neuen Gattung Scaphiocrinus an, da er einen runden Stiel hat. Die Scaphiocrinus-Arten des nordamerikanischen Bergkalks (Geolog. survey of Jowa) unterscheiden sich meist von unserem Hydriocrinus durch rundere Form des Kelchs.

Cromyocrinus Trtd.

(κρόμυον Zwiebel.)

Der Kelch ist kugel- oder sackförmig. Basalplatten sind fünf, fast von regelmässig

fünfeckiger Form. Parabasalplatten fünf, drei davon fünfeckig, die zwei an die Analplatten stossenden Platten sechseckig oder überhaupt unregelmässig. Radialplatten des Kelchs fünf, alle ohne Ausnahme fünfeckig, obere Randfläche dieser Platten breit. Von den Analplatten ist die unterste die grösste, ihre Zahl ist verschieden. Radialplatten der Arme fünf. Arme fünf oder zehn, die sich nicht gabeln. Der Stiel ist cylindrisch, der Kanal gleichfalls. Die Gelenkfläche der Stielglieder ist nach dem Rande hin mit radialen Furchen besetzt.

Die Gattung Cromyocrinus hat ihren Platz in der Nähe von Cyathocrinus und Poteriocrinus Von beiden unterscheidet sie sich durch die sphäroidale Form des Kelchs, durch die eigenthümliche Form der Radialplatten, und durch die Grösse und Stellung der Analplatten.

Cromyocrinus simplex Trtd.

Taf. III, fig. 6. 7. 8.

Cupressocrinites nuciformis Gldf. Fischer von Waldheim. Oryctographie p. 151. t. 41. f. 5. 6.

Schrenk Reise in den Norden Russlands. p. 92 t. 1 f. 4—6.

Poteriocrinus nuciformis (Fisch.) Eichwald Lethaea rossica I. p. 588.

Cyathocrinites v. Buch. Beiträge zur Bestimmung der Gebirgsformationen p. 68.

Cromyocrinus simplex Trautschold. Crinoideen des jüngeren Bergkalks Bullet. de Moscou. 1867.

Cromyocrinus simplex Quenstedt Petref. Deutschlands IV. p. 543. t. 109. f. 6.



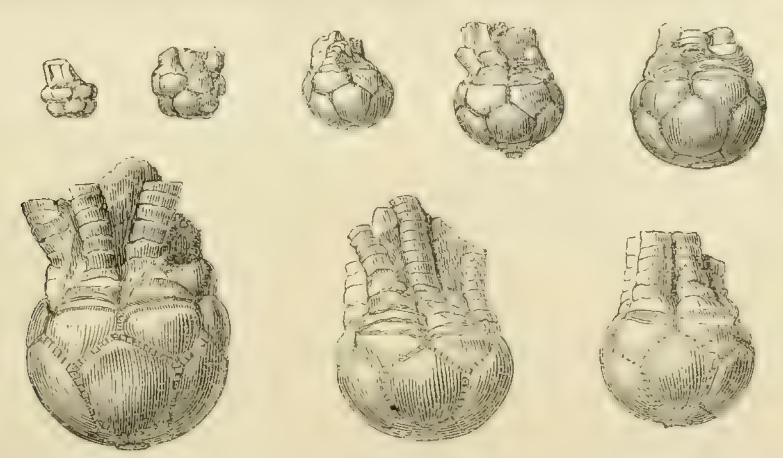
Der Kelch ist fast kugelförmig, und erreicht bei grösseren Exemplaren einen Durchmesser von drei Centimeter. Er ist nicht immer symmetrisch ausgebildet, sondern auf der

einen Seite mehr aufgetrieben als auf der anderen. Basalplatten sind fünf, fast regelmässige Fünfecke darstellend. Die fünf Parabasalplatten sind fünfeckig mit Ausnahme der zwei Platten, die an die Analplatten stossen, sie sind siebeneckig. Das Verhältniss der Grösse der Parabasalplatten zu der der Basalplatten ist wie 8 : 3. Die fünf Radialplatten des Kelches sind fünfeckig, die Spitze des Fünfecks nach unten, die breiteste Seite nach oben gerichtet. Die obere Hälfte dieser Platten ist niedergedrückt, geht dieser Eindruck etwas tiefer hinab, so entsteht eine Art abgerundeten Kiels, der die beiden Seitenecken des Fünfecks miteinander verbindet, zuweilen liegt dieser Kiel höher, und zwischen ihm und dem oberen Rande befindet sich nur ein schmalerer niedergedrückter Raum. Die Breite der niedergedrückten Stelle wechselt sogar bei den Platten eines und desselben Individuums, sie ist aber immer vorhanden. Zur Aufnahme der Radialplatten der Arme befindet sich auf der Gelenkfläche der Radialplatten des Kelches eine ziemlich tiefe Querfurche. Die Radialplatten der Arme sind schmal und nach innen geneigt, namentlich auf der Seite, welche den Analplatten gegenüber liegt, und hierdurch wird die Kelchöffnung bedeutend verengert; die Platten sind viereckig und etwas gewölbt. Analplatten sind bei dem vollständigsten Exemplar, das ich besitze, sieben sichtbar, die einen beträchtlichen Raum einnehmen, und viel dazu beitragen, die Symmetrie des ganzen Kelches zu stören. Die unterste und grösste der Analplatten ist meist ein hohes Fünfeck, mit dem Dach nach links gewendet, die übrigen kleineren Platten sind sechs- oder fünfeckig oder überhaupt von weniger deutlicher, mehr abgerundeter Umgränzung. Uebrigens sind die Verhältnisse nicht constant, und es finden bei den verschiedenen Individuen Modificationen in Stellung und Form statt. Zuweilen kommt eine Art von Fortsetzung der Analplatten vor in Form einer kurzen Säule, die in der Regel von den Armen zur Hälfte verdeckt wird. Bei einem meiner Exemplare mit abgebrochenen Armen ist dieses Organ ganz freigelegt; es hat einen Durchmesser von einem Centimeter und ist also mehr als doppelt so dick als ein Arm; nach aussen hin ist es von den oberen Analplatten bekleidet. Die obere Fläche dieses unregelmässigen Cylinders ist etwas gewölbt, und besteht nebst dem, was auf der Innenseite wahrnehmbar ist, aus einem räthselhaften, warzenförmigen Haufwerk verschieden gestalteter Kalkplättchen und Stückchen, welche zu deuten, die Phantasie sich vergeblich anstrengt, um so vergeblicher als auch nirgends eine Oeffnung in diesem Cylinder zu entdecken ist. Bei vielen Individuen finden sich Eindrücke auf den Analplatten und den sie umgebenden Kelchplatten; diese rühren von einem Gastropoden her, den ich Capulus parasiticus genannt habe, und der häufig auch noch festsitzend auf den Kelchen gefunden wird. Es ist nicht unmöglich, dass der oben beschriebene cylindrische processus der Analplatten zum Schutz gegen diese Verfolger des Cr. simplex aufgebaut ist, obgleich es wahrscheinlich ist, dass sich der Parasit nur von den Stoffen genährt habe, welche der Lilienstrahler ausgeworfen hat. Merkwürdig ist, dass keine andere Art von Crinoideen in dem Bergkalk von Mjatschkowa von diesem Parasiten verfolgt wird, und muss sich der Bau des Cr. simplex wohl besonders

zur Anhaftung des Capulus geeignet haben. Im amerikanischen Bergkalk *) findet sich auf den Kelchen von Platycrinus ein ähnlicher Gastropode (Platyceras infundibulum), ebenfalls in grosser Zahl, und es scheint, dass auch dort sich dieses Thier von den Auswurfstoffen der Crinoiden genährt habe Dort sind auch noch andere Arten von Crinoideen von dergleichen Thieren behaftet gefunden worden. Zu bemerken ist noch, dass der Capulus parasiticus immer nur auf den Analplatten angeheftet ist, und zwar ohne Ausnahme mit seiner Vorderseite nach dem Inneren des Kelches gerichtet.

Die fünf Arme des Cr. simplex sind einfach, die Armglieder sind also einfach die Fortsetzung der Radialplatten. Sie sind anfangs ziemlich breit, und die dicke Seite liegt wie gewöhnlich auf der dünnen der vorhergehenden Platte. Die pinnulae sind kräftig, und namentlich sind die unteren Glieder derselben kurz und dick.

Der Stiel von Cr. simplex ist cylindrisch, der Kanal ebenfalls mit fünf lappenartigen Ausbuchtungen. Die Stielglieder sind aussen glatt und etwas convex. Ihre Gelenkfläche ist mit Furchen versehen, welche vom Rande bis zur Hälfte des Radius reichen, und nach dem Rande hin am tiefsten sind. Die Stiele tragen nicht selten Narben von Cirrhen, die gleichfalls am Rande einen Kreis von Furchen tragen. Die Stellung dieser Narben ist unregelmässig, an einem Gliede finden sich zuweilen mehrere, an vielen gar keine. Wenn sich mehrere an einem Gliede befinden, stehen sie zuweilen dicht beisammen, zuweilen weit von einander getrennt. Der Stiel scheint, so lange er noch ein Theil des lebenden Thiers war, eine gewisse Weichheit gehabt zu haben, denn in meinem Besitze befinden sich mehrere Stielstücke, an welchen spiralförmige Einschnürungen von nicht geringer Tiefe vorhanden sind, die augenscheinlich von einem fremden Körper herrühren, der sich um den Stiel herumgewunden hat. Ausserdem finden sich nicht selten kleine Löcher, die möglicher Weise von Bohrmuscheln herrühren; auch Anschwellungen sind hie und da an den Stielen vorhanden, welche auf einen krankhaften Zustand oder sonst eine äussere Verletzung deuten.



Die jungen, kleinen Individuen dieser Crinoidee, die stellenweise in den mergeligen

*) Meek a Worthen. Geological survey of Illinois V. p. 334. t. 16. f. 6.

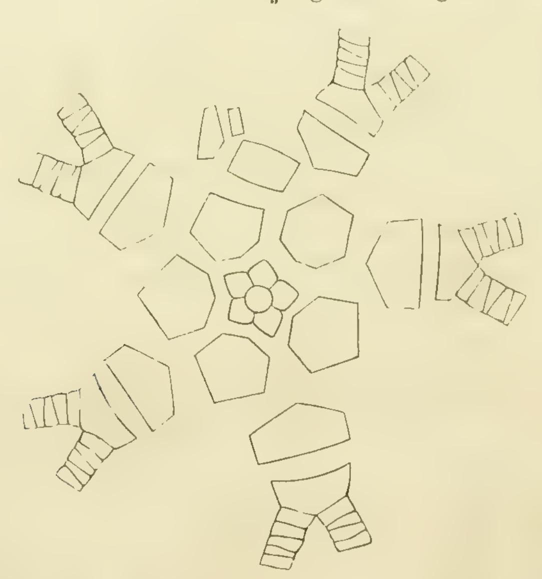
Zwischenschichten des Bergkalks von Mjatschkowa nicht ganz selten sind, haben ein von den ausgewachsenen Thieren verschiedenes Aussehen. Der kleine geringelte Stiel sitzt in einer Vertiefung des Kelches; die Basalplatten sind noch gar nicht zu sehen, die Parabasalplatten treten als ein Kreis von fünf Halbkugeln hervor, welche durch tiefe Rinnen von den übrigen Platten getrennt werden; die Radialplatten bilden halbe Hemisphären, und zwischen ihnen treten drei Analplatten hoch hervor. Alle diese halbkugligen Massen hängen noch untereinander zusammen, und getrennte Platten sind noch nicht vorhanden; die Trennung erfolgt also erst in vorgerückterem Alter. Diese Kelche der jungen Thiere haben entschiedene Aehnlichkeit mit Brombeeren; bei manchen Exemplaren zeigen die einzelnen Knöpfchen furchenartige Unebenheiten, diese gehören ohne Zweifel einer anderen, sogleich zu beschreibenden Spezies derselben Gattung an.

Cromyocrinus geminatus Trtd.

Quenstedt Petref. Deutschlands IV. p. 543. t. 109. f. 5.

Taf. III, fig. 5, 6.

Cr. geminatus Trautschold. Crinoideen des jüngeren Bergkalks Bullet. d. Moscou 1867.



Der Kelch ist sackförmig und auf seiner Unterseite flach. Die fünf pentagonalen Basalplatten liegen in einer Ebene. Die Parabasalplatten, fünf an der Zahl, sind fünfeckig und stark gewölbt. Die Radialplatten des Kelchs sind ebenfalls fünfeckig und gewölbt, oben abgeflacht, auf der oberen Fläche eine Querfurche zur Aufnahme der Radialplatten des Kelchs. Analplatten sind drei, auch gewölbt, die unterste schräg eingestellte die grösste, die beiden kleineren ragen über den oberen Rand des Kelchs hinaus. Alle Platten sind glatt, und zeigen nur an den Berührungsstellen Vertiefungen gleich einer Naht.

Die Radialplatten der Arme sind viereckig, aber die beiden oberen Ecken sind so nach innen gebogen, dass vorn eine dreieckige Fläche entsteht, welche zu beiden Seiten von einem stumpfen Kiel begränzt ist. Auf jeder der fünf Radialplatten der Arme sind zwei Arme aufgesetzt, die sich nicht weiter theilen, und geradlinig wie bei Cr. simplex in die Höhe gehen. Die Armglieder sind glatt und wenig gewölbt. Der im Verhältniss zur Grösse des Kelchs ziemlich dünne Stiel ist rund. Dickere Glieder wechseln mit dünneren ab, die Aussenseite ist glatt und gewölbt, sie erscheinen daher wulstig. Die Gelenkfläche ist nach dem Rande hin mit kurzen strahligen Furchen versehen. Der Centralkanal ist rund und hat einen Millimeter im Durchmesser, bei einem Durchmesser des Stielglieds von vier Millimetern.

Cr. geminatus unterscheidet sich von Cr. simplex vorzugsweise durch die 5 Armpaare, während Cr. simplex nur fünf einfache Arme hat. Die Form des Kelches ist bei Cr. geminatus weniger kugelförmig als bei Cr. simplex, sondern mehr sack- oder napfförmig. Endlich sind die Radialplatten bei Cr. geminatus anders geformt als bei Cr. simplex.

Cromyocrinus ornatus Trd.

Taf. III, fig. 9, 10.

Der Kelch besteht wie bei der vorigen Spezies aus 3 Basal-, 5 Parabasal- und 5 Radialplatten und die Anordnung derselben ist gleichfalls ganz dieselbe. Die Platten des Kelches sind auch wie bei Cr. geminatus durch Randfurchen wie mit einer Naht verbunden, aber sie sind nicht glatt, sondern mit einer Art von Skulptur bedeckt. Die 5 Basalplatten bilden zusammen ein Fünfeck, auf dessen fünf Seiten je 8 Furchen über die ganze Fläche gezogen sind. Die Parabasalplatten tragen in ihrer Mitte ein höckeriges Fünfeck, von dessen Seiten nach den Seiten der Platte ungefähr 10 Furchen ziehen. Am oberen Rande der Radialplatten befindet sich ein höckeriges Dreieck, von welchem ebenfalls nach den unteren Seiten 10 Furchen gehen, nach den Nebenseiten nur fünf. Nicht überall ist aber diese Skulptur mit gleicher Deutlichkeit ausgeprägt, doch treten immer deutliche Nähte und unregelmässige Höcker auf den Platten hervor. Auch die Radialplatten der Arme unterscheiden sich von denen des Cr. geminatus dadurch, dass sich aus der Mitte der Vorderseite am oberen Rande eine Art Horn erhebt, das sich meist zu einem stumpfen Kegel zuspitzt; diese Platten sind glatt. Arme sind wie bei Cr. geminatus zehn, die Armglieder sind mehr oder weniger knotig.

Ich hatte in meiner früheren Arbeit (Crinoideen des jüngeren Bergkalks 1867) beide Arten Cr. geminatus und Cr. ornatus mit einander vereinigt, da beide Formen in einander übergehen, aber da in der neueren Zeit eine grössere Spaltung der Arten beliebt ist, so habe ich es für zweckmässig gehalten, die eine in zwei Arten zu zerlegen, obgleich eigentlich eine der beiden Arten nur die Rolle einer Subspezies spielt.

Cr. ornatus ist früher wiederholt in den mergeligen Schichten der Kalkbrüche von Mjatschkowa gefunden; ist aber wie alle übrigen Crinoideen dort seltener geworden.

Phialocrinus Eichwald.

Im Jahre 1869 auf der zweiten russischen Naturforscherversammlung legte ich der mineralogischen Section einen Crinoideen-Kelch vor, den ich in den Bergkalkmergeln von Mjatschkowa gefunden hatte. Da ich in demselben Verschiedenheiten von allen übrigen bekannten Crinoideen-Gattungen wahrnahm, so nannte ich die neue Gattung wegen ihrer Schalenform Phialocrinus *). Erst später entdeckte ich in Eichwalds Lethaea rossica, dass der Name bereits für ein anderes Fossil mit Beschlag belegt war. Nach Durchlesung der Charakteristik, welche Eichwald von Phialocrinus gegeben, sah ich indessen bald, dass es sich hier um sehr dürftige Bruchstücke handelte, auf die ein neues genus zu gründen, gar keine Berechtigung vorlag. Auch besteht die Abbildung, welche Eichwald von dem Fossil gegeben, nur in einem Bruchstück des Stiels **). Ich adoptire daher den Namen Phialocrinus, (da das silurische Fossil gleichen Namens von Eichwald unzureichend charakterisirt ist, und überhaupt unzulänglich Bruchstücke davon existiren) für das sogleich zu beschreibende Fossil aus Mjatschkowa.

Der Geschlechtscharakter von Phialocrinus ist folgender: Der Kelch hat die Form einer Schale. Basalplatten sind 5, sie sind fünfeckig und untereinander gleich, im Verhältniss zu den übrigen Kelchplatten klein. Die mit den Basalplatten alternirenden Parabasalplatten sind grösser, etwas gewölbt, vier davon fünfeckig, die fünfte an die Analplatte stossende ist unregelmässig sechseckig. Die 5 Radialplatten des Kelchs sind fünfeckig, an einer Stelle ist zwischen ihnen eine Analplatte eingesetzt. Auf den Gelenkflächen der Radialplatten des Kelchs werden die beiden Ecken der Platte durch einen scharfen Kiel miteinander verbunden, zwischen diesem Kiel und dem Rande der Platte befindet sich eine tiefe Furche.

Radialplatten der Arme sind fünf pentagonale und dachförmige, und zwischen ihnen und den Radialplatten des Kelchs noch fünf viereckige; doch fehlen, wie es schint, manchmal die letzteren, und das Plattenpaar ist durch eine einzige dachförmige grössere Platte vertreten. Auf den dachförmigen oberen Platten ist je ein Armpaar aufgesetzt. Zwischen den Radialplatten der Arme an der Stelle, wo sich die Analplatte befindet, befinden sich noch mehrere andere kleinere Analplatten eingesetzt, welche die Fortsetzung der Analplatte des Kelchs darstellen. Der Stiel ist fünfeckig.

Verwandte der Gattung Phialocrinus sind Cyathocrinus, Poteriocrinus, Hydriocrinus, Traphicrinus. Bei Cyathocrinus sind die Radialplatten des Kelchs nach Koninck mit ein-

---

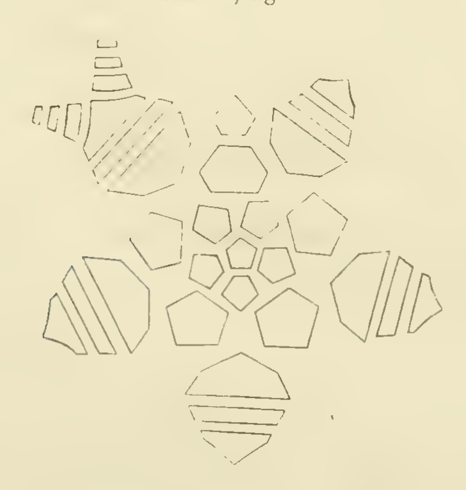
*) Труды втораго съѣзда русскихъ естествоиспытателей въ Москвѣ 1869, по отдѣлу по минералогіи etc. pag. 7.

**) Eichwald, Lethaea rossica I. p. 578. t. 31. f. 27.

ander verwachsen, der Stiel cylindrisch und die allgemeine Form des Kelchs eine andere. Bei Poteriocrinus ist ebenfalls die Form des Kelchs eine andere, zum Kelch selbst gehören drei Analplatten, und der Stiel ist ebenfalls cylindrisch. Bei Hydriocrinus ist zwar der Stiel fünfeckig, aber zum Kelch gehören ebenfalls drei Analplatten, und die Form des Kelchs ist tigelartig. Bei Scaphiocrinus sind nur fünf Radialplatten der Arme vorhanden, übrigens auch anders geformte, und der Stiel ist rund.

Phialocrinus patens Trd.

Taf. IV, fig. 4.



Zu der Charakteristik des Genus ist wenig hinzuzufügen: Es liegen nur vier Exemplare vor, von denen das grösste $2\frac{1}{2}$ Centimeter im Durchmesser hat. Von den Armen ist eben nur so viel erhalten, um zu sehen, dass eine Gabelung stattfindet. Die Platten sind glatt. Der Kelch stellt eine flache unregelmässig fünfeckige Schale dar, die Unregelmässigkeit wird durch die eine im Kelch eingeschaltete Analplatte verursacht. An den jüngeren Exemplaren sind die Kelchplatten noch mit einander verwachsen, die Trennung scheint erst in einer späteren Lebensphase eingetreten zu sein. Cyathocrinus inflexus Gein. (Carbonformation und Dyas von Nebraska p. 62. t. 4. f. 20 — 22.) ist nach der allgemeinen Form ziemlich ähnlich unserem Ph. patens, doch fehlen die Radialplatten der Arme, und der Stiel ist rund. Auch Erisocrinus typus M. et W. (Geol. survey of Illinois V, p. 561. t. 24. f. 6.) ist ähnlich, doch sind hier im Kelch gar keine Analplatten vorhanden.

Phialocrinus urna nov. sp.

Taf. IV, fig. 5.

In dem Nachlasse des vorstorbenen Moskauer Geologen Auerbach befindet sich eine Zeichnung eines von Mjatschkowa stammenden Crinoideenkelches (aus der Sammlung des

Grafen Czapsky), welche ich nicht unbeachtet lassen kann, da sie genau genug ausgeführt ist, um die Einzelheiten des Baues erkennen zu lassen. Der Kelch gehört auch der Gattung Phialocrinus an, und unterscheidet sich von der vorhergehenden Spezies namentlich durch die allgemeine, topf- oder urnenartige Gestalt, während Ph. patens niedergedrückt schalenartig ist. Diese Verschiedenheit der Form wird bedingt durch die viel grösseren Basalplatten, welche sich in aufrechter Stellung befinden, während sie bei Ph. patens völlig horizontale Lage haben. Die sechseckigen Parabasalplatten sind flach und nicht gewölbt wie bei Ph. patens, die Radialplatten ebenfalls in mehr aufrechter Stellung als bei Ph. patens. Der Stiel ist fünfeckig (nach dem Abdruck zu urtheilen) wie bei Ph. patens, und die zweite Radialplatte hat gleichfalls dieselbe Form, wie bei der genannten Species. Ob eine Dachplatte als Träger von zwei Armen vorhanden ist, wie bei Ph. patens, lässt sich aus der Zeichnung nicht ersehen.

Stemmatocrinus Trd.

Der Kelch kronenförmig. Eine einzige ungetheilte Basalplatte von pentagonaler Form. Fünf ganz gleiche, fünfeckige, gewölbte Parabasalplatten. Fünf ganz gleiche, fünfeckige, mit den Parabasalplatten alternirende Radialplatten. Fünf unter sich gleiche Radialplatten, die man im Vergleich mit anderen Crinoideenkelchen schon für Radialplatten der Arme zu halten hat, und die von fast gleicher Form sind wie die Radialplatten des Kelchs. Sie sind mit der Breitseite ihres Fünfecks gerade auf die Breitseite der Radialplatten des Kelchs aufgesetzt, und bilden mit den zwei oberen Seiten ein Dach, welches zwei Arme aufnimmt. Die erste Platte jedes Arms stellt ein längliches Viereck dar, das mit seiner unteren convexen Seite auf der schwach concaven Seite der unterliegenden Radialplatte aufliegt. Die beiden das Dach der Radialplatte deckenden Armplatten bilden mit ihren oberen Seiten fast eine horizontale Linie.

Die zehn Arme haben ganz die Einrichtung von Encrinus: sie bestehen aus Plättchen von der Form eines länglichen Fünfecks, die mit ihren Spitzen in einander greifen. Bei jedem Armpaar greift am linken Arme das unterste linke Plättchen über das rechte; am rechten Arme greift das unterste rechte Plättchen über das linke, und so fort.

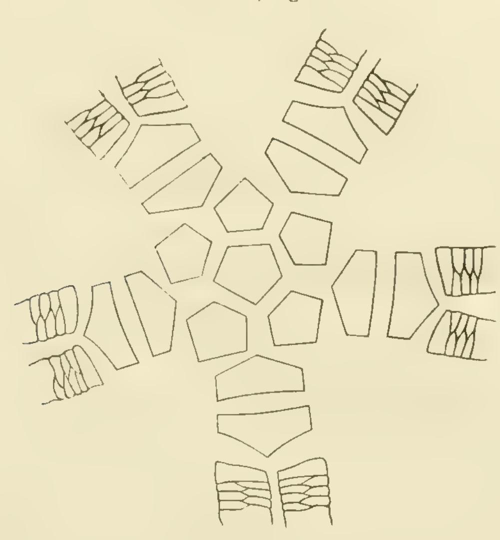
Das genus Stemmatocrinus (στέμμα die Krone) steht der Bildung der Arme nach der Gattung Encrinus nahe, weicht aber durch die Stellung der Kelchplatten von demselben ab. Bei Encrinus nämlich stehen die Platten der drei ersten Plattenkreise in einer Linie übereinander, alle Platten sind also eigentlich Radialplatten, welche schliesslich einen Doppelarm tragen. Bei Stemmatocrinus aber wechselt der zweite Plattenkreis mit dem ersten, und die Form der Platten des ersten und des zweiten Kreises ist ebenfalls völlig abweichend.

Stemmatocrinus cernuus Trd.

St. cernuus Trautschold: Crinoideen des jüngeren Bergkalks. Bulletin d. l. Soc. d. Natur. d. Moscou 1867.

St. cernuus Quenstedt Petref. Deutschlands IV. p. 542. t. 109. f. 3, 4.

Taf. III, fig. 12



Es existirt nur ein einziges vollständiges Exemplar dieser Spezies, welches aus Mjatschkowa stammt und sich in meiner Sammlung befindet. Bruchstücke davon befinden sich in der Sammlung des Hrn. Wischnjakof, und in der paläontologischen Abtheilung der Sammlungen des Berginstituts in Petersburg. Letztere sind im Bergkalke des Donjetzkischen Kohlenbezirks gefunden worden auf dem Landgute Казенноторское des Hrn. Schachof.

Der Stiel ist bei dem vorliegenden Exemplar dicht am Kelch abgebrochen. Wie aber aus dem Umriss der Bruchfläche zu ersehen ist, war der Stiel rund. Die mit ihren breitesten Flächen aneinanderstossenden Radialplatten erster und zweiter Ordnung bilden am Rande des Kelchs Concavitäten, die sich wiederholen an der Berührungsstelle der oberen Ränder der Radialplatten der Arme und den Armen selbst. Die Arme bestehen aus 33 Flächenpaaren, welche auf der Linie in der Mitte, wo sie in einandergreifen, eine Wölbung bilden, so dass die Arme das Ansehen haben, als seien sie auf der Mittellinie mit zwei Reihen von Höckern versehen. Die Arme spitzen sich allmählig zu, und neigen sich zusammengeschlagen nach einer Seite über. Die Kelchplatten sind glatt.

Von näher verwandten Formen findet sich, selbst in den neuerdings erschienenen Werken über den amerikanischen Bergkalk nichts.

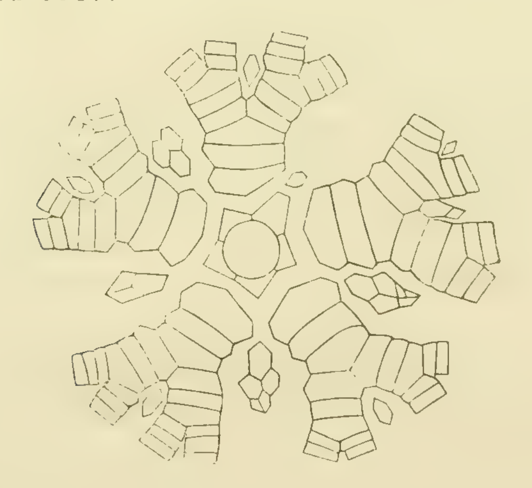
Forbesiocrinus de Kon. et Lehon.

Ein eigentlicher Kelch existirt nicht. Basalplatten sind 5 vorhanden, von denen vier untereinander gleich sind. Radialplatten, welche mit den vorigen alterniren, sind drei oder vier für jeden Radius vorhanden, die letzte der Radialplatten ist für die Gabelung in Arme dachförmig. Analplatten sind in verschiedener Anzahl vorhanden, und befinden sich über der ungleichen Platte des Kelchnapfes d. h. der Basalplatten. Die Gabelung der Arme ist zwei- auch dreifach. Zwischen den Radialplatten und den Armen erster Ordnung und auch zweiter Ordnung sind Interaxillarplatten in verschiedener Zahl eingeschaltet. Die Radialplatten und die der Arme sind breit, aussen glatt. Der Stiel ist rund, besteht aus sehr dünnen Platten, und nimmt nach unten zu schnell an Dicke ab. Zwischen den Radialplatten, wo die Analplatten sich befinden, existiren keine Interradialplatten.

Forbesiocrinus incurvus Trd.

Taf. III, fig. 11. Taf. IV, fig. 3.

Trautschold: Crinoideen des jüngeren Bergkalks. Bulletin d. l. Soc. d. Natur. de Moscou 1867.



Vier von den fünf Basalplatten stellen niedrige Fünfecke dar, deren senkrechte Seiten so kurz sind, dass sie fast als Dreiecke erscheinen; die fünfte Basalplatte ist fast dreimal so gross als die übrigen, und stellt ein hohes Viereck dar, dessen untere seitliche Ecken abgestumpft sind. In die Winkel, welche durch die Basalplatten gebildet werden, sind fünf Reihen von je drei Radialplatten eingesetzt, von denen die oberste Platte dachförmig ist. Die unterste von diesen drei Platten ist siebeneckig, die obere breiteste Seite des Siebenecks ist bogig eingesenkt; mehr oder weniger eingesenkt sind auch die beiden

horizontalen Seiten der mittleren Radialplatte, und sogar die beiden Seiten des Daches der dritten Platte. Auf jeder Seite des Daches ist wieder eine Reihe von drei Platten aufgesetzt von ähnlicher Form, wie die Radialplatten, nämlich alle in der Mitte etwas niedergedrückt. Auf den letzten dachförmigen Platten der ersten Gabelung, je vier einer von den fünf Reihen Radialplatten entsprechend. Diese zwanzig Arme sind kurz, und verjüngen sich rasch; an dem längsten Arme sind 18 Platten vorhanden, doch sind gewöhnlich nicht alle sichtbar, da die Spitzen der Arme nach innen gebogen sind. Die Glieder der Arme sind noch einmal so breit als hoch, die horizontalen Seiten derselben wellig, nach aussen schwach gewölbt, an den Seiten abgeflacht. Bei einem grösseren Exemplar sind oft in der Mitte zwischen den Armplatten kleine halbmondförmige Platten eingesetzt. Die unteren Glieder der Fiedern sind kräftig und fast von quadratischer Form. Es ist nur eine einzige Analplatte vorhanden, die sich an die grösste Platte des Kelchnapfs anlehnt. Zwischen den Radialplatten und zwischen der ersten Gabelung der Arme befinden sich Interradialplatten von verschiedener Grösse und Zahl. Die Zahl der Interradialplatten, zwischen den Radialplatten und den untersten Platten der ersten Gabelung eingeschaltet, ist gewöhnlich drei, von denen die unterste sechseckige die grösste ist, die beiden oberen fünfeckigen aber kleiner. An einem anderen Exemplare sind an derselben Stelle fünf Platten eingeschaltet, drei grössere und zwei kleine. Zwischen der zweiten Gabelung und den untersten Platten zweier Armpaare finden sich ebenfalls Interaxillarplatten, und zwar drei, von denen die unterste, ein längliches Sechseck, sehr gross ist, die beiden oberen aber winzig klein.

Der Stiel ist rund, die Stielglieder sind sehr dünn und am Rande fein gezähnelt. Die Gelenkflächen sind nach dem Rande hin mit feinen Radialfurchen versehen. Der Centralkanal hat 5 stark vorspringende Buchten.

F. incurvus unterscheidet sich von F. nobilis durch 4×5 Radialplatten, und durch dreifache Gabelung.

F. incurvus ist ein in den Mergeln von Mjatschkowa nicht häufig vorkommendes Fossil.

Platycrinus Sp.

Taf. IV, fig. 7.

Es kommen in den Mergelschichten von Mjatschkowa nicht selten elliptische Stielglieder vor, die nur der Gattung Platycrinus angehören können. Seltener sind ganze Stielfragmente, und ein solches befindet sich in dem paläontologischen Museum der Moskauer Universität, ein anderes in der Sammlung der Petrowskischen Ackerbau- und Forstakademie. Von Kelchen der Gattung Platycrinus ist indessen noch nichts entdeckt worden. Die Stielfragmente, wie eins in f. 7. a. t. IV abgebildet ist, bestehen aus Reihen von elliptischen Gliedern, die unterbrochen werden von einzelnen viereckigen Gliedern. Die letzteren ha-

ben den elliptischen Eindruck auf ihrer unteren Gliedfläche in einer anderen Richtung, als auf der oberen Seite, so zwar, dass eine Drehung des Stiels um einen Winkel von beiläufig 60 Grad bewirkt wird. Nach dreimaliger Drehung befindet sich demnach der Stiel wieder in derselben Stellung. Die Gelenkflächen der Stielglieder sind mehr oder weniger concav und in der Richtung der grösseren Axe der Ellipse verläuft eine kielartige Erhöhung jederseits nach dem Kanal. Die Aussenseite der Glieder ist glatt. Die viereckigen Glieder sind oft sehr dick und massig, und finden sich darauf auch Narben von Ranken.

POLYPI.

Cyathophyllinae.

Cyathophyllum Goldfuss.

Polypenstock einfach oder zusammengesetzt. Sternlamellen bis zum Mittelpunkte des Kelchs reichend, und oben so zusammengedreht, dass sie zuweilen den Anschein eines kleinen Mittelsäulchens darstellen. Die Böden nehmen nur die Mitte der Polypenhöhlung ein, der äussere Theil derselben ist von einem blasenförmigen Gewebe erfüllt. Eine einzige Aussenwand, durch die vollständige Epitheca gebildet.

Bothrophyllum nov. subgenus.

βόθρος Grube.

Die allgemeine Form ganz die der Cyathophyllen, doch fehlen die Böden in manchen Theilen der Polypenhöhle ganz, während sie in anderen Theilen deutlich ausgebildet sind. Der Hauptunterschied, der diese Koralle von Cyathophyllum trennt, ist die Anwesenheit einer fossula. Dieses Merkmal würde das Fossil mit Zaphrentis vereinigen, wenn nicht der Charakter der Zaphrentiden von Milne Edwards und Haime dahin charakterisirt wäre, dass die fossula eine mehr oder weniger grosse Unregelmässigkeit in der radialen Anordnung der septa hervorbrächte. Das ist bei Bothrophyllum nicht der Fall, die fossula ist oberflächlich, und bringt keinerlei Unregelmässigkeit im Gewebe des Polypenstocks hervor.

Bothrophyllum conicum Fisch. sp.

Turbinolia conica Fisch. Oryctographie de Moscou 1837. pag. 153. t. 30. f. 6.
„ arietina Fisch. l. c. p. 153. t. 30. f. 4.
„ ibicina Fisch. l. c. p. 153. t. 30. f. 5.

Zaphrentis arietina Eichwald Lethaea rossica I. p. 524.
Campophyllum conicum Eichw. l. c. I. p. 544.

Taf. V, fig. 1. a — e.

Das in Rede stehende Fossil ist in der neueren Zeit immer als Cyathophyllum aufgeführt worden, und auch ich habe es bislang als C. conicum erwähnt, indessen ist doch die Grube in der Tiefe des Kelches ein so wesentliches Unterscheidungszeichen, dass ich mich zur Abtrennung in Form eines besonderen Subgenus entschlossen habe. In der äusseren Erscheinung ähnelt es sehr dem Cyathophyllum ceratites Gldf. (Petref. Germaniae t. 17. f. 2.), denn die Gestalt ist gekrümmt kegelförmig, wie das Horn eines kurzhörnigen Rindes. Die gewöhnliche Länge ist 4—5 Centimeter, der Durchmesser des Kelchrandes 2—2½ Cm.; das grösste meiner Exemplare hat eine Länge von 9 Cm., und am Kelchrande einen Durchmesser von 5 Cm. Die Epitheca ist concentrisch geringelt, aber sehr dünn, so dass häufig die Aussenwand theilweis oder ganz abgerieben ist, und die septa rippenartig hervortreten. Nicht selten zeigt der Polypenstock Einschnürungen, auf welche mitunter stärkere Anschwellungen folgen. Nach der convexen Seite hin ist das Polypengehäuse oft höher aufgewachsen als nach der concaven Seite, und überragt demzufolge der äussere Kelchrand den inneren oft nicht unbedeutend. Der Kelch selbst ist verhältnissmässig tief, bei mittelgrossen Exemplaren 15 Millimeter. Die Zahl der Sternlamellen beträgt bei demselben Exemplar 44; bei dem grössten der mir vorliegenden Polypenstöcke 80. Auf dem Querschnitte des letzteren, der durch die Mitte des Stockes geführt ist, sind ebenfalls 44 Hauptlamellen zu zählen, zwischen denen ebensoviel Randlamellen eingeschoben sind. Die Randlamellen hatten eine Länge von 6 bis 7, die Hauptlamellen eine Länge von 15 bis 17 Millimeter. Die Fossula liegt immer auf der convexen Seite des Polypenstocks nahe der Mitte; wenn man die Koralle mit der concaven Seite vor sich hält, so zeigt sich das Grübchen auf der rechten Hälfte des Fossils bei drei Exemplaren, ungefähr in der Mitte bei zwei, und auf der linken Hälfte bei einem. Bei einem kleineren Exemplar war die Fossula gar nicht entwickelt. Die Fossula blosszulegen, kostete die grösste Mühe, da die Kelche beständig mit Kalkmasse ganz ausgefüllt sind. Die Böden (tabulae) nehmen selten mehr als ein Drittel der Polypenhöhluug ein, sind meist hin und hergebogen, und zeigen sich im Vertikalschnitte des Fossils selten horizontal. Im unteren Theile des Polypenstocks fehlen sie fast ganz, aber auch in den oberen Theilen zeigt sich häufig statt der Böden das blasige Gefüge, das nach dem Rande hin immer den Raum zwischen den Sternlamellen ausfüllt. Das blasige Gefüge, das im Verticalschnitt sehr deutlich hervortritt, entsteht durch gekrümmte Zwischenwände, die gegen die Mitte hin einen weiteren Raum zwischen sich lassen, aber gegen die Aussenwand hin sehr dicht stehen. Hier sind sie auch mit der convexen Seite nach innen gerichtet, während nach innen keine bestimmte Anordnung sichtbar ist.

Eichwald beschreibt in seiner Lethaea rossica I p. 544. Bothrophyllum conicum unter dem Namen Campophyllum conicum. Unser Fossil gehört nicht diesem genus an, wovon sich Eichwald leicht hätte durch einen Längsschnitt überzeugen können. Die Figur von Campophyllum flexuosum bei Goldfuss (Petref. Germaniae t. 17. f. 3. b.) lässt hierüber keinen Zweifel. Die Turbinolia ibicina Fisch. und T. arietina Fisch. stellt Eichwald zu der Gattung Zaphrentis, obgleich er den bestimmten Beweis dafür, namentlich an dem Fossil von Mjatschkowa nicht zu geben vermag (l. c. p. 524.). Ich habe oben nachgewiesen, dass die fragliche Koralle nicht den Charakter der Gattung Zaphrentis aufweist. Graf Keyserling beschreibt auch in seiner Petschora-Reise zwei Korallen, die er mit Turbinolia arietina und T. ibicina Fisch. identificirt. Er stellt sie zum Genus Cyathophyllum. Nach seinen Abbildungen gehören sie indess der Gattung Amplexus an (t. 2. f. 3. und f. 5.). Was Lonsdale unter dem Namen Caninia ibicina? Fisch. beschreibt und abbildet (Murch. Vern. Keys. Geology of Russia I. 617. t. A. f. 6.) hat ebenfalls gar keine Verwandtschaft mit unserem Bothrophyllum. Die Abbildung ist undeutlich und weist möglicher Weise auf eine Zaphrentis-Art. De Koninck in seinen Nouvelles recherches des animaux fossiles beschreibt einen Amplexus ibicinus p. 67. t. 6. f. 2. und identificirt ihn mit unserem Fossil von Mjatschkowa, der vertikale Durchschnitt unseres Bothrophyllum zeigt aufs deutlichste, dass wir es hier nicht mit einem Amplexus zu thun haben.

Clisiophyllum Dana.

Das Polypengehäuse einfach und kreiselförmig. Die Sternlamellen reichen bis zum Centrum, und bilden dort eine Pseudocolumella, die nicht gewunden ist. Unterscheidet sich von Cyathaxonia durch Abwesenheit der Fossula.

Clisiophyllum cavum nov. sp.

Taf. V, fig. 2. a. b.

Der Polypenstock stellt einen umgekehrten, stumpfen Kegel dar, welcher mit einer dünnen Epitheca bedeckt ist. Durch die etwas nach aussen vortretenden Sternlamellen erscheint die Aussenfläche des Stockes längsgerippt. Die concentrische Streifung ist dagegen weniger markirt. Ausserdem finden sich auf der Aussenfläche zahlreiche warzenförmige Erhöhungen oder Zipfel (auf der Hälfte des einen Exemplars 12 an der Zahl), die möglicher Weise der Species eigenthümlich sind. Sternlamellen sind 30 vorhanden (an dem am vollständigsten erhaltenen Individuum), sie fallen schräg fast bis zur Mitte der Polypenhöhlung ab, und schneiden dann senkrecht ab, um fast wie ein Cylinder die aus der Mitte aufsteigende Pseudocolumella zu umgeben. Das aus Lamellen zusammengesetzte Säulchen ist ungefähr drei Millimeter hoch, während der Stock selbst eine Höhe von zehn Millimetern und am Rande einen Durchmesser von 15 Millimetern hat. Ich habe gesagt,

dass die Sternlamellen nach innen schräg abfallen, aber dasselbe ist der Fall nach aussen hin, indem die Lamellen vom Aussenrande an schräg nach oben in einer Breite von 3—4 Millimeter ansteigen, und sich dann erst steil nach der Mitte hinabsenken. Zwischen die Hauptlamellen setzt eine gleiche Zahl Lamellen zweiten Ranges ein, die nur eine Breite von beiläufig 5 Millimeter haben, während die Hauptlamellen 10 Millimeter breit sind. Ich habe dieser Art den Namen cavum beigelegt, weil das Säulchen frei aus der Tiefe des Polypenstocks aufragt, und von einem hohlen Raume umgeben ist, denn die Lamellen stehen von dem Säulchen um mindestens einen Millimeter ab.

Das Fossil stammt aus Mjatschkowa, wo es indessen selten genug vorkommt.

Zaphrentis Rafinesque et Clifford.

Polypenstock einfach und frei, kreiselförmig. Sehr stark entwickelte fossula, welche den Platz einer der Sternlamellen einnimmt. Keine columella. Sternlamellen zahlreich, deutlich entwickelt, und über den Böden bis zur Mitte der Polypenhöhlung reichend.

Zaphrentis sp.

Ich besitze nur ein einziges Exemplar dieser Gattung aus dem oberen Bergkalk von Gshel, das indessen auch nicht in dem Zustande der Erhaltung ist, dass ich es hätte abbilden lassen sollen; indessen ist der Gattungscharakter deutlich entwickelt, und es mag daher genügen, darauf hingewiesen zu haben, dass überhaupt diese Gattung in unserem oberen Bergkalk Vertreter hat. In dem Kalk von Mjatschkowa ist bis jetzt noch keine ächte Zaphrentis gefunden, und Eichwald zieht, wie oben bemerkt, die Turbinolia arietina Fisch. mit Unrecht zur Gattung Zaphrentis.

Lonsdaleia McCoy.

Lithostrotion (pars) Fleming.

Zusammengesetzter Polypenstock, die einzelnen Stöcke prismatisch. Die Sternlamellen mit ihrem Innenrande das Mittelsäulchen berührend. Die Zellenhöhlung mit blasigem Gewebe ausgefüllt. Die Columella dick, und aus zusammengedrehten Lamellen gebildet.

Lonsdaleia floriformis Fleming sp.

Taf. V, fig. 3. a—f. fig. 4, a. b. fig. 5, a. b.

Erismatolithus Madreporites (floriformis) Martin. Petref. Derb. t. 40. f. 3, 4 und 144. f. 5. 1809.

Stylina compound Parkinson Organic remains t. 10. f. 5. 1822.

Lithostrotion floriforme Flem. Brit. anim. p. 508. 1828.

Cyathophyllum expansum Fischer de Waldheim Oryctogr. de Moscou t. 31 f. 1. p. 155.

Cyathophyllum papillatum ibidem t. 31. f. 4. p. 155.

Astraea mammillaris ibidem t. 31. f. 2, 3. p. 154.

Astraea emarcida Lam. ibidem. t. 31. f. 5. p. 154.

Astraea pentagona ibidem p. 154.

? Hydnophora Esperi ibidem t. 34. f. 4. p. 157.

Lithostrotion mammillare and astroides Lonsdale in Murch. Vern. Keys. Russia and Ural I, p. 606. f. a. b. c.

Strombodes conaxis McCoy Brit. pal. foss. p. 102. t. 3. B. f. 4.

Lonsdaleia floriformis Milne Edwards & Haime Brit. fossil corals p. 205. t. 43. f. 1. 2.

Diese Koralle überzieht ganze Flächen des Kalksteins in fusshoher compacter Schicht, und bildet, wie es scheint, den oberen Horizont des jüngeren Bergkalks. So bei Podolsk und Kolomna. Gehäuse an Gehäuse gedrängt steigen sie in prismatischen Säulen meist senkrecht auf. Zwischen den grösseren setzen oft kleine ein. Sie sind fünf- bis achteckig, und die grösseren haben einen Durchmesser von 10 bis 12 Millimeter. Die Aussenwand hat zahlreiche scharf ausgeprägte Längsrunzeln; die Querrunzeln sind mehr welliger Art. Sternlamellen erster Ordnung sind 28 bis 32 vorhanden, zwischen welche am Rande der Zelle kurze und dünne einsetzen. Die Hauptlamellen setzen sich in die Columella zum Theil fort, und wenn die letztere seitlich zusammengedrückt ist, was meist der Fall, so wird dieselbe, wie das im Querschnitt deutlich hervortritt, von einer dickeren Lamelle der Länge nach durchsetzt, welche sich aus mehreren Sternlamellen zusammengelegt hat. Die Böden ziehen sich von der Aussenwand in einem Bogen nach unten, und bilden hierdurch zwischen der Columella und der Polypenwand ein grossblasiges Gefüge. Nach der Columella hin gehen die Böden aus der geneigten in eine mehr horizontale Richtung über, und legen sich an die Columella meist mit einer kleinen Wendung nach oben an. Die vier bis fünf Millimeter im Durchmesser haltende Columella setzt scharf ab von dem übrigen Gewebe der Koralle, und zeigt im Längsschnitt von beiden Seiten schräg aufsteigende Lamellen, welche die Axe gleichsam in dicht über einander liegende Hohlkegel einschliessen. Diese Hohlkegel zeigen Längsrippen, die da, wo die Lamelle von der Aussenwand der Columelle ihren Anfang nimmt, mit den Längsrippen der Aussenwand zusammenfallen, dann senkrecht (nicht spiralig) aufsteigen, und sich an der nicht gedrehten Spitze vereinigen. Im Querschnitt zeigen diese Lamellen eine unregelmässig concentrische

Anordnung, was, wie Milaschewitsch *) meint, auf eine spirale Structur des Baues deutet. Die Spirale tritt nur deutlich hervor an der Spitze der Säule, und hat dort zur Aufstellung des Geschlechtscharakters „aus zusammengedrehten Lamellen bestehend" Veranlassung gegeben. Indessen sind diese Lamellen durchaus nicht bloss zusammengedreht, sondern so mit einander verwachsen, dass sich auf dem Säulchen Rippen gebildet haben, die der ganzen Länge der columella nach senkrecht und ziemlich parallel untereinander aufsteigen, und erst an der Spitze sich spiral aufwinden, indem hier noch dicht unter der Spitze kurze Zwischenrippen einsetzen. Im Längsschnitt lassen sich überhaupt bei guten Exemplaren vom Rande zur Mitte drei Schichten unterscheiden: die äussere grossblasige Schicht mit nach unten geneigten Böden, die mittlere mit horizontalen kürzeren Böden, und die Columella mit spitz konischen Böden, welche nach oben in eine spiral gewundene Spitze ausgeht.

McCoy giebt in seinen British palaeozoic fossils eine gute vergrösserte Abbildung unseres Fossils im Längsschnitt (t. 3. B. f. 4. a.), aber etwas zu schematisch, namentlich fehlt die Mittellamelle, an die sich die spitzen mantelförmigen Kegellamellen anlegen. In der Abbildung des Dünnschliffs bei Milaschewitsch (l. c. t. 2. f. 1, 2.) tritt zwar die Mittellamelle deutlich hervor, aber die spirale Anordnung der Kegellamellen springt doch nicht so in die Augen, wie der Autor es durch seine Zeichnung hat beweisen wollen.

In Bezug auf Fischer's Oryctographie ist noch zu bemerken, dass die fig. 4. t. 31, welche im Text als Cyathophyllum papillatum aufgeführt ist, in der Erklärung der Tafeln Astraea mammillaris genannt ist.

Es scheint überhaupt, dass Fischer meist verkieselte Exemplare vor sich gehabt hat, und die Verwechselung mit Astraea ist daher eine sehr verzeihliche, da die Astraeen aus dem Korallenkalk von Nattheim bei schlechter Erhaltung in der That unserer verkieselten Lonsdalia sehr ähnlich sehen. Was Fischer als Hydnophora Esperi l. c. abbildet, ist sehr wahrscheinlich auch eine Lonsdaleia floriformis, deren grossblasiges Gewebe rings um die columella zerstört ist; die dichteren Reste der letzteren sind dann später durch Verkieselung kommenden Jahrtausenden erhalten worden. Korallenbänke, welche aus Lonsdaleia floriformis und der folgenden Species gebildet sind, finden sich namentlich bei Podolsk und Kolomna.

Lithostrotion.

Polypenstock zusammengesetzt, durch seitliche Knospung sich vergrössernd. Die einzelnen Polypengehäuse mit einer vollständigen Epitheca bekleidet, und bald an den Seiten frei, bald durch die Aussenwände völlig mit den angrenzenden verwachsen. Die Stern-

*) Remarques sur la structure de la columelle de Lonsdaleia E. H. Bulletiu de la Soc. des Natural. de Moscou 1872.

lamellen reichen bis an die Columella, diese ist griffelförmig an der Spitze oder blattförmig. Das Polypengehäuse zeigt in der Mitte deutliche Böden, nach aussen deutliche Querlamellen.

Lithostrotion Stylaxis.

Taf. V, fig. 6. a — c.

Petalaxis Portlocki Milne Edw. & Haime Brit. foss. corals p. 204. t. 38. f. 4.

Stylaxis Portlocki M. Edw. & H. Pol. foss. des terrains palioz. p. 453.

Stylaxis MacCoyana ibidem p. 453. t. 12. f. 5.

Nach Milne Edwards und Haime gehört Lithostrotion zur Abtheilung der Cyathophyllinae, Petalaxis und Lonsdaleia zur Abtheilung der Axophyllinae. Die Cyathophyllinae haben keine wirkliche columella, sondern eine falsche, welche nichts als die Fortsetzung einer oder mehrer Sternlamellen ist. Hiernach scheint mir, dass die Gattung Petalaxis keine Berechtigung der Existenz hat, denn nach der Abbildung bei Milne Edwards & Haime zu urtheilen (l. c. t. 38. f. 4. a.) ist die etwas verdickte lamellare Axe auch nur eine Fortsetzung einer Sternlamelle. Die beiden Autoren haben die Arten der MacCoy'schen Gattung Stylaxis zu Lithostrotion gestellt, mit demselben Recht muss auch ihre Petalaxis zu Lithostrotion gestellt werden, denn der Querschnitt von Stylaxis irregularis McCoy (Brit. palaeozoic fossils t. 3. A. f. 5. a.) ist nicht wesentlich verschieden von ihrer Darstellung des Querschnitts von Petalaxis Portlocki. Bei beiden erscheint die dünne blattartige columella nur als Fortsatz von Sternlamellen. Es ist sehr wahrscheinlich, dass mein Lithostrotion Stylaxis identisch ist mit Petalaxis Portlocki M. E. & H., aber da schon ein Lithostrotion Portlocki existirt, so bleibt nichts übrig, als dieser Species einen anderen Namen zuzuertheilen, da ich es nicht für zweckmässig halte, eine neue Gattung zu creiren auf Grund eines wenig hervorstechenden Charakters, wie der ist, dass bei einigen Arten von Lithostrotion die falsche Columella ganz dünn und blattartig ist, während sie bei anderen in der Mitte mehr anschwillt, und dadurch im Durchschnitt eine mehr elliptische Form darbietet. Die Polypengehäuse von L. stylaxis sind prismatische fünf- bis siebeneckige Röhren, die aussen längsgefurcht sind, und zwar auf jeder Seite mit 5 bis 6 Furchen. Querfurchen sind in unregelmässigen Abständen ebenfalls vorhanden. Der Kelch ist wenig tief, die columella erhebt sich etwas über die Sternlamellen in Form eines an der Spitze abgerundeten Blättchens. Sternlamellen erster Ordnung sind nur 12 — 13 vorhanden, zwischen welche selten Lamellen zweiter Ordnung einsetzen. Der Durchmesser der Gehäuse beträgt 4 — 5 Millimeter. Das Innere der Gehäuse ist mit blasigem Gewebe ausgefüllt, und zwar ziehen die Böden von der Aussenwand anfangs nach unten, durchsetzen aber gegen die Mitte hin die Sternlamellen mehr in horizontaler Richtung. Nach aussen ist das Gefüge mehr grossblasig, nach innen kleinblasiger.

Lithostrotion flexuosum Trd.

Stylaxis irregularis M'Coy. Brit. Palaeoz. fossils p. 101. t. 3. A. f. 5.

Taf. V, fig. 7. a. b.

Da das Genus Stylaxis nicht aufrecht erhalten werden kann, so muss auch hier eine andere Speziesbenennung eintreten, da der Name irregulare schon für eine andere Lithostrotionart verbraucht worden ist. Der allgemeine Habitus der Koralle ist ein sehr charakteristischer, da die Gehäuse nicht gerade aufsteigen, wie bei den übrigen Lithostrotionarten, sondern hinundher gebogen sind. Bei dem mir vorliegenden Exemplar sind alle Theile frisch erhalten, und alle Wände und Lamellen sind zart und dünn. Die Aussenwände sind der Länge nach gerieft. Im Längsschnitt zeigt sich das Gewebe grossblasig, nach innen kleinblasig. Im Querbruch sieht man, dass die Böden die Mitte des Gehäuses fast in horizontaler Lage durchsetzen. Sternlamellen giebt es ungefähr 16. Die Pseudocolumella ist dünn und ist mitunter nichts als das Verbindungsblättchen zwischen zwei gegenüberstehenden Sternlamellen. Im Längsschnitt zeigt sich namentlich deutlich das Charakteristische der Art, da hierdurch die Gehäuse in den verschiedensten Richtungen durchschnitten sind. Der Durchmesser der einzelnen Gehäuse ist wie bei der vorigen Art 4 — 5 Millimeter.

Die Koralle kommt in den oberen Lagen des Bergkalks bei Podolsk vor.

Lithostrotion gorgoneum nov. sp.

Taf. V, fig. 8. a — c.

Von den freien Lithostrotion-Arten, d. h. von den Arten, deren Aussenwände nicht mit den angrenzenden Polypenstöcken verwachsen sind, habe ich nur eine Art gefunden, und zwar eine, die ich nicht mit den schon beschriebenen identificiren kann. Lonsdale hat in Russia and the Ural mountains I pag. 598 — 600. vier solcher unverbundenen Arten unter dem Gattungsnamen Lithodendron beschrieben. L. costatum hat starke Längsrippen, von denen sich bei unserer auf manchen Röhren keine Spur zeigt, auf anderen ist die Streifung schwach. L. fasciculatum Phillips zeigt seitlich häufig vereinigte Stöcke und hat blasiges Gewebe, was bei unserem nicht der Fall ist. Graf Keyserling bildet (Petschora t. 3. f, 1.) ein Lithodendron concameratum ab, welches mit unserer Art, nach der Abbildung zu urtheilen, vollständig übereinstimmen würde, wenn er nicht im Text sagte (p. 169.), dass die Röhren durch viele Quersprossen miteinander verbunden wären, was bei L. gorgoneum gar nicht zu beobachten ist. Bei L. annulatum Lonsd. ziehen sich die Diaphragmen wellig in die Höhe, was ebenfalls bei L. gorgoneum nicht der Fall ist. Lithodendron sexdecimale Phill. zeigt sich verästelt, was bei unserer Species

ebenfalls nicht vorkommt. Fischer von Waldheim bildet in seiner Oryctographie zwei Arten von Spirolina ab, sulcata und denticulata, welche Bronn im Nomenclator palaeontologicus für Fragmente von Crinoideenstielen hält; ich bin der Meinung, dass es wahrscheinlich Röhren von Lithostrotion sind, t. XII, f. 4. möglicher Weise sogar eine Röhre von L. gorgoneum, indessen giebt die Beschreibung (p. 127.) dieser Voraussetzung keinerlei weitere Grundlage oder Anhalt.

Lithostrotion gorgoneum ist folgendermassen characterisirt: Bündel von sehr stark hin und her gebogenen durcheinander geschlungenen Röhren; die 2 bis 2½ Millimeter im Durchmesser haltenden Röhren sind cylindrisch, schwach durch Anwachsstreifen geringelt und glatt; wenn sie mit Längsrippen versehen erscheinen, so ist das nur eine Folge der Verwitterung, da die Rippen von den Sternlamellen herrühren. Auf dem Querschnitte der Röhren zeigen sich 16 Sternlamellen, die alle bis zur Columella reichen, zwischen diese Hauptlamellen sind 16 kurze eingesetzt, die nur bis zum Drittel des Halbmessers reichen, und deren Enden durch senkrechte Lamellen zu einer Art Röhre miteinander verbunden sind. Ist der Zwischenraum zwischen dieser Röhre und der äusseren Wand mit Kalk ausgefüllt, wie das oft der Fall ist, so gewinnt es den Anschein, als wenn die äussere Wand sehr dick wäre. Im Längsdurchschnitt erscheinen die Röhren durch fast horizontale wenig gewölbte Querwände in Zellen getheilt, aber diese Horizontalität erstreckt sich nur bis zu der erwähnten Innenwand, und von dort ziehen sich die Diaphragmen nach unten, um sich in einem Bogen an die Aussenwand anzulegen. Zwischen der Innenwand und der Columella sind senkrechte Lamellen fast nie vorhanden. Die Columella stellt einen dünnen, und wie es scheint, hohlen Cylinder dar.

Hydnophora Fischer von Waldheim.

Der Gründer dieser Gattung sagt in seinen „Recherches sur les Hydnophores 1810“, dass diese Koralle steinige, krustenförmige, rundliche oder lappenartige Ausbreitungen bilde, deren Oberfläche mit blättrigen Sternen besäet sei und dass das Centrum der letzteren mehr oder weniger hervorstehe. Er fügt hinzu, dass die Asträen sich von den Hydnophoren durch das hohle und eingesenkte Centrum unterscheiden. Diese Charakteristik ist in der Oryctographie du gouvernement de Moscou desselben Verfassers dahin vervollständigt, dass es heisst: „Das mehr oder weniger erhöhte Centrum trägt strahlenförmige Lamellen.“ Fischer stellt das Genus Hydnophora zwischen die Mäandrinen und Asträen.

Lamarck hielt seine Monticularia für identisch mit Fischer's Hydnophora, und machte ihm den Vorwurf *), dass er wissentlich dafür einen anderen Namen adoptirt habe.

*) Lamarck, histoire naturelle. p. 249.

Fischer dagegen wies nach *), dass die Figuren Lamarck's von Monticularia nach seinen Zeichnungen von Hydnophora angefertigt wären, und dass in Lamarck's Werken erst in den Jahren 1812 und 1816 von Monticularia die Rede gewesen, während die erste Beschreibung der Hydnophora schon 1807 in Fischer's Muséum Démidoff erschienen wäre. Milne Edwards & Haime folgen insofern dem Beispiel Lamarck's **), als sie ebenfalls Hydnophora und Monticularia zusammenwerfen, die sie in ihre Abtheilung der Aporosa stellen, und sie der Unterabtheilung der Astreinae confluentes anreihen, ohne indessen, wie es scheint, die ächte Hydnophora gesehen zu haben. Die Charakteristik der Gattung passt denn auch nicht auf Hydnophora, da sie ihr dicke Kelchwände zuschreiben, die nicht vorhanden sind, und ihr die Columella absprechen, die immer vorhanden ist. Milne Edwards und Haime führen aus dem Silur von Wenlock eine Labechea (Monticularia) an, die sie zwischen Monteculipora und Halysites stellen, woraus gleichfalls hervorgeht, dass ihnen die Form unserer Hydnophora unbekannt war.

Lonsdale (Geology of Russia I. p. 625.) nennt die Hydnophora Fischer's ebenfalls Monticularia ***), doch ist das von ihm untersuchte und mit Hydnophora identificirte Fossil ein silurisches aus dem Gouv. Kowno, das wegen mangelhafter Erhaltung keine nähere Vergleichung zuliess.

Eichwald stellt nach dem Beispiel Milne Edwards und Haime's die Gattung Hydnophora auch zu den Astraeiden, und führt eine H. radula aus dem silurischen Korallenkalk von Kamenjetz-Podolsk auf. ****) Von den Moskauer Hydnophoren führt er H. Sternbergi Fisch. an, und fügt hinzu, dass sie möglicher Weise der Gattung Labechea angehöre. Er erwähnt auch, dass Bronn in seinem Nomenclator die Verwechselung mit Schuppen von ganoiden Fischen für möglich gehalten, dass aber nach seinem Dafürhalten auch manche von den von Fischer beschriebenen Arten zu Astraea oder Lithostrotion gehören könnten. †)

Bronn stellt Hydnophora zu seinen Eporosa in die Abtheilung der Astraeidae und zwar an das Ende der Lithophyllacea, gleichsam als Uebergang zu den Faviacea, „deren Stöcke massig sind, ohne Reihenstellung der bei der Selbsttheilung unterscheidbar bleibenden Becher". Das Genus ist bei ihm ähnlich wie bei Milne Edwards & Haime charakterisirt „Wandhügel in Höcker abgetheilt."

Nach meinen Untersuchungen gehört die Gattung Hydnophora zu den Cyathophylli-

---

*) Oryctographie de Moscou.

**) British fossil corals p. XXXVIII.

***) Monticularia Sternbergi Fisch.

****) Lethaea rossica I. p. 410, 441.

†) De Fromentel giebt, wie es scheint, Comoseris Edw. & Haime für Hydnophora aus. (Paléont. franç. terr. crétacé t. 115 et 113.) Man sieht daraus, was für eine haarsträubende Confusion zum Theil noch in der Korallenliteratur herrscht!

nen Milne Edwards & Haime's, und zwar in die Nähe der Gattung Lithostrotion. Es ist eine zusammengesetzte Koralle, welche durch Vereinigung ihrer Stöcke Ueberzüge und lappenartige Decken bildet, wenn auch nicht in so grossem Maasstabe wie bei Lithostrotion und Lonsdaleia. Die Gattung unterscheidet sich von den genannten Genera auf den ersten Blick durch die Abwesenheit der Kelchwände. Im Querschnitte zeigen sich also nicht die polygonalen Figuren wie bei Lithostrotion und Lonsdaleia. Im Gegentheil treten, namentlich bei verwitterten Stücken kreisrunde Wände hervor, innerhalb welcher die Sternlamellen sich befinden. Eine griffelartige Columella ist vorhanden, die aber nur eine Fortsetzung einer oder zweier Sternlamellen ist, eine für die Cyathophyllinen charakteristische Bildung. Ausserhalb der oben erwähnten kreisrunden oder besser cylindrischen Wände ist weitmaschiges blasiges Gewebe, meist horizontal gelagert, welches die Individuen mit einander verbindet, so dass keinerlei Gränze zwischen denselben vorhanden ist. Im senkrechten Durchschnitt sehen die Stücke den Lithostrotion-Colonien sehr ähnlich, da die Innen- und Aussenwände sich hier nicht scharf unterscheiden, aber im Querschnitt liegen die Sternchen der Sternlamellen in dem blasigen Gewebe zerstreut, und treten selbst die Innenwände nicht scharf im Umriss hervor. Die Oberfläche der Kolonie ist uneben; und zwischen den Sternen zeigen sich reihenweise Vertiefungen, welche auf die Zwischenräume der Lamellenblasen weisen. Die von Fischer beschriebenen Erhöhungen entstehen nur durch Verwitterung, indem die cylinderförmigen Innenwände der Verwitterung länger widerstehen, als das blasige Gewebe und selbst die Sternlamellen. Die Stöcke bilden im Allgemeinen dünnere Ueberzüge als Lithostrotion z. B. von 3 Centimeter, doch erreichen sie ausnahmsweise, wie es scheint, auch die Dicke von einem Decimeter.

Hydnophora Humboldti Fisch,

Oryctogr. p. 158. t. 33. f. 1.

Taf. VI, fig. 1. a — c.

Alle Stücke von Hydnophora, welche ich in dem Moskauer Bergkalk gesammelt habe, kann ich nur auf eine einzige Art beziehen, und da von den in Fischer's Oryctographie abgebildeten Hydnophoren nur die obengenannte ein deutlicheres Bild giebt, so habe ich ihr diesen Namen erhalten. — Die Sternchen bestehen aus zehn Lamellen; die Columella steht nach oben hin frei, so dass die Septa nicht ganz an ihre Spitze heranreichen. Die Sternchen sind unregelmässig über die Oberfläche zerstreut, und stehen 4 — 6 Millimeter von einander entfernt. Der Durchmesser der Sternchen d. h. der inneren Lamellencylinder überschreitet nicht zwei Millimeter. Die Oberfläche zwischen den Sternen ist uneben, und auf derselben sind hier und da vier bis fünf parallele Eindrücke bemerkbar, die

zuweilen von den Sternen auszugehen scheinen. Die Sterncylinder steigen nicht regelmässig senkrecht auf, da ein senkrecht geführter Schnitt sie nicht gleichmässig durchschneidet. Das blasige Zwischengewebe ist horizontal gestreckt und zieht sich an den Sterncylindern ein wenig herunter. Das Lumen der Blasen ist im senkrechten Sinne $^1/_2$ bis $^3/_4$ Millimeter, in horizontalem Sinne 1 — 2 Millimeter. Die Sternlamellen sind ebenfalls durch horizontale Böden mit einander verbunden.

Sind die Sternchen ausgewittert, das blasige Gewebe und die Sterncylinder verkieselt, so erscheint die Koralle als ein Fossil, dessen rauhe Oberfläche von grossen runden Oeffnungen (den Enden der Röhren) durchbohrt ist; die Ränder dieser Löcher erheben sich über die übrige Oberfläche und von ihnen gehen nach allen Seiten strahlenförmige Vertiefungen aus, ganz so wie es Oryctographie t. 33. f. 2. abgebildet ist, und was Fischer von Waldheim H. Freieslebeni genannt hat. H. Esperi t. 34. f. 4 desselben Werks glaubt der Verfasser selbst für eine Asträa (d. h. nach unserer jetzigen Auffassung ein Lithostrotion) halten zu müssen (l. c. p. 157.). H. Cuvieri t. 34. f. 2. gehört vielleicht auch zu Lithostrotion. H. Molli (t. 34. f. 1.) und H. Henningi (t. 34. f. 3.) dürften wohl auch nur verschiedene Verwitterungsstufen der H. Humboldti sein. Ob H. Sternbergi (t. 34. f. 5.) mit dichter stehenden Sternchen eine selbstständige Species ist, will ich dahingestellt sein lassen, mir ist dergleichen bis jetzt noch nicht zu Gesicht gekommen. Das (t. 6. f. 1. a. b.) abgebildete kleinere Exemplar stammt aus dem Fusulinenkalk von Mjatschkowa, das zweite grössere (t. 6. f. 1. c.) stammt auch von Mjatschkowa und befindet sich in der Sammlung des Herrn Wischnjakov.

Rhizopoda.

Die Rhizopoden des Bergkalks sind in der neuesten Zeit mehrfach monographisch bearbeitet worden, so von Brady und von V. v. Möller; ich verweise namentlich auf die vortreffliche Abhandlung des letzteren *), und gebe hier nur der Vollständigkeit wegen kurzen Bericht über die im Moskauer Bergkalk vorkommenden Geschlechter und Arten.

Nummulina d'Orb.

Schale frei, spiral, gleichseitig oder fast gleichseitig, regelmässig, scheiben- und linsenförmig. Umgänge umfassend, der letzte den vorhergehenden umschliessend und sich in denselben allmählich verlierend. Die Scheidewände sind durch eine dicht an der Wand der vorhergehenden Windung befindlichen Oeffnung mit einander verbunden.

*) Спирально-свернутыя фораминиферы каменноугольнаго известняка Россіи В. Мёллера. С.-Петербургъ 1878 г.

Nummulina antiquior Rouill.

Taf. VI, fig. 3.

Rouillier et Vosinsky. Etudes progressives. Bullet. de la Soc. des Natural. de Moscou 1849. II. p. 337. t. K. f. 66 — 84.

Orobias antiquior Eichw. Lethaea rossica I. p. 353.

„ aequalis Eichw. l. c. p. 353. t. 22. f. 16.

Fusulina antiquior Brady. Notes on a group of russian Fusulinae. Ann. and Magazine of Natur. hist. vol. XVIII. p. 418. 419.

Fusulina aequalis Brady l. c. p. 419.

Nummulina antiquior Brady Carbonif. and Permian Foraminifera p. 147.

Dieses Fossil, welches übrigens in dem Bergkalk von Mjatschkowo äusserst selten zu sein scheint *), wird von Rouillier folgendermassen charakterisirt: Linsenförmig, oval, am Rande abgerundet und unregelmässig. Obere Seite abgerundet kegelförmig und viel gewölbter als die Unterseite. Oberfläche glatt. Die spiralen Windungen vollständig umfassend. Die Schale auf den Seiten dickblättrig, am Rande dünn. Die Windungen durch nach aussen convexe Scheidewände in ungleiche und unregelmässige Kammern getheilt. Die Primordialkammer ist viel grösser als die anderen und rund, was den jüngeren Individuen eine andere Form giebt, während die älteren sich während des Wachsthums abplatten. Hebt man das äussere Blättchen ab, so zeigt das darunter liegende radiale von der Mitte nach dem Rande verlaufende Erhöhungen, die in der Richtung mit den Kammerwänden der letzten Windung zusammenfallen.

Eichwald hat aus N. antiquior eine neue Gattung (Orobias) gemacht, und diese in zwei Arten gespalten. Weder zu der einen Operation noch zu der anderen war Grund vorhanden, da das in Frage stehende Fossil die wesentlichen Merkmale der Gattung Nummulina hat, und die mehr oder weniger grosse Ungleichseitigkeit des Fossils auch die Trennung in zwei verschiedene Species nicht rechtfertigen kann. Mir will scheinen, dass die mehr oder weniger excentrische Stellung der grossen Primordialkammer oder ihre nicht vollkommen sphärische Form eine stärkere Convexität der einen Seite des Gehäuses und eine dem entsprechende Verflachung der anderen herbeiführen könnte. In meinem Besitze befindet sich ein grösseres horizontal gespaltenes Exemplar, das vollkommen mit dem von Rouillier l. c. f. 74. abgebildeten übereinstimmt. Kleinere Individuen sind noch

*) Die mir zu Gebot stehenden Exemplare stammen aus der Sammlung des verstorbenen Fahrenkohl; seit der ersten Entdeckung scheint kein neuer Fund dieses Fossils gemacht worden zu sein.

mehrere vorhanden, auch sie zeichnen sich durch grosse Primordialkammern aus, doch tritt bei keinem die Ungleichseitigkeit so stark hervor, wie in Rouillier's Fig. 69.

Eine mir von Hrn. Wischnjakov überlassene Nummulina antiquior, welche ihm als von Mjatschkowa stammend übergeben war, erwies sich als eine andere, möglicher Weise tertiäre Art nach den Dünnschliffen zu urtheilen, die ich davon hatte anfertigen lassen. Nach der Aussage des Hrn. Milaschewitsch befindet sich auch eine angeblich in Mjatschkowa gefundene Nummulina, die für eine Nummulina aus dem Tertiär der Krim gehalten wird. Man sieht, wie vorsichtig man mit dem Material umgehen muss, das man nicht eigenhändig an Ort und Stelle aufgelesen hat.

Fusulina Fischer.

Schale frei, regelmässig, gleichseitig, fast spindelförmig, in die Quere verlängert, gleichmässig anwachsend, der letzte Umgang die vorhergehenden vollständig umfassend. Die centralen in die Quere verlängerten Kammern sind einfach, ohne innere Scheidewände, theilen sich aber in den beiden Enden der Schale mit spiraliger Anordnung. Die einzige Oeffnung bildet einen dem vorhergehenden Umgang anliegenden Querspalt.

Fusulina cylindrica Fischer.

Taf. VI, fig. 2. a. b.

Fusulina cylindrica Fisch. Bull. de Moscou 1829. p. 126. t. 13. f. 1 — 5.
„ „ „ Oryctographie de Moscou p. 126. t. 18. f. 1 — 5.
„ depressa Fisch. ibidem p. 126. t. 13. f. 6 — 11.
„ cylindrica? Meek & Hayden Palaeont. Upper Missouri p. 14. t. 1. f. 6.
„ cylindrica? Meek Palaeont. California I. p. 4. t. 2. f. 2.
„ gracilis? Meek Palaeont. of Calif. p. 4. t. 2. f. 1.
„ cylindrica? Geinitz. Carb. and Dyas in Nebraska p. 71. t. 5. f. 5.
„ „ ? Hayden Final report Nebraska p. 140. t. 1. 2. 5. 7.

Dieses Fossil bildet in Mjatschkowa eine der untersten Bänke des Bergkalks und wird von den dortigen Arbeitern goroch (Erbse) genannt. Bei Kolomna an der Oka und bei Nasarewo an der Kljasma finden sich ebenfalls blossgelegte Schichten. Die Erhaltung der Fusulinen in dem Gestein von Mjatschkowa ist keine besonders günstige, da die Schalen von einem Kalksinter bedeckt sind, der auch theilweise in die Gehäuse eingedrungen ist, und dadurch oft einen klaren Einblick in die innere Structur des Gehäuses hindert. Die beste Erhaltung zeigen, so weit mir bekannt, innerhalb des Gouvernements Moskau,

die Fusulinen von Nasarewo. Die Gehäuse sind vier bis sechs Millimeter lang, und in der Mitte anderthalb bis zwei Millimeter breit; die Enden der Spindel sind abgestumpft. Die Oberfläche ist glatt, doch entstehen durch die Septa parallel von einem Ende zum anderen verlaufende Linien, die bei etwas abgenutzten Exemplaren natürlich deutlicher hervortreten. Die Spaltöffnung ist meist durch Kalk verdeckt. Ein Querschnitt durch die Mitte des Gewindes zeigt sechs Windungen, und in der äusseren Windung 25 — 30 Septa Wenn die Wände der grossen centralen Kammern weggebrochen sind, was häufig vorkommt, so sieht man, wie sich ein breiter glatter Gürtel um die inneren Windungen herumzieht. Ist die Aussenwand der ganzen Länge nach weggebrochen, so werden die hin und hergebogenen Septa freigelegt, die sich in der Weise nähern, dass sie spiral aufsteigende Zellenreihen bilden. Diese Zellen sind ziemlich gleich gross gegen die Mitte hin, scheinen aber nach den Enden der Spindel hin mehr oder weniger die regelmässige Gestalt und Anordung zu verlieren. In dem Längsschnitt, der durch die Mitte der Spindel geführt ist, ist von dieser Regelmässigkeit nichts wahrzunehmen, dagegen treten die Mittelkammern und die nach den Enden übergreifenden Windungen gut hervor.

Was in der Géologie de la Russie d'Europe von Murchison, Verneuil, Keyserling als Fusulina cylindrica beschrieben und abgebildet ist (II. p. 16. t. 1. f. 1), wird von Möller zu einer besonderen Species erhoben, die er nach Ehrenberg's Vorgang (Alveolina montipara Mikrogeologie t. 37. C. f. 5.) Fusulina montipara nennt. Diese Art kommt nicht im Bergkalk von Mjatschkowa vor.

Bradyina v. Möller.

Nonionina Eichwald } zum Theil.
Lituola Brady }

Freie, spiral gewundene, nautilusartige, doch nicht gleichseitige Kalkgehäuse. Primordialkammer eiförmig. Das Gehäuse windet sich wie über einem sehr niedrigen Kegel auf. Die Windungen sind nichts desto weniger umfassend. Kammern sind in der letzten Windung sieben bis acht. Unter der Spitze des Windungskegels liegt eine ziemlich grosse Seitenkammer. Das Gehäuse hat so viel Einschnürungen wie Kammern, und in der Tiefe liegen zahlreiche die Schale durchbohrende runde oder längliche Oeffnungen. Diese Löcher sind die Mündungen breiter Kanäle, welche sich innerhalb der aus zwei Blättchen zusammengewachsenen Kammerwände befinden. Die Kammerwände haben am unteren Rande eine halbmondförmige Oeffnung. Die letzte Kammer ist geschlossen, und zeigt nur an der Stelle der halbmondförmigen Oeffnung eine Reihe von Poren. Das neue Geschlecht steht der Abtheilung der Rotalinae Carp. am nächsten, unterscheidet sich aber von diesem durch die umfassenden Windungen, die Seitenkammer und die breiten Kanäle in den Kammerwänden.

Bradyina nautiliformis v. Möller.

Спирально-свѣрнутыя формаминиферы каменноуг. извести. Россіи 1878.

Taf. VI, fig. 5. a. b. c.

Diese einem dicken Nautilus ähnliche Foraminifere findet sich nächst der Fusulina cylindrica am häufigsten in dem Bergkalk von Mjatschkowa, und zwar hier und da zerstreut im Fusulinenkalk. Von der nahe verwandten Bradyina (Nonionina) rotula Eichw. unterscheidet sich diese Art dadurch, dass in den Einschnürungen der Schale sich eine Reihe von Spaltöffnungen befindet, die rechtwinklig zu der Einschnürungslinie stehen, während bei B. rotula die Schale an denselben Stellen von runden Oeffnungen durchbohrt ist. Von Nabel zu Nabel sind solcher Spaltöffnungen 18 — 20. Die letzte Kammer ist, wie oben schon bemerkt, durch eine Aussenwand geschlossen, doch ist diese oft zerbrochen, und dann tritt die halbmondförmige Oeffnung der nächsten Kammerwand hervor. Die Zahl der Kammern der letzten Windung ist bei ausgewachsenen Exemplaren 8 — 9.

Endothyra Phillips.

Gehäuse frei, spiralförmig gewunden, mehr oder weniger ungleichseitig. Umgänge umfassend. Textur fein porös (nach Brady fast sandig), Oberfläche glatt. In der äusseren Wand der letzten Kammer eine grosse einfache Oeffnung am unteren Rande, ebenso in allen Kammerwänden. In der letzten Windung nicht mehr als 20 Kammern. (Nach Brady und Möller.)

Endothyra crassa Brady.

A monograph of carbon. and permian Foraminifera p. 97. t. 5. f. 15. 17.

Endothyra crassa Möller. Спирально-свернутыя фораминифера t. 4. f. 2. t. 12. f. 1. a. b.

Fast kugeliges Gehäuse, von den Seiten wenig zusammengedrückt und mit einer kleinen Zahl Einschnürungen; der wenig tiefe Nabel verdeckt. Nur die letzte Windung ist sichtbar. Windungen nur vier. Kammern in ausgewachsenen Individuen 12 — 13. Die grosse Mündung nimmt die Hälfte der Windungsbreite ein. Die grössten Gehäuse sind kaum 1,5 Mm. im Durchmesser gross und einen Mm. dick.

Fusulinella Möller 1877.

Melonia, Borelis, Alveolina Ehrenb. Fusulina Abich, Schwager, Brady.

Freies, symmetrisches, spindel-kugel- oder linsenförmiges Kalkgehäuse. Vollständig

umfassende Umgänge, von denen nur der letzte sichtbar ist. Oberfläche mit zahlreichen Furchen, die auf der Anheftungslinie der Kammerwände liegen. Die Kammerwände mit einer Querspalte, so auch die Aussenwand der letzten Kammer. Die Wände des Gehäuses haben keine Porenkanäle, ebenso wenig wie die Kammerwände, aber sie sind doppelt. Sie bestehen aus einer dünnen oberen, und einer dickeren unteren Schicht. Die obere dünne, aber dichte Schicht wird noch von einer Supplementschicht bedeckt (intermediate or supplemental skeleton Carp.), die manchmal auch ziemlich dick ist. Die Hauptmerkmale der neuen Gattung sind demnach die dichte Structur der Schale, die doppelten Wände und die Supplementschicht. Weitere Studien verwandter Formen müssen zeigen, ob die neue Gattung in der vorstehenden Fassung aufrecht erhalten werden kann.

Fusulinella sphaeroidea Ehrenb. sp.

Taf. VI, fig. 4.

Borelis sphaeroidea? Ehrenberg Mikrogeologie 1854. t. 37. X. D. f. 1 — 4.
„ constricta ibidem f. 5. 6.
„ labyrinthiformis ibidem XI. f. 3.
„ Palaeosphaera ibidem XI. f. 7. 8.
Fusulina sphaeroidea Brady. Notes of a group of russian Fusulinae t. 18. f. 7. 8. 21.
„ princeps ibidem p. 417. t. 18. f. 5. 6.
Schwagerina sphaeroidea Möller. Neues Jahrbuch f. Mineralogie 1877. p. 144.

Kugelförmiges, sehr wenig von den Seiten zusammengedrücktes, mit zahlreichen meridianalen Furchen bedecktes Gehäuse. Primordialkammer sphärisch. Nicht mehr als sieben Windungen, die letzte mit zwanzig Kammern. Die mittelständige Oeffnung in den Kammerwänden und in der Aussenwand der letzten Kammer ist nicht gross, und nimmt nur $^1/_7$ bis $^1/_5$ der Windungsbreite ein. Die grössten Exemplare erreichen einen Durchmesser von fast zwei Millimeter, nach Möller 1,81 im Durchmesser und 1,71 dick. Das Fossil scheint nicht häufig zu sein, denn im Kalk von Mjatschkowa ist es von mir nur in wenigen Exemplaren gefunden worden, doch kommt es auch im Kalk von Ratowka und von Protopopowa vor.

Fusulinella Bradyi v. Möller.

Спирально-свѣрнутыя фузулины p. 173. t. 5. f. 5. t. 15. f. 2. a. b.
Borelis Palaeolophus Ehrenb. Mikrogeologie t. 37. XI. f. 4. 5.
„ Palaeophacus. Ehrenb. ibid. t. 37. XI. f. 6.
Fusulina aequalis Brady. Notes on a group of russ. Fusulinae p. 418. t. 18. f. 10—13. 19. 20.

Nach Möller kommt diese Art ebenfalls im Bergkalk von Mjatschkowa vor; da ich nicht deutlich erhaltene Exemplare davon besitze, so gebe ich die Charakteristik derselben nach Möller's Abhandlung im Auszuge wie folgt: Linsenförmiges mit radialen, seichten und etwas gebogenen Furchen besetztes Gehäuse. Nicht immer symmetrisch, da nicht selten eine Seite mehr entwickelt ist, als die andere. Primordialkammer im Querschnitt länglich oval. Zahl der Umgänge nicht mehr als sieben, Kammern im letzten Umgange 20; die mittelständige Oeffnung der Kammerwände halbmondförmig, $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$ der Windungsbreite einnehmend. Die grössten Individuen erreichen einen Durchmesser von zwei Mm., bei einer Dicke von einem Mm.

Bigenerina d'Orbigny.

Gehäuse frei, regelmässig, länglich, aus zahlreichen Kammern gebildet, die früheren in zwei alternirenden parallelen Reihen, die späteren einreihig, gerade oder gekrümmt. Oeffnung einfach oder labyrinthisch. Oberfläche rauh.

Bigenerina mitrata nova sp.

Taf. VI, fig. 6. a. b. c.

Die letzte Kammer rund mützenförmig, oben flach. Textur schwammig, auf der Oberfläche unregelmässig durchlöchert, die Löcher von verschiedener Grösse und Form. Die letzte Scheidewand von einer fast kreisförmigen grossen Oeffnung durchbrochen, die von einer kreisförmigen Vertiefung umgeben ist. Einreihige Kammern, wie es scheint, nur zwei. Die zweireihigen Kammern bauchig, wenig zusammengedrückt, die Oeffnungen der Kammerwände einfach, aber von verschiedener Form. Länge des ganzen Gehäuses zwei Millimeter. Fundort gelber Fusulinenkalk vom Ufer der Lubjanka bei Podolsk im Gouv. Moskau.

Ausser den aufgeführten Rhizopoden kommen im Bergkalk von Mjatschkowa noch einige andere Formen vor, von denen indessen noch nicht hinreichend vollständiges Material gesammelt ist, um sofortige sichere Bestimmung zu ermöglichen. Namentlich scheint die Brady'sche neue Gattung Stacheia vertreten zu sein, wenigstens befinden sich in meinem Besitz kleine Gehäuse aus dem Bergkalk von Mjatschkowa, welche grosse Aehnlichkeit mit Stacheia *) marginuloides Brady haben. Auch Textilarien-ähnliche Formen sind vorhanden, doch ebenfalls zu undeutlich, um eine nähere Bestimmung zuzulassen.

*) Wie mögen die Engländer diesen neuen Gattungsnamen aussprechen? „Nomina generica, quae characterem essentialem vel habitum exhibent, optima sunt" „Habitus indicat similitudinem, qua excitatur idea, et ex idea nomen." (Philosophia botanica § 210.). Diese goldenen Worte Linné's scheinen immer mehr in Vergessenheit zu gerathen, es ist daher angemessen, von Zeit zu Zeit daran zu erinnern.

Scyphia sp.

Taf. VI, fig. 7. a. b.

Von schwammartigen Gebilden kommen Scyphien vor, walzenförmige Körper, von einer senkrechten Röhre durchbohrt, wie sie in verschiedenen Formationen, vom Silur aufwärts nicht selten gefunden sind. Goldfuss hat deren eine grössere Zahl abgebildet und Eichwald führt sie aus dem Petersburger Silur auf. Michelin hat sie als Spongia aufgeführt. Die Form der Scyphien des oberen Bergkalks ist kaum verschieden von der Form der Scyphien anderer Formationen, und es dürfte schwer sein, ein unterscheidendes Merkmal herauszufinden, das man zur Aufstellung einer besonderen Art benutzen könnte. Die Oberfläche ist rauh, die Masse porös, die Form cylinderförmig, aber auch conisch, die Röhre an den beiden Enden zuweilen ungleich weit. Die Substanz ist der Hauptsache nach kohlensaurer Kalk, aber in Salzsäure aufgelöst bleibt ein Kieselskelett zurück, das keinerlei regelmässiges Gefüge zeigt, sondern ein Haufwerk verschieden geformter Kieselmassen darstellt. Fundort der Scyphien ist der Fusulinenkalk von Mjatschkowa.

Plantae.

Sagminaria calcicola Trd.

Einige Crinoideen des jüngeren Bergkalks. Bull. d. Moscou 1867. p. 46. Umbellularia longimana Fisch. Recherches sur les fossiles du gouvernement de Moscou. 1811. Oryctographie du gouvern. de Moscou p. 152.

Im mergeligen Kalke von Mjatschkowo und an anderen Stellen finden sich nicht selten Abdrücke, die vom Winde bewegten Grasbüscheln ähnlich sehen, und ohne Zweifel von Fucus ähnlichen Seepflanzen herrühren In den paläolithischen Sedimenten Nordamerikas scheinen ähnliche Dinge vorzukommen, wie der Cauda galli-grit des Devonischen beweist, Abdrücke hahnenschwanzähnlich, die man auch fucoiden Pflanzen zuschreibt. Auch die in Rede stehende Sagminaria kann man gut einem Hahnenschwanz vergleichen, da der Schwung der Linien ganz und gar daran erinnert. Fischer von Waldheim hielt diese Abdrücke für Reste eines actinoiden mit Armen versehenen Thiers, aber nachdem viele von diesen Platten durch meine Hände gegangen sind, ist es mir zur vollen Ueberzeugung geworden, dass die Abdrücke nur auf vegetabilische Reste deuten können. Die Platte, nach welcher Fischer die citirte Abbildung hat zeichnen lassen, ist, wie er in seiner Oryctographie sagt, verloren gegangen, aber die Abbildung selbst ist wenig geeignet, meine Meinung über den vegetabilischen Ursprung des Abdrucks zu erschüttern. Wenn ich noch eine Aehnlichkeit hervorheben soll, so ist es die mit der Meeralge Cancellophycus scoparius Saporta aus dem französischen Unteroolith oder Bajocien. Die Abbildung (Paléont. franc. plantes jurassiques p. 137. t. 6.) giebt ziemlich genau das Bild unserer Sagminaria wieder.

Im letzten Jahre ist noch eine Mergelplatte in meine Hände gekommen, welche ebenfalls Abdrücke einer fucoiden Meeresalge trägt. Es sind bandartige, dicht neben einanderliegende und wenig radial auseinandergehende Blätter, welche sich nach unten zu zu einer breiteren Blattfläche vereinigen. Die Erhaltung ist indessen doch nicht so, dass eine nähere Bestimmung zulässig wäre, und müssen zur eingehenderen Beschreibung weitere Funde abgewartet werden.

Nachtrag.

Während der Bearbeitung des vorliegenden Werkes sind im oberen Bergkalk noch mehrere Fossilien gefunden worden, die, theils neu, theils in vollständigerer Erhaltung, verdienen, noch zur Vervollständigung des Ganzen aufgenommen zu werden. Ich habe sie daher abbilden lassen, und gebe ihre Beschreibung, indem ich nicht versäumen werde, die Stellen in den beiden ersten Theilen der Abhandlung anzugeben, auf welche sich das Neue oder Vervollständigte bezieht.

Pisces.

Edestus Leidy.

Die Kinnladen in Segmente getheilt, die Segmente schräg auslaufend und ausgehöhlt nach hinten. Die Zähne in der Form denen von Carcharodon ähnlich. Ihre Knochensubstanz mit der der Kinnladen verwachsen.

Edestus protopirata Trd.

Taf. VI, fig. 8. a — c.

Dieser Zahn ist der erste dieser Gattung, der überhaupt in Europa gefunden worden ist. McCoy hat einen Zahn von ähnlicher Grösse und ähnlicher Krone unter dem Namen Pristicladodus abgebildet und beschrieben (Brit. palaeoz. fossils t. 3. K. f. 11.), aber wie der Name schon andeutet, gehört dieser Zahn zu der Gruppe der Cladodi, da er eine flache ausgebreitete Wurzel hat. Die Krone unseres Edestus hat auch Aehnlichkeit mit Hemipristis serra Ag. und mit Carcharias, aber bei beiden Gattungen ist die Wurzel höckerig wie bei den Lamna-Arten überhaupt, bei Edestus dagegen ist die Wurzel keilförmig und schneidig. Edestus minor Newb. (Geol. survey of Illinois II. p. 84. t. 4. f. 24.) ist noch mit einem Stück der Kinnlade behaftet, was leider bei unserer Species nicht der Fall ist. Die grössere Hälfte der Wurzel ist bei unserem Fossil frei und ist in einer Alveola des Kiefers eingesetzt gewesen, die hintere Hälfte aber ist abgebrochen, und ist es

daher sehr wahrscheinlich, dass hier die Wurzel mit der Knochensubstanz des Kiefers verwachsen gewesen ist. Die Gränzlinie zwischen Krone und Wurzel verläuft ganz geradlinig und horizontal. Die Krone stellt ein ungleichseitiges Dreieck dar, ist seitlich zusammengedrückt, und hat doppelt gezähnte Ränder. Auf der längeren Seite müssen sich ungefähr 12 — 13 Zähne befunden haben; die grösseren Zähne des Randes tragen wieder 6 — 7 Zähnchen. Die Oberfläche ist glatt und glänzend, die der Wurzel rauh und porös, das Knochengewebe der Wurzel ist lockerer, das der Krone dichter.

Von Edestus minor Newb. unterscheidet sich unsere Art dadurch, dass die Wurzel jenes wie ein Sattel auf der Kante des Kiefers aufgesetzt ist, dass die Gränzlinie zwischen Krone und Wurzel in einem rechten Winkel vorspringt, und dass die gezähnten Seiten der Krone krummlinig sind, was bei unserem E. protopirata auch nicht der Fall ist. Von Edestus vorax Leidy (Journ. Acad. Natur. sc. Phil. 2 d. series vol. 3 p. 159. t. 15.) unterscheidet sich unsere Art durch doppelte Zähnelung. Der Fundort von E. minor sind die Steinkohlenlager von Posey county, Indiana. Unser Zahn stammt aus dem Bergkalk vom Ufer der Pachra nicht weit von Mjatschkowa.

Romanovsky hat im Jahre 1853 (Bull. de Moscou. Ueber eine neue Gattung versteinerter Fischzähne) einen haifischartigen Zahn aus dem unteren Bergkalk von Podmokloje beschrieben, welchen er Dicrenodus Okensis genannt hat. Dieser Zahn gehört unzweifelhaft der Gattung Carcharopsis Ag. an, denn er hat die Cladodus-artige Wurzel, ist auf der einen Seite concav, auf der anderen eben, und steht dem Carcharopsis Wortheni (Geol. surv. of Illinois p. 69. t. 4. f. 14.) jedenfalls sehr nahe.

Polyrhizodus longus Trd.

Taf. VI, fig. 9. 10.

Es ist schon in dem ersten Hefte dieser Abhandlung davon die Rede gewesen, dass sich Reste von Zähnen der Gattung Polyrhizodus im Bergkalk von Mjatschkowa gefunden haben. Das Material war indessen zur Abbildung nicht geeignet, und mussten bessere Funde abgewartet werden. Diese sind denn auch in der That gemacht worden, und habe ich zwei von den gut erhaltenen Exemplaren abbilden lassen. Der Charakter der Gattung ist in ihnen vollkommen ausgeprägt. Es sind linealische mit einem scharfen geraden Kiel versehene Zähne, deren Hinterseite mit zahlreichen Wurzeln (bei unserer Species mit zehn) besetzt ist. Die Wurzeln sind bei P. longus ungleich breit und oft miteinander verwachsen, so dass sich neben schmalen doppelt breite befinden; ausserdem sind die Wurzeln von sehr porösem Gefüge, während die Krone dicht und hart ist, namentlich der Kiel. Die abgebildeten Zähne verhalten sich zu einander wie rechts und links. Das eine Ende des Zahns, sagen wir das vordere, ist nach oben gebogen und abgerundet, das andere neigt sich etwas nach unten. Sind die vorderen Enden der beiden Zähne nach oben

gerichtet, so stehen sich die Zähne gegenüber wie die Kinnladen eines Kiefers. Die Oberfläche der Krone ist glatt und glänzend. Die Fläche zwischen den Wurzeln und dem Kiel ist concav und schwach quer geriefelt. Die Fläche zwischen dem etwas gebogenen Aussenrande und dem Kiel ist völlig glatt und flach, doch läuft dicht unter dem Kiel eine wenig tiefe Rinne hin der ganzen Länge des Zahnes nach. Die Unterseite der Zähne ist bei beiden Exemplaren von Gestein verdeckt.

Von allen bekannten Arten der Gattung Polyrhizodus unterscheidet sich P. longus durch die grössere Länge; von P. magnus McCoy ausserdem durch die lineale Form, während P. magnus elliptisch ist. Von P. porosus N. & W. scheidet sich P. longus durch Abwesenheit der Poren und schlankere Gestalt; P. ponticulus N. & W. hat eine sehr schmale Vorderseite und P. dentatus N. & W. hat einen porösen Kiel, auch ist die Vorderseite breiter als bei P. longus. Dem allgemeinen Habitus nach wären P. magnus und P. pusillus McCoy aus dem Bergkalk von Armagh eher zu Dactylodus zu stellen, als zu Polyrhizodus.

Cladodus divergens Trd.

Taf. VI, fig. 11.

Es kommen im Bergkalk von Mjatschkowa kleine Cladodus-Zähne vor, welche sich von den übrigen dadurch unterscheiden, dass der mittlere Zahn weniger gross ist, als bei den gewöhnlichen Cladodus-Zähnen, und dass die Nebenzähne nach aussen geneigt sind. Das abgebildete Exemplar stellt die typische Form dieser Art von Cladodus-Zähnen dar. Die beiden Aussenzähne sind fast so gross, wie der Mittelzahn, und stark nach aussen gekrümmt; die kleineren Zwischenzähne sind auch nach aussen gekrümmt, doch weniger als die Aussenzähne, und der Haupt- oder Mittelzahn geht senkrecht in die Höhe mit geringer Neigung nach hinten.

Poecilodus grandis nov. sp.

Taf. VI, fig. 13.

Ich gebe diesen Namen einem grossen Zahn aus der Sammlung des Hrn. Wischnjakov, der ebenfalls dem Bergkalk von Mjatschkowo entnommen worden ist. Der Zahn ist nicht vollständig erhalten, denn es fehlt ihm das letzte Segment, welches abgebrochen ist. Der Zahn ist in seiner ursprünglichen Gestallt dreieckig, gewölbt und durch drei Furchen in vier Segmente getheilt. Die Oberfläche der Segmentwölbungen ist glatt und grau, die Furchen und ihre nähere Umgebung schwarz und von unregelmässigen Vertiefungen rauh. Die ganze Oberfläche ist übrigens von kleinen Kanälen durchbohrt, deren Ränder sogar auf den glatten Stellen wenig aufgeworfen erscheinen. Hält man die spitze Ecke des Zahns

nach oben, so ist die linke Kante und die untere abgerundete zugeschärft, die rechte gerade vorlaufende abgerundet. Die Unterseite des Zahnes ist rauh von zahlreichen unregelmässigen Vertiefungen, überdiess deutet ihre Beschaffenheit auf hohes Alter des Thieres, dem er angehörte. Dem ganzen Habitus nach steht unser Zahn dem im ersten Hefte dieser Abhandlung beschriebenen Poecilodus concha nahe, doch ist dieser viel kleiner, etwas gedreht und hat mindestens vier Furchen, ist überdiess schmäler und meist mehr gewölbt. Ein anderer Verwandter ist Poecilodus sublaevis McCoy (Brit. palaeogr. fossils p. 640. t. 3. 7. f. 7. 8. 9.), der in der allgemeinen Form näher steht, aber geflügelt ist, und auch zahlreichere Furchen hat.

Poecilodus circinans n. sp.

Taf. VII, fig. 1.

Sehr stark seitlich zusammengedrückte Zähne, so dass sie eine radförmige Gestalt darstellen, und so scharf gekielt mit so scharf gekerbtem Kiel, dass sie der kreisförmigen Säge einer Schneidemühle nicht unähnlich sehen. Ein gut erhaltenes Exemplar dieser Art ist sieben Millimeter lang und vier Millimeter breit. Die rechte Seite der Krone fällt ganz steil ab, unter einem Winkel von ungefähr 60 Grad, die linke Seite bildet eine fast senkrechte Fläche, die unten mit sanfter Concavität sich wieder erhebt, um die Oberfläche eines Wulstes zu bilden, der gleichsam die excentrische Axe des Zahnes darstellt. Der Schmelz des Zahnes ist gefurcht, und zwar ziehen sich die Furchen von den Kerben des Kieles nach der Basis herunter. Poren, wie bei anderen Poecilodus-Zähnen konnte ich unter der Lupe nicht wahrnehmen. Nach der Form dieser Zähne zu urtheilen, kann es wohl keinem Zweifel unterliegen, dass ihre Befestigung in der knorpeligen Rachenhöhle eine derartige war, dass die Zähne eine Bewegung vor- und rückwärts machen konnten, wenn auch nur in der Ausdehnung eines Viertelkreises, denn der ganze Bau deutet derauf hin, dass die zur Nahrung dienenden Gegenstände wie mit einer Kreissäge durchschnitten, oder vielmehr, da die Zähne des Kiels stumpfer sind, als bei einer Säge, durchraspelt wurden.

Orodus cinctus Ag.

Poissons fossiles III. t. 11. f. 1 — 4.

Taf. VII, fig. 2.

Seit der Veröffentlichung des ersten Heftes dieser Schrift sind mehrere Exemplare dieser Spezies im Bergkalk von Mjatschkowa gefunden worden. Die Geschlechtscharaktere sind in diesen Zähnen sehr scharf ausgeprägt, indem sich in der Mitte des langgestreck-

ten Zahnes ein abgerundeter Kegel erhebt, von dem nach beiden Seiten hin ein Kiel der Länge nach verläuft, von welchen wieder Seitenkiele der Quere nach zu der Basis der Zahnkrone verlaufen. Unsere Zähne stimmen in der allgemeinen Form ziemlich gut mit den Abbildungen von Agassiz, doch sind die Querleisten weniger zahlreich bei unseren Zähnen, indem einerseits zwei, von der anderen Seite des Mittelkegels nur vier vorhanden sind. Die Poren auf der Oberfläche der Krone sind gross. Die Wurzel fehlt in dem einen Exemplar, in dem anderen ist sie vom Gestein verdeckt.

Cymatodus nov. genus.

κυμα **Welle.**

Lange und dünne Zähne. Der obere Rand der Krone wellenförmig.

Cymatodus plicatulus n. sp.

Taf. VII, fig. 3.

Die Zähne dieser Art verdünnen sich keilförmig vom Grunde der Krone nach dem oberen Rande. Der obere Rand ist wellenförmig, und zwar so, dass zwischen fünf Erhöhungen sich vier Vertiefungen befinden. Die Seiten der Krone sind gefältelt, in der Art, dass sich Verdickungen vom Grunde nach den wellenförmigen Erhöhungen des Oberrandes ziehen. Dieser Rand ist in Folge dessen dicker auf der First der Welle und dünner im Thal. Kleine seichte Fältchen sind auch noch bemerkbar auf der unteren Hälfte der Kronenfläche. Die Wurzel ist bei den beiden abgebildeten Exemplaren abgebrochen, bei einem dritten nur zur Hälfte erhaltenen Zahne ist zwar etwas von der Wurzel vorhanden, aber auch nicht so viel, dass man mehr wahrnehmen könnte als eine Durchbohrung von zahlreichen senkrechten Röhren, welche im Querbruch die Wurzel als sehr porös erscheinen lassen. An dem unteren fast geradlinigen Rande der Vorderseite der Krone (t. 7. f. 3. 6.) springt diese etwas vor und ist unter einem rechten Winkel scharf abgeschnitten. Die Breite dieses Vorsprungs beträgt zwei Millimeter.

Cranodus nov. genus.

κράνος **Helm** ὀδούς **Zahn.**

Kegelförmige, etwas seitlich zusammengedrückte von der Wurzel durch Einschnürung abgesetzte Zähne mit gekrümmter Spitze der Krone. Die Krone mit glänzendem Email bedeckt, auf welchem wellige feine Fältchen sich von der Spitze zur Basis ziehen. Die Wurzel sehr porös.

Cranodus zonatus n. sp.

Taf. VII, fig. 4.

Zum Geschlechtscharakter sind nur noch folgende Merkmale hinzuzufügen: Die kegelförmige Krone ist ringsum abgerundet und auch die gekrümmte Spitze ist stumpf. Dicht über der schrägen Basis der Krone ziehen sich rings herum parallel mit dem Rande drei dicht aneinander liegende Falten, die nur auf der Mitte der Vorderseite durch eine glatte Stelle unterbrochen sind. Eine vierte etwas höher liegende Falte zieht sich über die hintere Hälfte der Krone, und noch ein Paar kurze Fältchen befinden sich noch oberhalb der vierten Falte auf der convexen Vorderseite des Zahnes. Die von der Krone durch eine Einschnürung abgesetzte Wurzel ist unregelmässig kuglig und sieht einer halb eingetrockneten kleinen Erdbeere nicht unähnlich. Die Structur ist grossmaschig porös. Da vorläufig nur ein einziges Exemplar dieses neuen Fossils vorliegt, so muss die mikroskopische Untersuchung des Gefüges der Zukunft vorbehalten bleiben. Der Zahn gehört jedenfalls einem fleischfressenden Fisch an, und dergleichen Zähne haben möglicher Weise am vorderen Rande des Rachens gestanden, mit der krummen Spitze nach innen gerichtet.

Der in Rede stehende Zahn ist von Hrn. Dr. Zickendraht im dichten Kalk von Mjatschkowa gefunden worden.

Deltodus N. & W.

Mittelgrosse oder grosse Zähne, dick und von dreieckiger Form, etwas gewölbt, manchmal etwas eingerollt von dem spitzesten Winkel des Dreiecks nach der entgegengesetzten Seite hin. Die Oberfläche der Krone gemeinhin gefurcht oder durch seichte Furchen wellenförmig gebildet und mit mehr oder weniger ausgeprägten Poren bedeckt.

Deltodus incrassatus n. sp.

Taf. VII, fig. 5.

Die Zähne dieser Art sind jedenfalls paarig gewesen, denn nur an der scharf abgestutzten Seite des vollständig erhaltenen vorliegenden Zahns konnte eine Nebenzahn Platz finden *). Der Zahn stellt ein stumpfwinkliges Dreieck dar; der vordere spitze Winkel und der stumpfe Winkel liegen an der abgestutzten Fläche des Zahns, welche die Mittellinie des Fischrachens bildete, der zweite spitze Winkel liegt nach aussen und seine Spitze ist abgerundet. Die Krone ist vollkommen flach und eben, mit nur einem wenig bedeutenden

---

*) Ganz analog den paarigen Zähnen von Callorhynchus oder Chimaera australis (Owen Odontography t. 28. f. 1.).

Eindruck in der Mitte *), nach der Hinterseite aber wölbt sie sich nach unten und schneidet mit einer gekrümmten Linie von der Wurzel ab. An dem unteren Rande dieser Wölbung sind drei kleine Falten sichtbar, die namentlich deutlicher nach dem abgerundeten Seitenende des Zahnes deutlicher hervortreten. Die vordere Spitze des Zahnes ist mit einer Drehung nach innen zu gleicher Zeit nach unten gewendet. Die äussere längste Seite des Zahnes zeigt nahe der vorderen Spitze eine Vertiefung, innerhalb welcher der Rand auch nach unten vortritt, der übrige Theil des Randes verläuft nach der abgerundeten Aussenspitze der Krone in horizontaler Ebene. Die Oberfläche der Krone ist glatt und glänzend. Poren sind, vielleicht wegen des Erhaltungszustandes, nicht sichtbar. — Die Wurzel ist an der abgestutzten Innenseite des Zahnes frei von Gestein und zeigt gut im Querschnitt die Krümmung des Zahnes, nach der Spitze hin ist sie nur zwei Millimeter breit, verdickt sich aber nach hinten bis auf 5 Millimeter. Ebenso lässt dieselbe Seite des Zahnes auch die allmähliche Verdickung des Kronschmelzes von vorn nach hinten sehen. Die Oberfläche der Wurzel ist porös und zeigt mehrere dem Unterrande derselben parallel laufende Falten. Auf der Hinterseite liegt die Wurzel ebenfalls frei, sie ist dort vier Millimeter dick, wird nach der Seitenecke hin schmäler und tritt an der Ecke selbst um drei Millimeter vor, die ganze Rundung der Ecke als ein breiter Rand umgebend.

Die neue Gattung Deltodus unterscheidet sich von Cochliodus durch die flache Krone. Nach Agassiz ist Cochliodus zu einem halben Cylinder eingerollt, das ist bei Deltodus durchaus nicht der Fall, aber auch nicht bei den Formen, welche ich im ersten Hefte dieser Schrift unter den Namen Cochliodus triangularis (t. 18. f. 6.) und laminaris beschrieben habe. Aber diese letzteren Formen unterscheiden sich von Deltodus dadurch, dass die Wurzel überall gleich dick ist, und dass eine breite Vertiefung sich von vorn nach hinten zieht. Nichts destoweniger ist die Verwandtschaft mit Deltodus eine nahe, und die beiden genannten Arten sind auch als kleine Uebergangsformen zwischen Cochliodus und Deltodus zu betrachten. Deltodus incrassatus stammt aus dem Bergkalk von Mjatschkowa.

Tomodus novum genus.

Zusammengedrückte längliche Zähne, Krone schneidig gekielt und zu einer erhöhten Spitze auslaufend. Oberfläche porös, Wurzel ebenso zusammengedrückt wie die Krone grossmaschig porös.

Tomodus argutus n. sp.

Taf. VII, fig. 8.

Die Krone dieses Zahnes ist dreieckig, und hat die Form eines zusammengedrückten Kegels. Seiner ganzen Structur nach gehört der Zahn zu den Psammodonten, und ein von

*) Bei einem anderen Zahne derselben Art ist dagegen eine gut ausgeprägte Convexität nach der Aussenseite hin vorhanden.

hinten nach vorn zusammengepresster Helodus-Zahn, der durch den Druck einen scharfen Kiel erhalten hätte, würde ungefähr so aussehen, wie unser in Rede stehender Tomodus. Die Krone ist auf der Hinterseite flach, nach vorn ist sie concav und zu einem scharfen vortretenden Kiel zugeschärft.

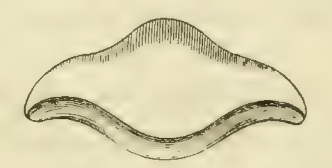
Dieser Kiel ist in seinem Verlauf wellig, während der untere Rand der Krone auf der Hinterseite nur eine Krümmung nach oben beschreibt und nur sehr wenig über die Wurzel vortritt. An der Spitze ist die Krone etwas abgerieben, und zeigt hier in Folge dessen sehr gut das poröse innere Gewebe derselben. Der Schmelz ist glänzend, wo die Verwitterung stärker eingewirkt hat, ist die Oberfläche wie mit kleinen feinen Wärzchen bedeckt, während die Zwischenräume mit weisslicher Kalksubstanz erfüllt sind.

Die Wurzel, die weitmaschig porös ist und mit Schmelz bedeckt, ist noch stärker zusammengedrückt als die Krone *), und stellt von vorn gesehen ein ziemlich regelmässiges Rechteck dar. Auf der Hinterseite bildet die Zahnsubstanz senkrechte leistenartige Vorsprünge. Bei dem einen Exemplare ist die Entfernung vom unteren Vorderrande bis zur Spitze der Krone 5 Mm., die Höhe der Wurzel 4 Mm. Bei einem zweiten Exemplar ist die Höhe der Krone bis zur stark verwitterten Spitze 10 Millimeter, die Höhe der Wurzel, die sich nach unten zu keilförmig verdünnt auch 10 Mm. Auf diesem zweiten Individuum zeigt die Wurzel ausserdem noch eine in der Mitte der Wurzel der Länge nach verlaufende kielförmige Erhöhung.

Petalodus destructor N. & W.

Taf. VII, fig. 13. 14.

Geological survey of Illinois II. p. 35. t. 2. f. 1. 2.



Schon im ersten Hefte dieser Schrift ist ein Petalodus- Zahn, der stark gewölbte P. laevis beschrieben und abgebildet worden. Es sind seitdem noch mehrere Bruchstücke aufgefunden worden, die sich von jenem durch starke Abflachung unterscheiden; da zwei von ihnen nicht vollständig erhalten sind, so will ich hier nicht weiter auf ihre nähere Beschreibung eingehen, und verweise nur auf die Abbildungen, welche die Gestalt genau wiedergeben. Bei Fig. 14. a ist die Basis des Bruchstücks in kegelförmigem Umriss schwarz gefärbt. Fig. 13. a ist grau. Die oben erwähnte P. laevis ist ganz schwarz

*) Auf der Tafel ist die Wurzel, namentlich die Verdickung nach vorn viel zu stark gezeichnet.

und wie mit glänzendem Firniss überzogen. Während des Druckes dieser Schrift ist noch ein vollständigerer Zahn dieser Gattung von Dr. Zickendrath erworben worden, dessen Krone vollständig erhalten ist, und der eine genauere Bestimmung zuliess. Es fand sich, dass dieses Exemplar in allen Einzelheiten mit P. destructor N. & W. übereinstimmt, und also einen neuen Beweis von der nahen Verwandtschaft der Mjatschkower Fischfauna mit der des Nordamerikanischen Bergkalks liefert. Die in Rede stehende Krone ist wenig gewölbt, abgerundet rhombisch, Vorder- und Hinterrand bogig ausgeschweift, dünn und zu einer scharfen Schneide zugeschärft. In die Schneide münden zahlreiche Kalkröhren, die durch Abnutzung der Krone blossgelegt sind, und der Schneide ein etwas crenulirtes Ansehen geben. Der Hinterrand ist bandförmig und wird durch eine dünne Leiste von der eigentlichen Krone getrennt. Auf diesem Bande finden sich wellige parallel mit dem Hinterrande verlaufende Erhöhungen, die indessen nicht in der Vollständigkeit auf unserem Exemplar vorhanden sind, wie in den von Newberry & Worthen abgebildeten Zähnen. Der Schmelz ist auf dem ganzen Zahn glänzend schwarz.

Sandalodus N. & W.



Newberry & Worthen haben dieses neue Genus folgendermassen charakterisirt: „Mittelgrosse und grosse, dicke und starke, fast dreieckige oder keulenförmige Zähne mit einem oder zwei spitzen Enden. Sie sind gemeinhin etwas gewunden, schwach der Länge nach gewölbt, stark der Quere nach. Die Oberfläche ist punktirt, Unterfläche concav, die Krümmungen entsprechend der Oberfläche. Nach dem schmaleren Ende eine oder zwei Furchen, die sich schräg über den Zahn ziehen, wie bei Cochliodus.“

Es kommen ähnliche in die Länge gezogene Zähne auch im Kalk von Mjatschkowa vor. Es sind Zähne von unregelmässigem Umriss, mit verschiedenartigen seichten Eindrücken, mitunter stark gewölbt, so dass sie in einem mir vorliegenden Exemplar fast cylindrische Form haben. Dem ganzen Habitus nach schliessen sie sich eng an das Geschlecht Psephodus an, und unterscheiden sich wesentlich von diesem nur durch grössere Längendimension. Wie mir scheint, eine schwache Stütze zur Aufrechterhaltung des neuen genus Sandalodus.

Psephodus minor n. sp.

Taf. VII, fig. 9—12.

Agassiz hat einem Zahn aus dem Irischen Bergkalk in litteris den Namen Psephodus magnus beigelegt. Ich verdanke ein hübsches Exemplar dieser Zähne der Güte meines

vielerfahrenen Freundes F. Roemer. Nach diesem Fossil, das ich als den typischen Repräsentanten der Gattung Psephodus betrachten will, würde die Charakteristik derselben folgendermassen lauten: „Längliche oder ovale mehr oder weniger gewölbte Zähne mit unregelmässigem Umriss und unregelmässigen Erhöhungen und Vertiefungen auf der Oberfläche. Letztere deutlich punktirt.“ Der in meinem Besitz befindliche Psephodus magnus Ag. ist 35 Mm. lang und 25 Mm. breit. In dem Bergkalk von Mjatschkowa sind grössere, als 12 Millimeter lange nicht gefunden worden, ich schlage desshalb für diese Zähne, von denen ich mehrere habe abbilden lassen, den Namen Ps. minor vor.

Das, was Meek and Worthen unter dem Namen Aspidodus crenulatus abgebildet und beschrieben haben (Geol. surv. of Illinois II, p. 92. 93. t. 8. f. 3 — 11.) ist wahrscheinlich auch nichts Anderes, als das, was Agassiz unter dem Namen Psephodus verstanden hat. Die Autoren des 6-ten Bandes der Geol. survey of Illinois sprachen sich auch dahin aus (l. c. p. 419.), dass nach den Mittheilungen, welche sie von Lord Enniskillen erhalten, an der Identität der erwähnten irischen Formen und der amerikanischen (Aspidodus) nicht zu zweifeln wäre.

Chiastodus nov. genus.

χιαστός gekreuzt.

Grosse längliche Zähne, in deren Mitte sich ein spitzer Kegel erhebt. Die Zähne sind der ganzen Länge nach von einem Kiel durchzogen (der auch über den Mittelkegel läuft) und von einem eben solchen quer verlaufenden, der sich auf dem Kegel mit dem Längskiele kreuzt. Zu beiden Seiten des Kegels zieht sich die Krone, die hier nur wenig gewölbt ist, so viel nach unten, dass sie einen sehr stumpfen Winkel mit dem Kegel bildet. Von dem Längskiel der Krone ziehen sich nach beiden Seiten auf jeder der beiden Zahnhälften scharfe Querkiele nach dem Rande. Das neue Geschlecht ist verwandt mit Orodus, mit dem es den Längskiel und den Kegel in der Mitte gemein hat, unterscheidet sich aber scharf durch die gekreuzten Längs- und Querkiele, den einzigen spitzen Mittelkegel und die nach unten geneigten Seiten der Krone.

Chiastodus obvallatus nov. sp.

Taf. VII, fig. 19 — 22.

Der in Frage stehende schöne und vollständige Zahn ist 32 Millimeter hoch und 30 Mm. lang. Von vorn oder hinten gesehen bildet die ganze Krone einen Kegel mit einer Concavität jederseits. Im Profil zeigt sich der Mittelkegel der Krone als stark nach hinten geneigt. Von oben gesehen zeigt der Rand der Krone eine Reihe von Vorsprüngen, auf

der Vorderseite acht, und auf der Hinterseite sieben. Diese Vorsprünge sind alle scharf gekielt, da die von dem der Länge nach verlaufenden Mittelkiele sich herabziehenden Seitenkiele auf diesen Vorsprüngen enden. Von diesen Vorsprüngen ist die Artbenennung entnommen, da, von oben gesehen, die Krone wie von einer Reihe von Pallisaden umgeben erscheint. Der Schmelz der Krone ist punktirt, und zwar die Spitze des Mittelkegels am stärksten; diese Punktirung der Spitze aber ist wieder stärker an der Vorderseite als an der Hinterseite des Kegels. Die Spitze des seitlich zusammengedrückten Kegels ist abgerundet. Die Enden der Vorsprünge des Randes sind ebenfalls abgerundet. Die sehr poröse Wurzel nimmt nur die untere hintere Hälfte der Krone ein, und ist zehn Millimeter dick.

Der Zahn, welcher anscheinend aus dem Fusulinenkalk von Mjatschkowa stammt, ist mir von Hrn. Dr. Zickendrath verehrt worden.

Arpagodus n. g.

ἁρπαγη **der Rechen.**

Längliche Zähne mit einem Mittelkiel, von welchem sich Falten herabziehen wie bei Orodus aber ohne kegelförmige Erhöhung in der Mitte. Auf der Vorderseite der Zähne zahlreiche stumpf kegelförmige seitlich zusammengedrückte Vorsprünge, welche sich von dem Kiel der Krone bis zu dem oberen Drittel der Wurzel ziehen.

Arpagodus rectangulus Trd.

Taf. VII, fig. 12.

Der Umriss des einzigen vorhandenen doch wohl erhaltenen Zahnes ist ein nicht ganz regelmässiges Rechteck. Die Krone nimmt auf der Vorderseite noch nicht ein Drittel der Höhe des ganzen Zahnes ein, auf der Hinterseite dagegen fast die Hälfte. Die Krone, so lang wie die Wurzel und etwas breiter, ist mit glänzendem Email bedeckt, und gekielt. Der Kiel ist kraus gerunzelt und kleine Falten ziehen sich bis zum Drittel der senkrecht abfallenden Hinterwand der Krone herab. Solcher unregelmässig vertheilter Falten giebt es an unserem Zahn 16, von denen einige, ungefähr acht, stärker hervortreten. Von diesen Falten ziehen sich ausserdem noch schwächere Erhöhungen bis zum Wurzelrande. Auf der Vorderseite der Krone dagegen ziehen sich von der First derselben sechs seitlich zusammengedrückte kegelförmige Erhöhungen über den Wurzelrand weg bis zu einem Drittel der Wurzel, so dass diese Erhöhungen in zwei Hälften getheilt werden, indem die schwarze Gränzlinie, die Krone und Wurzel von einander scheidet, gerade über die Gipfel der Kegel hinweg zieht, wie das auch in der Zeichnung t. VI. f. 12. a. gut

wiedergegeben ist. Die Erhöhungen der Vorderseite sind von fast gleicher Höhe, und befinden sich auch, ungleich den kleinen Falten der Hinterseite, in fast gleichem Abstande von einander. Zu bemerken ist noch, dass sich auf der unteren, glatteren Hälfte der Hinterseite der Krone vier Längsstreifen befinden, die erst unter der Lupe deutlicher hervortreten, und auf der Zeichnung nicht angegeben sind. Die Zwischenräume zwischen den kegelförmigen Erhöhungen der Vorderseite sind vollkommen glatt, d. h. ohne jede Queroder Längsrunzelung. Die Wurzel, die, wie schon bemerkt, auf der Vorderseite viel höher ist, als auf der Hinterseite, ist sehr porös, und in Folge der Verwitterung ist die Porosität wohl im gegenwärtigen Zustande bedeutender und augenfälliger, als im unverwitterten.

Der Zahn stammt von Gshel.

Ostinaspis coronata Trd.

Taf. VII, fig. 14. a. b.

Ich habe in dem ersten Hefte dieser Abhandlung drei Arten von Hautschildern beschrieben: Ostinaspis Barbotana, acuta und simplicissima; eine hübsche Form, der ich den oben angeführten Namen gegeben, ist neuerdings aufgefunden, und habe ich sie auch abbilden lassen. Ein Blick auf die Abbildung lässt erkennen, dass sich diese Art aufs schärfste von den früher beschriebenen unterscheidet. Der Kegel des Schildchens unterscheidet sich von den übrigen Arten durch sehr feine und dichte, aber scharfe Streifung, die von der sechs- oder mehrfaltigen Krone sich bis zum Unterrande hinabzieht. Die Krone selbst ist ungestreift und glatt emaillirt und endet in einer ziemlich scharfen Spitze. Fundort Mjatschkowa.

Ich habe im ersten Hefte auch der Bemerkung Newberry's und Worthen's Erwähnung gethan, dass wegen des scharfen Randes diese Hautschilder wahrscheinlich isolirt gestanden hätten. Ein neuer Fund beweist indessen, dass dies nicht immer der Fall gewesen, sondern dass diese Schilder auch miteinander verwuchsen. Ein ziemlich grosses Exemplar von O. Barbotana ist in meinem Besitz, das sehr innig mit einem kleineren Individuum derselben Spezies verwachsen ist.

Ctenacanthus Agassiz.

Flossenstacheln von verschiedener Grösse, seitlich zusammengedrückt, mit leichter Krümmung nach rückwärts gebogen. Die Vorderseite schmal und abgerundet. Die Hinterränder mit zwei Reihen kleiner, abwärts gerichteter Zähnchen besetzt. Die Seitenflächen mit starken, fein gekerbten Längsrippen geziert.

Ctenacanthus triangularis Newberry.

Geol. survey of Ohio I, p. 329. t. 36. f. 1.

Taf. VII, fig. 15.

Ich verdanke der Güte des Herrn N. P. Wischnjakov einen sehr schönen im Bergkalk von Mjatschkowa gefundenen Flossenstachel, der vollkommen übereinstimmt mit der obengenannten Species aus der Waverley group des Kohlenkalks von Ohio, welche sich nur durch seine etwas grössere Breite von unserem Flossenstachel unterscheidet. Der Ctenacanthus von Mjatschkowa ist sieben Centimeter lang, an der breitesten Stelle elf Millimeter breit. An der Basis sind dreizehn Längsrippen, deren kleinere obere Hälfte nicht crenulirt ist. Der Hinterrand ist in einer Länge von $2^1/_2$ Centimeter von 14 fast einen Millimeter langen Zähnchen besetzt. Der glatte Theil der Basis ist fein längsgestreift, so dass ungefähr vier Streifen auf die Breite einer Rippe kommen. Der Querschnitt ist nicht blossgelegt, aber doch lässt sich so viel sehen, dass der Flossenstachel von der Hinterseite tief concav ist, und dass die Form des Querschnitts nicht viel von der dreieckigen Gestalt des Ct. triangularis abweichen kann.

Euomphalus canaliculatus Trd.

Taf. VII, fig. 16. a — c.

Als ich vor längeren Jahren meinem gelehrten Freunde, Hrn. Professor de Koninck einen von mir in Gshel gefundenen Euomphalus zeigte, erkannte dieser beste Kenner der Bergkalkfauna sogleich, dass das fragliche Fossil eine neue Form sei. Auch in den später erschienenen Schriften habe ich keinen mit dem meinigen übereinstimmenden Euomphalus gefunden. Leider sind alle bis jetzt gesammelten Exemplare nicht von guter Erhaltung, und habe ich auch desshalb mit der Veröffentlichung gezögert. Im letzten Jahre indessen ist es gelungen, ein besser erhaltenes Individuum zu entdecken, welches ich habe abbilden lassen können. Das Gehäuse unseres Euomphalus ist in einer niedrigen Spirale aufgewunden. Die Umgänge sind im Durchschnitt fast viereckig, an der Aussenseite abgeflacht; die Aussenseite in die Unterseite mit abgerundeter Kante übergehend, die Kante der Oberseite ziemlich scharf gekielt. Neben diesem Kiel läuft auf der Oberseite des Umganges eine tiefe Rinne her, und nach dem Innenrande zu erhebt sich die Oberseite zu einem abgerundeten Wulst, der sich gleichmässig am Aussenrand der inneren Windungen hinzieht. Diese Rinne und Wulst sind die charakteristischen Kennzeichen der neuen Art, die sie von allen anderen bekannten Arten unterscheiden. Der Nabel ist weit, wie bei allen Euomphalus-Arten und der Rand desselben abgerundet. Die Schale zeigt bei gut erhaltenen Exemplaren feine Querstreifen, die etwas nach vorn geneigt von unten nach oben ziehen.

Productus costatus Sow. var. depressus.

Taf. VII, fig. 17. a — c.

Producta costata Sow. Miner. conchol. p. 115. t. 560. f. 1. 1827.
Productus costatus de Vern. Russia and the Ural II. p. 268. t. 18. f. 15.
„ „ de Koninck Monogr. des genres Productus et Chonetes p. 92. t. 8. f. 3. t. 10. f. 3. t. 18. f. 3. 1847.
„ „ Davidson British carbonif. Brachiop. pag. 152. t. 32. f. 2—9. 1861.
„ „ Davidson Mon. of scot. carb. Brach. t. 2. f. 22 — 24.
„ „ var. James Hall Geolog. survey of Jowa p. 712. t. 28. f. 3. 1858.
„ „ Toula Kohlenkalk-Fauna v. d. Barents-Inseln 1875. p. 25. t. 2. f. 8.

Das in Rede stehende Fossil stammt nicht aus anstehendem Gestein, sondern ist in Hornstein verwandelt und in den eluvialen Massen gefunden, welche die älteren Sedimente im Gouvernement Moskau bedecken. Es ist nur die Oberschale sichtbar, und auch diese stimmt nicht ganz mit den von den citirten Autoren abgebildeten Exemplaren überein. Alle mir bekannten Abbildungen stellen die Wölbung der Schale beim Schlossrande viel bedeutender dar, als es bei dem mir vorliegenden Fossil der Fall ist. Dennoch sind die übrigen Merkmale so entschieden die des ächten Pr. costatus, dass ich nicht anstehe, unser Fossil mit dieser Art zu identificiren, obgleich ich zugeben muss, dass unser Fossil eine Varietät ist, die man depressus nennen könnte. Der Sinus ist bei unserem Fossil ebenso scharf ausgeprägt, wie bei dem ächten Pr. costatus und ebenso sind die Längsrippen so dick und in derselben Zahl vorhanden wie bei den gewöhnlichen Exemplaren dieser Art. Auch die concentrischen Rippen des Vordertheils der Schale unterscheiden sich nicht von den auf den citirten Abbildungen gegebenen. Auch stimmt es gut mit der Beschreibung Verneuil's, dass die dicken Längsrippen abgerundet sind, während bei den englischen Exemplaren diese Rippen etwas abgeplattet erscheinen. Unser Fossil ist zum grössten Theil Steinkern, nur der vordere Theil der Schale mit einem grossen Theile der concentrischen Falten ist erhalten.

Spirifer bisulcatus Sow.

Spirifer bisulcatus Sow. Min. Conch. t. 492. f. 1; 2.
Spirifer trigonalis Sow. Min. Conch. t. 265. f. 2, 3.
„ bisulcatus Davreux Prov. de Liége p. 272. t. 7. f. 3.
„ „ de Kon. An. foss. t. 14. f. 4.
„ „ Phill. Yorksh. II. t. 9. f. 14.
„ „ „ „ „ „ f. 15, 16.
„ calcarata McCoy Synopsis p. 130. t. 21. f.

Es ist bis jetzt nur ein einziges, noch dazu etwas vom Gestein verdecktes Exemplar dieser Art in den alten Brüchen von Karabtschchejewo aufgefunden worden, indessen ist die Erhaltung doch so gut, dass eine sichere Bestimmung möglich war. Am besten stimmt unser Fossil mit Davidsons Abbildung auf Tafel 6. f. 11. seiner British carboniferous Brachiopoda. Die Zahl der Falten ist dreissig, im Sinus liegen drei grosse Falten, die eine seichtere Furche in der Mitte haben. Auch die übrigen Falten sind meistentheils von der Mitte an gefurcht. Die Area ist schmal. Die allgemeine Form ist der von Spir. mosquensis ähnlich, doch erhebt sich bei der letzteren Art der Schnabel der Oberschale viel höher über die Unterschale als bei Sp. bisulcatus.

Terebratula hastata Sow.

Taf. VII, fig. 18. a — c.

Terebratula hastata Sow. Miner. Conch. p. 66. t. 446. f. 2. 3.
„ „ Phill. Geol. of Yorksh. p. 221. t. 12 f. 1.
„ „ Davids. Monogr. carb. Brach. t. 1. f. 13.
„ „ Toula Kohlenkalk von Spitzbergen p. 2. i. 1. f. 1. 1873.

Nach dem Vorgange de Koninck's habe ich im ersten Hefte dieser Schrift T. hastata als Abart von T. sacculus aufgeführt, indessen zwei Exemplare einer typischen T. hastata, die mir bei meinem letzten Ausfluge nach Karabtschejewo in die Hände gefallen, veranlassen mich, diese Form als wirkliche Species von T. sacculus zu trennen, wie es Davidson und Toula gethan. In der That hat man nur die Abbildungen dieses Heftes mit jenen der T. sacculus im ersten Hefte zu vergleichen, um sich von der augenfälligen Verschiedenheit der beiden Formen zu überzeugen. Was aber wesentliche Verschiedenheiten zeigt, verdient auch auseinander gehalten zu werden. Bei T. sacculus ziehen sich die Schalenränder (bei der Profilansicht) senkrecht in gerader Linie vom Schloss nach der Stirn, während bei T. hastata sie einen weiten Bogen nach hinten machen. Die allgemeine Form ist bei T. sacculus gedrungener, T. hastata ist in die Länge gezogen. Der Sinus der Dorsalschale ist bei T. hastata tiefer, die entsprechende Erhöhung der Ventralschale höher, bildet fast einen abgerundeten Kiel. Bei T. sacculus ist die Ventralschale einfach bauchig. Die citirten Figuren bei Davidson und bei Toula, welche Autoren sich für Aufrechthaltung der Species T. hastata ausgesprochen haben, stimmen überdiess ausgezeichnet mit den von mir aufgefundenen Exemplaren überein. Auch T. plica Kutorga ist nach meiner Ansicht aufrecht zu erhalten, da bei den typischen Formen dieser Art der Sinus der Dorsalschale breiter ist als bei T. hastata und T. sacculus, und auf der Ventralschale zwei deutliche Falten vorhanden sind.

Nachdem ich in der vorstehenden Abhandlung alle Fossilien des oberen Bergkalks, welche im Gouvernement Moskau bisher gefunden worden sind, zusammengestellt habe, bleibt noch übrig, die Vertheilung derselben in's Auge zu fassen. Obgleich der allgemeine Charakter der Fauna überall derselbe ist, und die Leitfossilien Spirifer mosquensis und Productus semireticulatus nirgends fehlen, so drücken doch gewisse Thierreste, die hier und da in grösserer Anzahl auftreten, den Localfaunen ein eigenes Gepräge auf. Die Fauna des oberen Bergkalks ist im Ganzen eine sehr einförmige, reich an Individuen, aber arm an Arten; indessen an dem einen Orte überwiegen die Fischreste, an dem anderen die Brachiopoden, an einem dritten die Korallen. Ausserdem waren an dem einen Orte nur wenige Schichten zugänglich, an einem anderen mehrere, an dem einen Orte waren zur Ausbeutung des Kalks geringfügige Arbeiten ausgeführt, an einem anderen sehr umfangreiche. Zu den letzteren gehört Mjatschkowa, und die ohne Unterbrechung seit langen Jahren dort ausgeführten Tagearbeiten haben es ermöglicht, hier eine viel grössere Anzahl von Thierresten zusammenzubringen, als an allen übrigen Entblössungen des Bergkalks im Moskauer Gouvernement, von denen viele wahrscheinlich nicht weniger Fossilien in sich schliessen, als der Schichtencomplex von Mjatschkowa.

Fossilien aus den Bergkalkschichten von Mjatschkowa *).

Fischreste:

Edestus protopirata.
Cladodus lamnoides.
„ divergens.
Cranodus zonatus.
Helodus mons canus.
Tomodus argutus.
Psammodus specularis
„ turgidus?
„ angustus.
Psephodus rugosus.
Sandalodus?
Poecilodus grandis.
„ circinnans.
„ concha.
„ limbatus.
Cochliodus laminaris.
Deltodus incrassatus.
Arpagodus rectangulus.
Orodus ramosus.
„ cinctus.
„ inaequilaterus.
Chiastodus obvallatus,
Solenodus crenulatus.
Cymatodus plicatulus.
Petalodus laevis.
„ destructor.
Dactylodus concavus.
Polyrhizodus longus.
Ctenacanthus triangularis.
Drepanacanthus pectinifer.
Ostinaspis acuta.
„ Barbotana.
„ simplicissima.

---

*) Die mit einem Stern bezeichneten Fossilien sind in grosser Zahl vorhanden.

Ostinaspis coronata.
Ichthyorhynchus.

Crustacea:

Phillipsia pustulata.
„ Grünewaldti.

Cephalopoda:

Nautilus clitellarius.
„ subsulcatus.
„ excentricus.
„ oxystomus.
Orthoceras ovale.
„ Polyphemus.

Gastropoda:

Pleurotomaria granulosa?
„ Ivanii?
Murchisonia angulata.
Euomphalus pentangulatus.
* „ tabulatus.
Macrochilus ampullaceus.
Chemnitzia longispira.
Nerita ampliata.
Natica Omaliana.
Capulus pumilus.
„ mitraeformis.
„ parasiticus.

Heteropoda:

Bellerophon Keynianus.
„ Urei.
* „ costatus.
„ decussatus.

Prosonocephala:

Dentalium ornatum.

Lamellibranchiata:

Sanguinolites undatus.
Sanguinolites tetraëdrus.
Anatina attenuata.
„ deltoidea.
Conocardium uralicum.
Arca Argo.
Pecten plicatus.
„ ellipticus.
Avicula evanescens.
Allorisma regulare.

Brachiopoda:

Productus cora.
„ undatus.
* „ semireticulatus.
„ longispinus.
„ scabriculus.
„ punctatus.
Orthis crenistria.
„ senilis.
„ Lamarckii.
„ eximia.
„ resupinata.
Chonetes variolata.
* Spirifer mosquensis.
„ Strangwaysi.
„ lineatus.
„ tegulatus.
Camarophoria crumena.
Rhynchonella pleurodon.
Spirigera ambigua.
Terebratula sacculus.

Bryozoa:

Aulopora campanulata.
Fenestella veneris.
Polypora martis.
„ dendroides.
Ascopora rhombifera.

Ceriopora inaequabilis
Coccinium sellaeforme.
„ Michelinia.

Chaetetidae:

Chaetetes tumidus.
„ radians.
Syringopora parallela.

Echinodermata:

* Archaeocidaris rossica.
Lepidesthes laevis.
Palaeaster montanus.
Calliaster mirus.
Stenaster confluens.
* Poteriocrinus multiplex.
„ bijugus.
Hydriocrinus pusillus.
* Cromyocrinus simplex.
„ geminatus.
„ ornatus.
Phialocrinus patens.
Phialocrinus urna.
Stemmatocrinus cernuus.
Forbesiocrinus incurvus.
Platycrinus sp.

Polypi:

* Bothrophyllum conicum.
Clisiophyllum cavum.
Lithostrotion gorgoneum.
Hydnophora Humboldti.

Foraminifera.

* Fusulina cylindrica.
Nummulina antiquior.
Endothyra radiata.
Nonionina rotula.

Fungiae:

Zu den Lithistiden Zittels gehörig.
Scyphia sp.

Plantae:

Sagminaria calcicola.

Es sind hiernach ausser den Leitfossilien Spirifer mosquensis und Productus semireticulatus häufig: Euomphalus tabulatus, Bellerophonten in Gestalt von Steinkernen, Archaeocidaris rossica, namentlich Stacheln, Cyathophyllum (Bothrophyllum) conicum und Fusulina cylindrica. Poteriocrinus multiplex und Cromyocrinus simplex haben sich nur stellenweise häufig gefunden. Dagegen ist Mjatschkowa arm an Cephalopoden und Crustaceen. Ziemlich artenreich sind die Fische und von ihnen am häufigsten die Psammodonten.

Nächst Mjatschkowa ist der reichste Fundort im Gouvernement Moskau das Dorf Karabtschejewo an der Oka gegenüber Kolomna. Der Kalk wurde früher hier gebrochen, die Arbeiten sind aber schon seit länger als 10 Jahren eingestellt, und hat seitdem der Ort auch aufgehört ergiebig zu sein.

Fossilien von Karabtschejewo.

Dactylodus concayus.
Macrochilus ampullaceus.
Euomphalus marginatus.
Natica Omaliana.
Bellerophon costatus.
* Conocardium uralicum.
Productus semireticulatus.
„ Cora.

Productus longispinus.	Chonetes variolata
* Spirifer mosquensis.	Rhynchonella pleurodon.
* „ trigonalis.	* Terebratula sacculus.
* „ Strangwaysi.	„ hastata.
„ lineatus.	Polypora Martis.
„ cristatus.	Chaetetes radians.
„ tegulatus.	Archaeocidaris rossica.
Orthis crenistria.	Cromyocrinus simplex.
* „ Lamarckii.	Poteriocrinus originarius.
„ Lyelliana.	Lonsdaleia floriformis.

Karabtschejewo ist nach Vorstehendem vorzugsweise reich an Brachiopoden, weist gar keine Cephalopoden auf, und besitzt die anderswo seltenere Muschel Conocardium uralicum.

In den Steinbrüchen zwischen Gshel und Rjätschizy finden sich zum Theil die Bergkalkfossilien vermischt mit Jurapetrefacten im braunen Jurasandsteine, welcher dort unmittelbar den Bergkalk bedeckt.

Versteinerungen des Bergkalks von Gshel:

Arpagodus rectangulus.	Orthis Lamarckii.
Euomphalus canaliculatus.	Rhynchonella pugnus.
Conocardium uralicum.	Fenestella martis.
Productus sinuatus.	Ceriopora sp.
„ punctatus.	Zaphrentis sp.
„ longispinus.	Cyathophyllum sp.
Spirifer lineatus.	Fusulina cylindrica.

Die Fossilien von Gshel sind im Allgemeinen schlecht erhalten, doch verdient dieser Fundort Berücksichtigung, da nur dort Prod. sinuatus und Rhynch. pugnus vorkommen.

Fossilien des Korallenkalks von Podolsk:

* Spirifer mosquensis.	* Chaetetes radians.
Aulopora campanulata.	* Lonsdaleia floriformis.
Syringopora parallela.	* Lithostrotion stylaxis.
Ceriopora inaequabilis.	„ flexuosum.
Ascopora rhombifera.	Bigenera mitrata.
Coscinium sellaeforme.	

Fossilien von Fedina bei Ratmiro a. d. Moskwa Bryzoenkalk:

Productus longispinus.
Spirifer Strangwaysi.
Orthis Lamarckii.
Chonetes variolata.
Aulopora campanulata.
Ascopora rhombifera.
Fenestella veneris.
Polypora Martis
Archaeocidaris rossica.
Sagminaria calcicola.

Fossilien von Tarbuschewo a. d. Oka:

Productus cora var. riparius.
„ undatus.*
Spirifer mosquensis.
Orthis crenistria.
„ eximia var. venusta.
Chonetes variolata.
Rhynch. pleurodon.
Archaeocidaris rossica.
Cyathophyllum conicum.

Brachiopoden-Kalk von Studinjetz a. d. Moskwa oberhalb Moskau:

* Productus Cora.
* „ semireticulatus.
„ scabriculus.
* Productus longispinus.
Orthis eximia.
„ Lamarckii.

Fenestellenkalk von Woskressenskoje an der Rjäsan'schen Eisenbahn:

* Productus longispinus.
„ „ var. paucicostatus.
Orthis Lamarckii.
* Fenestella veneris.

Von der Lapasnja:

Orthis eximia var. venusta.
* Productus cora var. riparius.

Von Ssalkowa a. d. Motscha:

Productus semireticulatus.
Spirifer trigonalis.
„ Strangwaysi.
Chonetes variolata.

Von Dawydowa Pustünj:

Phillipsia globiceps.
Spirifer mosquensis.
Modiola Teplofi.

Vom Jausa-Ufer in Moskau:

Nautilus tuberculatus.

Von Njewjärowa a. d. Moskwa:

Pecten segregatus.

Von Russawkina:

Camarophoria plicata.

Fossilien, welche als Geröll und in alluvialen und eluvialen Bildungen gefunden worden sind.

Cerithium ignoratum.
Bellerophon costatum.
Pinna flexicostata.
Productus costatus.

* Productus semireticulatus.
„ giganteus.
Spirifer glaber.
„ angustivalvatus.
* „ mosquensis.
„ Strangwaysi.
„ lineatus.

Orthis eximia.
Chonetes variolata.
Fenestella veneris.
Archaeocidaris rossica.
Fusulina cylindrica.
* Chaetetes radians.
Stigmaria ficoides.

Gattungen und Arten des Moskauer oberen Bergkalks, die auch in anderen Ländern vorkommen.	Belgien.	England.	Irland.	Nordamerika.	Spitzbergen.	Barents Inseln.	Neusüdwales.	Kärnthen.	Ural.	Schlesien.	Spanien.	Armenien.	Turkestan.
Edestus.				+									
Cladodus lamnoides.				+									
Petalodus destructor.				+									
Psammodus turgidus.			+										
Orodus ramosus.		+	+										
» cinctus.		+	+										
Dactylodus.				+									
Polyrhizodus.			+	+									
Poecilodus.		+	+	+									
Deltodus.			+	+									
Ostinaspis acuta.				+									
Ctenacanthus triangularis.				+									
Phillipsia Grünewaldti.						+			+				
» pustulata.									+				
Nautilus tuberculatus.		+						+					
Nautilus clitellarius.		+						+					
» subsulcatus.		+					+	+	+	+			
» oxystomus.	+	+	+										
Pleurotomaria granulosa.	+												
» Ivanii.	+	+											
Murchisonia angulata.	+	+											
Euomphalus pentangulatus.	+	+	+										+
» tabulatus.	+	+											
Nerita ampliata.	+	+											
Natica Omaliana.		+				+			+				
Bellerophon Keynianus.	+												
Bellerophon Urei.	+	+						+		+			
» costatus.	+	+											
» decussatus.	+	+				+							
Dentalium ornatum.	+												
Allorisma regulare.		+											
Sanguinulites undatus.		+	+				+	+					
Anatina attenuata.			+										

Gattungen und Arten des Moskauer oberen Bergkalks, die auch in anderen Ländern vorkommen.	Belgien.	England.	Irland.	Nordamerika.	Spitzbergen.	Barents Inseln.	Neusüdwales.	Kärnthen.	Ural.	Schlesien.	Spanien.	Armenien.	Turkestan.
Anatina deltoidea.			+										
Conocardium uralicum.		+							+				
Pinna flexicostata.		+	+										
Pecten segregatus.			+										
» plicatus.		+	+										
» ellipticus.		+	+										
Productus Cora.	+	+	+	+		+	+	+	+				+
» costatus.	+	+				+					+		
» undatus.	+	+					+					+	
» semireticulatus.	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+		+
» longispinus.	+	+	+	+	+		+	+	+	+			
» scabriculus.	+	+	+	+	+		+	+	+			+	
» punctatus.	+	+	+	+		+	+	+	+		+		+
» sinuatus.	+	+											
» muricatus.	+	+	+										
Orthis crenistria.	+	+	+	+	+		+	+		+	+	+	+
» senilis.		+											
Orthis Lyelliana.	+												
» Lamarckii (Syntrilasma M.&W.)				+									
» eximia (Meekella Wh. & St. J.)				+									
» resupinata.	+	+	+	+			+	+		+	+	+	+
Chonetes variolata.	+	+	+			+							+
Spirifer mosquensis.		+				+					+		
» trigonalis.	+	+	+			+							
» cristatus.	+	+	+				+						
» lineatus.	+	+	+	+		+	+	+	+		+	+	+
» glaber.	+	+	+	+			+	+	+				+
Camarophoria crumena.		+			+								
Rhynchonella pleurodon.	+	+	+		+		+	+	+			+	
Spirigera ambigna.	+	+	+			+		+	+				+
Terebratula sacculus.	+	+	+				+	+		+			
» hastata.		+			+						+		
Aulopora campanulata.			+										
Polypora dendroides.			+				+						
Ascopora rhombifera.	+	+											
Chaetetes tumidus.	+	+	+						+				
» radians.		+				+							
Syringopora parallela.		+		+									
Coscinium Michelinia.				+									
Lepidesthes.				+									
Stenaster.		+		+									
Lonsdalia floriformis.		+											
Lithostrotion stylaxis.		+											
» flexuosum.		+											
Fusulina cylindrica.				+							+		
Endothyra radiata.		+											

Aus der beigegebenen Tabelle, welche eine Zusammenstellung der Moskauer Bergkalkfossilien mit den Bergkalkfossilien anderer Landstriche enthält, ist ersichtlich, dass unsere Fauna denselben universellen Charakter hat, wie überhaupt die paläozoischen Formationen. Diejenigen unserer Thierreste, welche vorzugsweise Weltbürger sind, d. h. sich in den gleichzeitigen Absätzen fast aller Zonen finden, sind: Productus Cora, semireticulatus, longispinus, scabriculus und punctatus; Orthis crenistria und resupinata; Spirifer lineatus und glaber; Rhynchonella pleurodon, Spirigera ambigua und Terebratula sacculus. Aber wenn die Fauna unseres jüngeren Bergkalks im ganzen Grossen die allgemeinen Züge der Bergkalkfauna trägt, so hat sie doch auch ihr besonderes Gepräge, welches ihr durch einige Leitfossilien aufgedrückt wird, die in anderen Theilen der Welt nicht, oder fast nicht existiren. Hierher gehören vor Allem Archaeocidaris rossica, Chaetetes radians, eine Reihe eigenthümlicher Crinoideen und Spirifer mosquensis. Von weniger häufigen Thierresten tragen zum Sondergepräge der Moskauer Facies noch bei einige Fischzähne, wie Psammodus- und Poecilodus-Arten nebst mehreren Vertretern neuer Gattungen, Orthoceras ovale, Euomphalus tabulatus, Conocardium uralicum, Orthis Lamarckii (das Syntrilasma der Amerikaner), Orthis eximia (Meekella der amerikanischen Autoren), Spirifer Strangwaysi und Hydnophora Humboldti.

Die meisten gemeinsamen Arten haben Belgien, England und Irland aufzuweisen, doch ist ein grosser Theil dieser gemeinsamen Species weltbürgerlich, und dasselbe lässt sich auch von den übrigen Oertlichkeiten sagen, wie Spitzbergen, Australien, Spanien u. s. w. Eine ganz schlagende Aehnlichkeit bezüglich eigenthümlicher Formen tritt nur bei Nordamerika hervor, und ist es namentlich die Fischfauna, welche das Material zu dieser Analogie bietet. Man könnte manche von diesen ähnlichen Formen auch vicarirende nennen, wie die Edestus- Dactylodus- und Polyrhizodus-Zähne. Einige unserer Species sind ja sogar identisch mit nordamerikanischen. Aber auch in England existiren analoge Formen wie namentlich Poecilodus- und Orodus- auch Helodus-Zähne beweisen. Während die Trilobiten wie bei uns, so überhaupt im Bergkalk selten werden, ist der Mangel an Cephalopoden auffallend, selbst die Orthoceren sind nicht häufig, und die Nautilen sind in unseren Sammlungen nur in wenigen Bruchstücken vorhanden. Dasselbe lässt sich von den Gastropoden sagen, im Vergleich mit Belgien ist sogar unsere Gastropoden-Fauna äusserst arm, und von den zahlreichen Pleurotomarien Belgiens finden sich nur wenige bei uns. Unsere Bellerophonten sind alle auch in Westeuropa vertreten, aber auch ihre Zahl ist klein, und die Ursache davon ist vielleicht dem Umstande zuzuschreiben, dass fast immer ihre Schale zerstört ist, so dass von einer näheren Bestimmung nicht die Rede sein kann. Auch die Bivalven-Fauna steht an Zahl der Species weit hinter der anderer Bergkalklocalitäten zurück, und in den wenigen vorhandenen tritt nur die Verwandtschaft mit der betreffenden englischen Fauna hervor. Unsere Brachiopoden sind fast alle Weltbürger, aber in den wenigen Ausnahmen, wie bei Orthis eximia und Orthis Lamarckii

tritt wieder eine entschiedene Verwandtschaft mit Nordamerika hervor, da die beiden genannten Orthis-Arten als vicarirende Formen von Syntrilasma- und Meekella-Arten der Nordamerikaner zu betrachten sind. Unser Hauptleitfossil Spirifer mosquensis theilen wir mit Nowaja Semlja, England und Spanien. Ebenso haben wir Chaetetes radians mit England und dem arktischen Bergkalk gemeinsam, während Lepidesthes wieder eine Form ist, die auf Nordamerika hinweist, ebenso wie die hier so stark verbreitete Fusulina cylindrica.

Das Endresultat aller unserer Betrachtungen ist schliesslich, dass neben dem entschieden ausgeprägten Character der allgemeinen Bergkalkfauna die europäische Facies vorwaltet, und daneben noch die nordamerikanische sich durch einige charakteristische Typen sehr entschieden bemerklich macht.

Das Gesammtbild des Thierlebens, welches sich uns nach den Ergebnissen der vorstehenden Abhandlung darstellt, ist ungefähr folgendes:

Das Meer, welches zur Zeit der Steinkohlenperiode (d. h. zur Zeit, als auf dem unteren Bergkalk sich die wuchernde Flora der Stigmariensümpfe entwickelte) den Raum im Moskauer Gouvernement zwischen der Oka und der Moskwa einnahm, war bevölkert von Knorpelfischen der verschiedensten Art, bewaffnet mit sehr ungleichartigen Werkzeugen zur Zermalmung der Nahrungsstoffe, welche sie zu sich nahmen. Es gab Fische mit furchtbaren sägeartigen, denen der jetzigen Haifische (Carcharias) ähnlich, oder mit konischen Lamnaähnlichen Zähnen, oder mit gekrümmt kegelförmigen runden Zähnen, alle wirkliche Raubthiere, bestimmt gegen ihres Gleichen zu wüthen, wie die jetzigen Seefische, die mit ähnlicher Bewaffnung versehen sind. Andere Fische gab es, die sich wahrscheinlich von Schalthieren nährten, und deren Zähne mit scharfem oder stumpfem Kiel, mit Höckern und Höckerreihen versehen waren, wie sie aus den jetzigen Meeren nicht bekannt sind. Weiter war das damalige Meer belebt von Fischen mit mehr oder weniger flachen dreieckigen und viereckigen Zähnen oder besser Gaumenplatten. Die dreieckigen Gaumenplatten weisen auf Verwandtschaft mit den heutigen chimäroiden Fischen (Callorhynchus), die viereckigen auf die Myliobatiden der heutigen Meere. Endlich gab es noch Fische, welche als die entfernten Vorfahren unserer Störe (Accipenser) betrachtet werden können, wenn auch die emaillirten Hautschilder von Ostinaspis nicht ganz gleich sind den Hautschildern der russischen Störe. Ganoide Fische scheint es wenig gegeben zu haben, denn die charakteristischen rhombischen Glanzschuppen sind selten gefunden worden.

Nächst den Fischen spielten die grösste Rolle in der damaligen Thierwelt die Brachiopoden. Nach den zahlreichen Ueberbleibseln zu urtheilen, die von ihnen vorhanden sind, waren sie in viel grösserer Menge vorhanden, als die Fische, wobei man indessen nicht vergessen darf, den Umstand in Rechnung zu ziehen, dass die Fische mit

Fleisch und Knorpelsubstanz der Verwesung anheim fielen, während die Schalen der Brachiopoden erhalten blieben, und namentlich die zahlreichen Productusarten, welche zwischen ihren gewölbten Schalen nur wenig Weichtheile einschlossen. Vor allen traten massenweise auf die Arten der Gattungen Productus, Spirifer und Spirigera, erloschenen Gattungen, die heut ihres Gleichen nicht mehr in unseren Meeren haben, was zu dem Schlusse berechtigt, dass seit der permischen Zeit die Existenzbedingungen für sie aufgehört haben, günstige zu sein. Die Arten der Gattung Terebratula waren damals weniger zahlreich und auch ihre Individuenzahl kleiner, aber sie haben mit Rhynchonella fast ohne Wandlung der Form den Wechsel aller Perioden überdauert.

Während die zahlreichen Heteropoden, die Bellerophonten, mit den wenigen Cephalopoden das offene, hohe Meer bewohnten, scheint der Wohnsitz der Brachiopoden die grössere Tiefe gewesen zu sein, aber sowohl die einen wie die anderen, die Bewohner der Höhe wie der Tiefe, wurden in denselben Mergel- und Kalkschlammabsätzen begraben.—Die in grossartigem Massstabe sich vermehrenden Rhizopoden (die Fusulinen) mögen, wie auch die Heteropoden, vielfach den Fischen zur Nahrung gedient haben, denn die stachligen Producten und die dickschaligen Spiriferen, die wenig Fleischsubstanz boten, mögen weniger nach ihrem Geschmack gewesen sein.

Einen malerischen Bestandtheil der damaligen Fauna mögen die unterseeischen Blumenfelder der Seelilien geboten haben. Sie sind jedenfalls für andere Thiere als Nahrung sehr wenig begehrenswerth gewesen, und haben ihren Untergang wohl meist durch Erstickung im thonigen Schlamm gefunden. Aber wenn sie für ihren vielgliedrigeu Körper viel Kalksubstanz (die ihnen möglicher Weise die Rhizopoden geliefert haben) gebrauchten, so sonderten sie wahrscheinlich andererseits fleischige Substanz aus, denn auf diese Weise lässt sich erklären, dass gewisse Arten der Crinoideen heftig von Gastropoden (Capulus) verfolgt wurden, da für diese Thiere höherer Ordnung die Auswurfsstoffe jener nützlich zu verwerthen waren. Jedenfalls haben die Crinoideen stellenweise den Meeresboden in ungemessener Zahl bedeckt, und wenn sie auch nicht mit dem Glanz der Farben geschmückt gewesen sind, so können doch die Bewegungen der von langen Stielen getragenen, sich hin und herneigenden ausgebreiteten Armkreise nicht ohne Reiz gewesen sein, wenn sich auch ihre graziösen Schwingungen nur für unempfängliche Fischaugen vollzogen haben.

Denken wir uns zu alledem noch niedrige Korallenbänke, horizontal auf der Unterlage von Kalklagern aufgebaut von Chaetetes, Lithostrotion, Lonsdalia und Cyathophyllinen, und bevölkert von Millionen von Seeigeln (Archaeocidaris), die mit ihren spitzen Fresswerkzeugen möglicher Weise die Weichtheile der Polypen abgeweidet haben, daneben noch zahlreiche Brachiopoden sich anheftend an die Kalkwände vermittelst ihrer Muskelarme und dünne Bryozoengehäuse auf dem Kalkschlamm in der Tiefe, so haben

wir im ganzen Grossen ein Bild des Thierlebens in dem Meere, aus welchem sich der sogenannte obere Bergkalk abgesetzt hat.

Um das Bild der Steinbrüche von Mjatschkowa zu vervollständigen, will ich noch einige Worte hinzufügen über die jurassischen Schichten, von denen der dortige Bergkalk bedeckt wird. In den Brüchen oberhalb der Brücke über die Moskwa wird der Bergkalk in einer Höhe von 6 bis 10 Metern von Schichten schiefrigen Thones bedeckt, welche rundliche mergelige Concretionen enthalten, die überhaupt den unteren Juraschichten des Moskauer Gouvernements eigenthümlich sind. Ausserdem ruhen dort wahrscheinlich unmittelbar auf dem Kalk oolithische Mergel, welche die braunen Oolithkörnchen zerstreut im Gestein enthalten. Ich sage wahrscheinlich, denn beobachtet habe ich dieses Gestein nicht in situ, da diese Schichten schwer zugänglich sind, und der ganze Schichtencomplex bei der Ausbeutung der tiefer liegenden brauchbaren Kalkschichten herabstürzt, hierdurch aber alle Schichten des Juragesteins, die sich übrigens in Färbung und Cohärenz wenig von einander unterscheiden, mit einander vermengt werden. Die Lagen dieser schiefrigen dunklen Jurathone sind im Allgemeinen arm an Fossilien, und bei meinen zahlreichen Besuchen von Mjatschkowa im Laufe von zwanzig Jahren habe ich nur folgende Petrefacten aus diesen Juraschichten aufbringen können:

Belemnites Panderianus d'Orb.
„ absolutus Fisch.
Ammonites Eugenii Rasp.
„ Arduennensis d'Orb.
„ cordatus Sow.
„ Jason Mü.
„ plicatilis Sow.
„ „ parabolis,
„ Fischerianus d'Orb.
„ Frearsianus d'Orb.
„ Toucasianus d'Orb.
Auloceras inaequilaterus Trd.
Nautilus intermedius Sow.
Pleurotomaria Buchiana d'Orb.
Turritella Fahrenkohli Rouill.
Cerithium septemplicatum Roem.
Rostellaria bispinosa Will.

Gryphaea signata Rouill.
Anomia similis Trd.
Plicatula subserrata Gldf.
Ostrea gregaria Sow.
Exogyra reniformis Gldf.
Pinna lanceolata Sow.
Astarte cordata Trd.
Cucullaea concinna Gldf.
„ Rouillieri Trd.
Nucula Hammeri Dfr.
Leda lacryma Sow.
Lima deflexa Trd.
Pholadomya opiformis Trd.
„ Duboisi d'Orb.
Trigonia costata Park.
Rhynchonella quadriplicata Ziet.
„ furcillata Theodori.

Im oolithischen Mergel sind gefunden worden:

Rhynchonella acuticosta Hehl.
„ personata v. Buch.
Terebratula impressa Br.

Im eisenschüssigen Sande, der vielleicht nur ein Nest in schiefrigen Thonen gebildet hat sind gefunden:

Ammonites Jason Mü.
„ coronatus Brug.

Unterhalb der Brücke von Mjatschkowa überlagern den Bergkalk höhere Jurasedimente, nämlich bituminöser schwarzer Kalk und bituminöser schwarzer sandiger Mergel mit

Ammonites virgatus v. Buch.
„ biplex Sow.
Ammonites Panderianus d'Orb.
Lucina lyrata Phill.

und dunkelgrüner glaukonitischer Sand mit

A. virgatus v. Buch.
A. catenulatus Fisch. und
Aucella mosquensis MVK...

Ausserdem kommt ebendort noch vor, doch wie es scheint nur nesterweise, gelblicher Sandstein mit A. nodiger, der schon zum Neocom gehört.

Zum Schluss sage ich noch allen den Herren, welche mich mit Material für meine Arbeit versehen haben, wie N. P. Wischnjakov, Dr. Zickendrath, S. N. Nikitin, K. O. Milaschewitsch meinen verbindlichsten Dank.

October 1878.

H. Trautschold.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

Tafel I.

Fig. 1. a. Syringopora parallela Fisch. in natürlicher Grösse.
„ b Dasselbe Fossil vergrössert.
„ c. Dasselbe im Längsschnitt vergrössert.
„ d. Dasselbe im Querschnitt, natürliche Grösse.
„ e. Dasselbe im Querschnitt, vergrössert.
„ 2. a. Coscinium sellaeforme Trd. in natürlicher Grösse.
„ b. Dasselbe senkrecht durchschnitten vergrössert, Dünnschliff.
„ c. Dasselbe horizontal durchschnitten vergrössert, Dünnschliff.
„ 3. a. Coscinium Michelinia Prout in natürlicher Grösse auf einem Stachel von Archaeocidaris rossica.
„ 3. b. Dasselbe vergrössert.

Tafel II.

Fig. 1. a. Archaeocidaris rossica M. V. K. Das am besten erhaltene Exemplar in natürlicher Grösse.
„ 1. b. Einige Ambulacralpatten desselben Fossils vergössert.
„ 1. c. Kauapparat von Archaeocidaris rossica in natürl. Grösse von der Seite.
„ 1. d. Derselbe von oben.
„ 1. e. Derselbe von unten.
„ 1. f. Der bewegliche Zahn des Kauapparats vergrössert.
„ 1. h. Eine Pyramide mit dem beweglichen Zahn von innen vergrössert.
„ 1. i. Eine Pyramide von aussen.
„ 1. k. Ein Stachel von Archaeocidaris rossica.
„ 1. l. Vier Interambulacralplatten desselben Fossils natürl. Grösse.
„ 1. m. Ein platter Stachel.
„ 1. n. Stachel von A. acanthifera.
„ 2. a. Palaeaster montanus Stschurovsky von der Bauchseite in natürlicher Grösse.
„ 2. b. Derselbe von der Rückenseite.
„ 3. a. Calliaster mirus Trd. Bruchstück in natürlicher Grösse.
„ 3. b. c. d. Einzelne Platten wahrscheinlich der Rückenseite des Thiers angehörig.
„ 3. f. g. Adumbulacralplatten desselben Fossils.
„ 3. h. Papillae desselben Fossils.
„ 4. Ein anderes Bruchstück von Calliaster mirus.

Fig. 5. a. Stenaster confluens Trd. Ein Arm von der Bauchseite vergrössert.
„ 5. b. Derselbe von der Rückenseite.
„ 5. c. Derselbe im Querschnitt.
„ 5. d. Derselbe in natürlicher Grösse.

Tafel III.

(Alle Figuren sind in natürlicher Grösse.)

Fig. 1. Poteriocrinus originarius Trd.
„ 2. Poteriocrinus multiplex Trd.
„ 3. Poteriocrinus bijugus Trd.
„ 4. Hydriocrinus pusillus Trd.
„ 5. Cromyocrinus geminatus Trd.
„ 6. Cromyocrinus geminatus links, Cr. simplex Trd. rechts.
„ 7. Cromyocrinus simplex mit Capulus auf den Analplatten.
„ 8. Cromyocrinus simplex mit Capulus, ein anderes Exemplar.
„ 9. Cromyocrinus ornatus Trd.
„ 10. Cromyocrinus ornatus Trd. ein anderes Exemplar.
„ 11. Forbesiocrinus incurvus Trd.
„ 12. Stemmatocrinus cernuus Trd.

Tafel IV.

Fig. 1. a. Poteriocrinus multiplex Trd. nat. Grösse.
„ 1. b. Derselbe von der Analseite.
„ 2. Hydriocrinus pusillus Trd. Kelch und Gelenkfläche des Stielgliedes. Vergrösssert.
„ 3. a. Forbesiocrinus incurvus Trd. an der Basis beschädigter Kelch von der Seite. Natürl. Grösse.
„ 3. b. Derselbe von oben.
„ 4. a. Phialocrinus patens Trd. Kelch von unten, natürl. Grösse.
„ 4. b. Derselbe von der Seite.
„ 5. a. Phialocrinus urna Trd. von der Seite.
„ 5. b. c. Derselbe von der Analseite und von unten.
„ 6. Junges Individuum von Cromyocrinus simplex in drei Stellungen. Natürl. Grösse.
„ 7. a. Bruchstück eines Stiels von Platycrinus.
„ 7. b. c. Viereckiges Stielglied von oben und von unten.
„ 7. d. Dasselbe von der Seite.
„ 7. e. Elliptisches Stielglied von Platycrinus, Gelenkfläche.
„ 7. f. Wechselnde Stellung der elliptischen Stielstücke von Platycrinus.
„ 8. a. Bruchstück eines Crinoideenstiels von Mjatschkowa.
„ 8. b. c. Gelenkfläche der Stielglieder desselben Stiels.
„ 9. Bruchstück eines Stiels von Forbesiocrinus incurvus.
„ 10. Stielstück eines Poteriocrinus.
„ 11. Bruchstück eines Stiels mit Cirrennarben.
„ 12. Gliedfläche einer Radialplatte von Poteriocrinus.

Fig. 13. Bruchstück eines Arms von Poteriocrinus multiplex mit der Basis der pinnulae.
„ 14. a. Eine pinnula von Poteriocrinus multiplex mit den fünf ersten Gliedern.
„ 14. b. Gelenkfläche eines Armgliedes, an welche die pinnulae eingelenkt sind.

Tafel V.

Fig. 1. a. Bothrophyllum conicum Fisch.
„ 2. b. Desgleichen, ein anderes Exemplar.
„ 1. c. Ein Querschnitt derselben Koralle.
„ 1. d. Ein Längsschnitt von B. conicum.
„ 1. e. und f. Der Kelch desselben Fossils von oben gesehen.
(Alle Figuren in natürlicher Grösse.)
„ 2. a. Clisiophyllum cavum Trd. von der Seite.
„ 1. b. „ „ von oben nat. Gr.
„ 3. a. Lonsdaleia floriformis Flem. Ein Kelch von oben, um's Doppelte vergrössert.
„ 3. b. Die Spitze der Columella desselben Fossils von der Seite, zweifach vergrössert.
„ 3. c. Querschnitt der Columella derselben Koralle.
„ 3. d. Querschnitt eines Gehäuses. „ „
„ 3. e. Das Gehäuse von L. floriformis so der Länge nach durchbrochen, dass die nicht spiral gedrehten Hohlkegel der Columella hervortreten. Natürl. Grösse.
„ 3. f. Das Gehäuse von L. floriformis so der Länge nach durchbrochen, dass die parallel und senkrecht, nicht spiral gedrehten Rippen der Columella hervortreten.
„ 4. a. Lonsdaleia floriformis Flem. Verkieseltes Exemplar. Natürl. Gr.
„ 4. b. Dasselbe von oben.
„ 5. a. Verwittertes und in der Folge verkieseltes Exemplar von Lonsdaleia floriformis.
„ 5. b. Dasselbe von oben. Beide Figuren in nat. Gr.
„ 6. a. Lithostrotion stylaxis Trd. Der Länge nach durchbrochen. Natürl. Grösse.
„ 6. b. Gehäuse von L. stylaxis im Querschnitt vergrössert.
„ 6. c. Gehäuse von L. stylaxis der Länge nach durchbrochen, so dass die verschiedenen Schichten des blasigen Gewebes zu sehen sind.
„ 7. a. Lithostrotion flexuosum Trd. Stück einer Colonie der Länge nach durchschnitten. Natürl. Grösse.
„ 7. b. Querschnitt desselben Fossils.
„ 8. a. Lithostrotion gorgoneum Trd. Colonie der Länge nach durchschnitten. Natürl. Gr.
„ 8. b. Längsschnitt eines Gehäuses im Dünnschliff, vergrössert.
„ 5. c. und 6. Querschnitte eines Gehäuses im Dünnschliff. Vergrössert.

Tafel VI.

Fig. 1. Hydnophora Humboldti Fisch. a. von oben, b. dasselbe Exemplar, vertikaler Durchschnitt, c. ein anderes Exemplar in vertikalem Durchschnitt (a. d. Sammlung d. H. Wischnjakov), d. ein Sternchen im horizontalen Durchschnitt, vergrössert, e. ein Sternchen von oben gesehen vergrössert.
„ 2. Fusulina cylindrica Fisch. a. in doppelter Vergrösserung, b. der Länge nach durchschnitten.
„ 3. Nummulina antiquior Rouill. im horizontalen Durchschnitt.
„ 4. Fusulinella sphaeroidea Ehrenb. a. Frontansicht, b. Seitenansicht, beides vergrössert.
„ 5. Bradyina nautiliformis Möll. a. in natürlicher Grösse von der Seite, b. vergrössert, c. Frontansicht vergrössert.

Fig. 6. Bigenera mitrata Trd. a. von der Seite vergrössert, b. die letzte Kammer (Mütze) von oben, c. eine Scheidewand einer der einreihigen Kammern.
„ 7. Scyphia sp. zu den Lithistiden Zittels gehörig. a. von der Seite, b. von oben.
„ 8. Edestus protopirata Trd. a. in natürlicher Grösse von der Seite, b. von vorn, c. ein Zähnchen vergrössert
„ 9. Polyrhizodus longus, a in natürlicher Grösse von oben, b. Durchschnittslinie.
„ 10. Derselbe (das Gegenstück) a. und b. wie oben (a. d. Sammlung d. N. P. Wischnjakov.)
„ 11. Cladodus divergens Trd. a. in natürlicher Grösse, b. vergrössert.
„ 12. Arpagodus rectangulus Trd. a. von vorn, b von hinten, c. von oben, d. im Profil. Alle Figuren in natürlicher Grösse.
„ 13. Poecilodus grandis Trd. a. von oben, b. im Profil, beide Figuren in natürl. Grösse (a. d. Sammlung d. N. P. Wischnjakov).
„ 14. Ostinaspis coronata Trd. a. von der Seite, b. von oben. Beide Figuren vergössert.
„ 15. Ctenacanthus triangularis Newberry in natürlicher Grösse (a. d. Sammlung d. N. P. Wischnjakov)
„ 16. Euomphalus canaliculatus Trd. a. von oben, b. von unten, c. im Profil. Natürl. Grösse.
„ 17. Productus costatus Sow. var. depressus, a. von hinten, b. von vorn, c. Umriss im Profil.
„ 18. Terebratula hastata Sow. a. von vorn, b. von hinten, c. von der Seite. Natürl. Grösse.

Tafel VII.

Fig. 1. Poecilodus circinnans Trd. a. von der Innenseite, b. von vorn, c. von der Aussenseite, d. von oben vergrössert, e. von der Innenseite vergrössert.
„ 2. Orodus cinctus Ag. von oben, nat. Gr.
„ 3. Cymatodus plicatulus Trd. a. von der Seite, b. ein anderes Exemplar, c. das letztere im Profil.
„ 4. Cranodus zonatus Trd. a. von der Seite, b. von hinten, c. natürliche Grösse.
„ 5. Deltodus incrassatus Trd. a. von oben, b. von der Innenseite im Profil.
„ 6. Deltodus laminaris Trd. (Cochliodus?), der linke Zahn von oben, b. Stellung der Zähne im Kiefer.
„ 7. Deltodus triangularis Trd. (Cochliodus?) a. von oben, b. im Profil von der Innenseite, c. Stellung der Zähne im Kiefer.
„ 8. Tomodus argutus Trd. a. von vorn, b. im Profil, c. von hinten.
„ 9. 10. 11. 12. Verschiedene Exemplare von Psephodus minor Trd., alle von oben gesehen.
„ 13. Petalodus sp. a. von vorn, b. im Profil.
„ 14. Petalodus sp. ein anderes Exemplar, a. von vorn, b. von hinten, c. im Profil.
„ 15. 16. Schuppen ganoider Fische in natürlicher Grösse.
„ 17. 18. Schuppen ganoider Fische vergrössert.
„ 19. Chiastodus obvallatus Trd. a. von vorn, b. von hinten, c. im Profil, d. von oben.

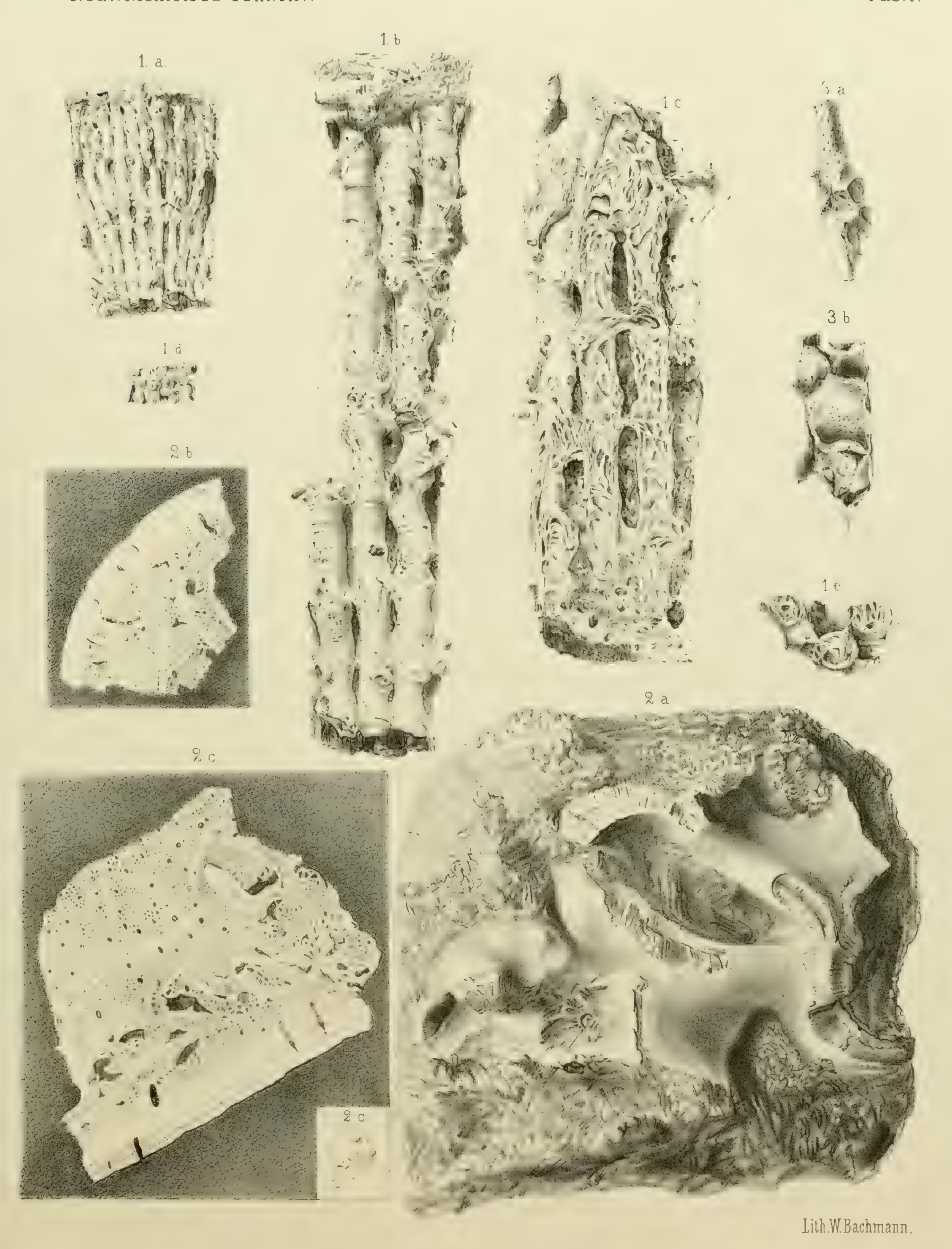
ALPHABETISCHES VERZEICHNISS DER FOSSILIEN.

(Band XIII, pag. 277—374. Band XIV, pag. 1—82.)

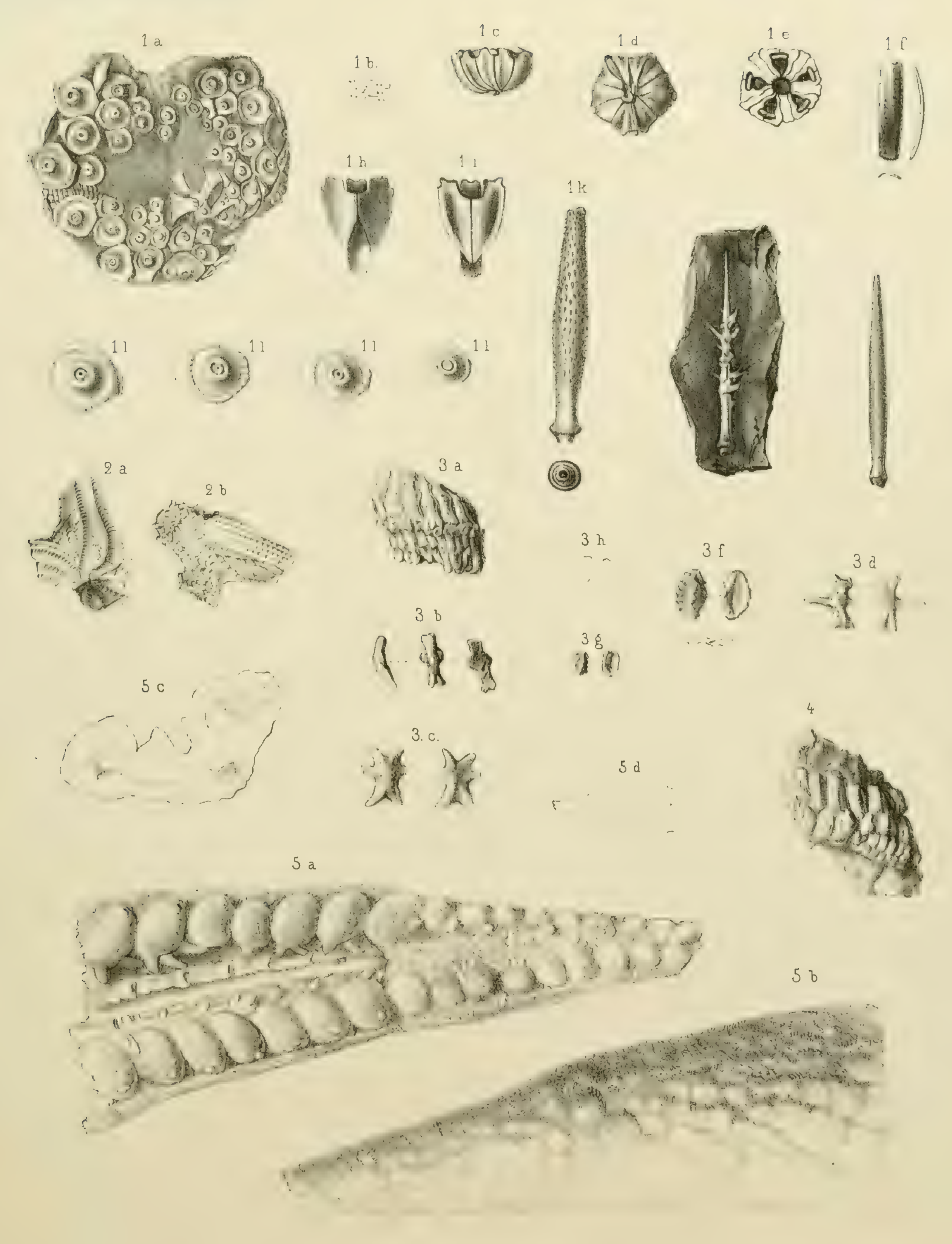
S.

T.

Z.

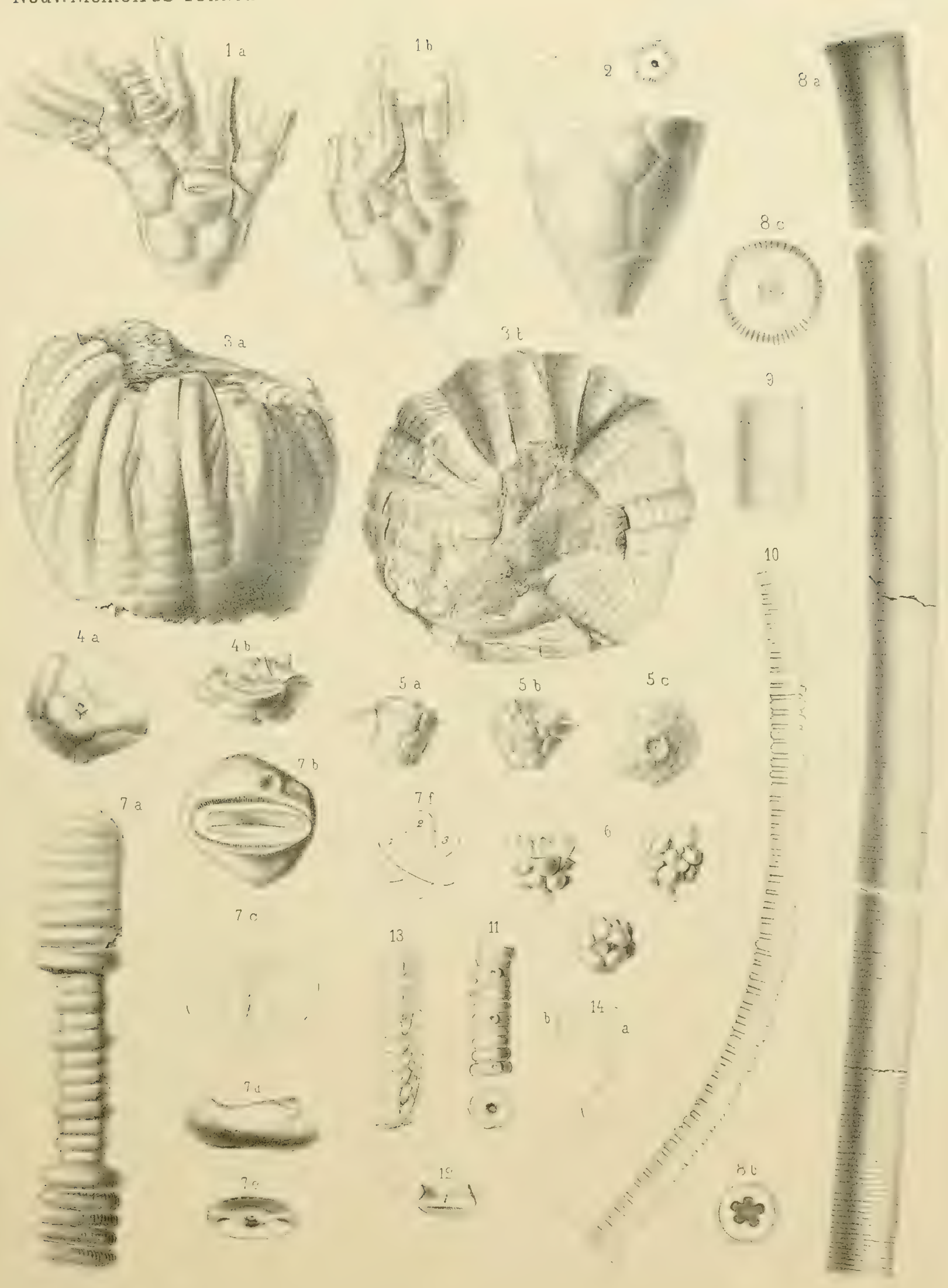


Lith. W. Bachmann.

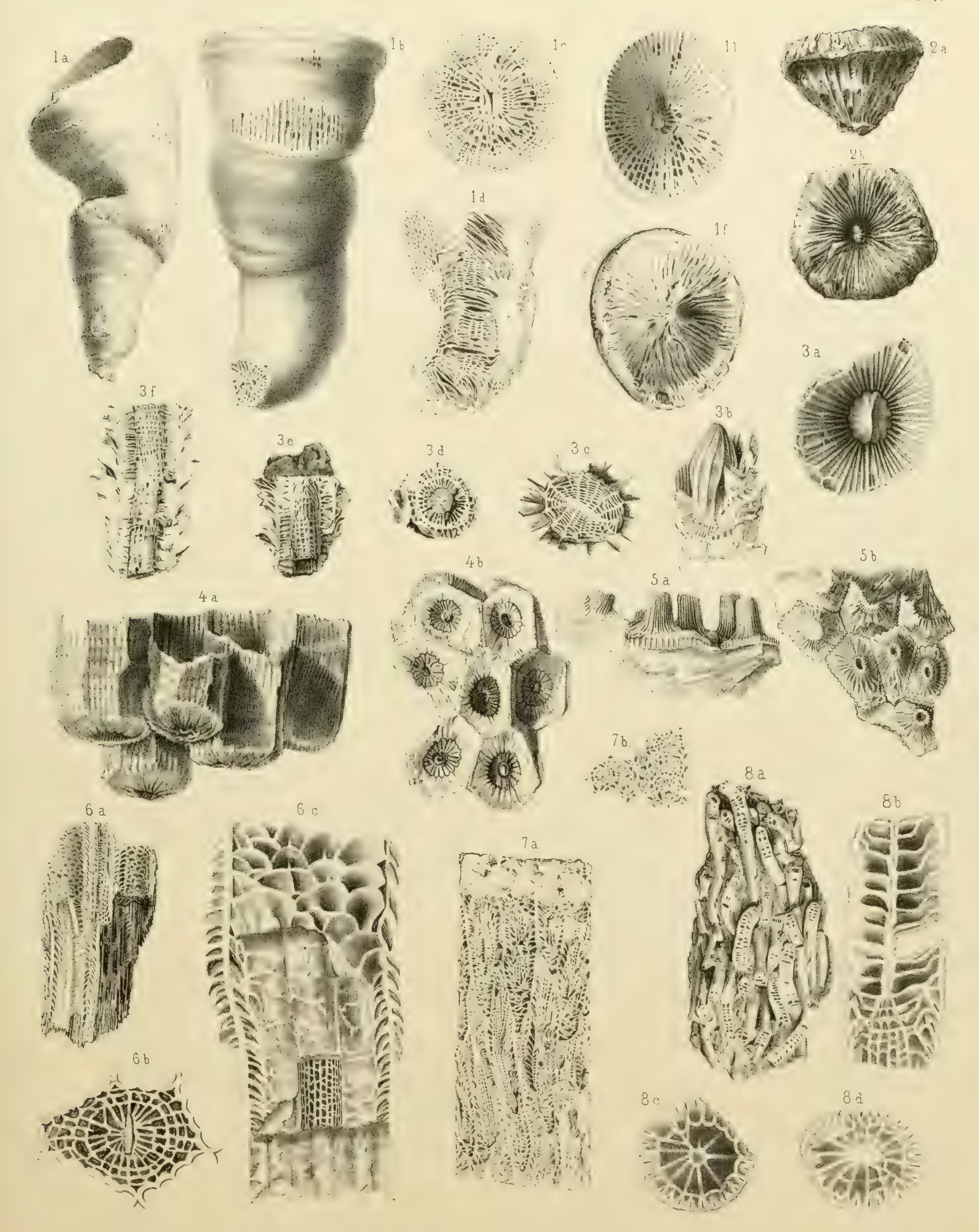


Lith. W. Bachmann.

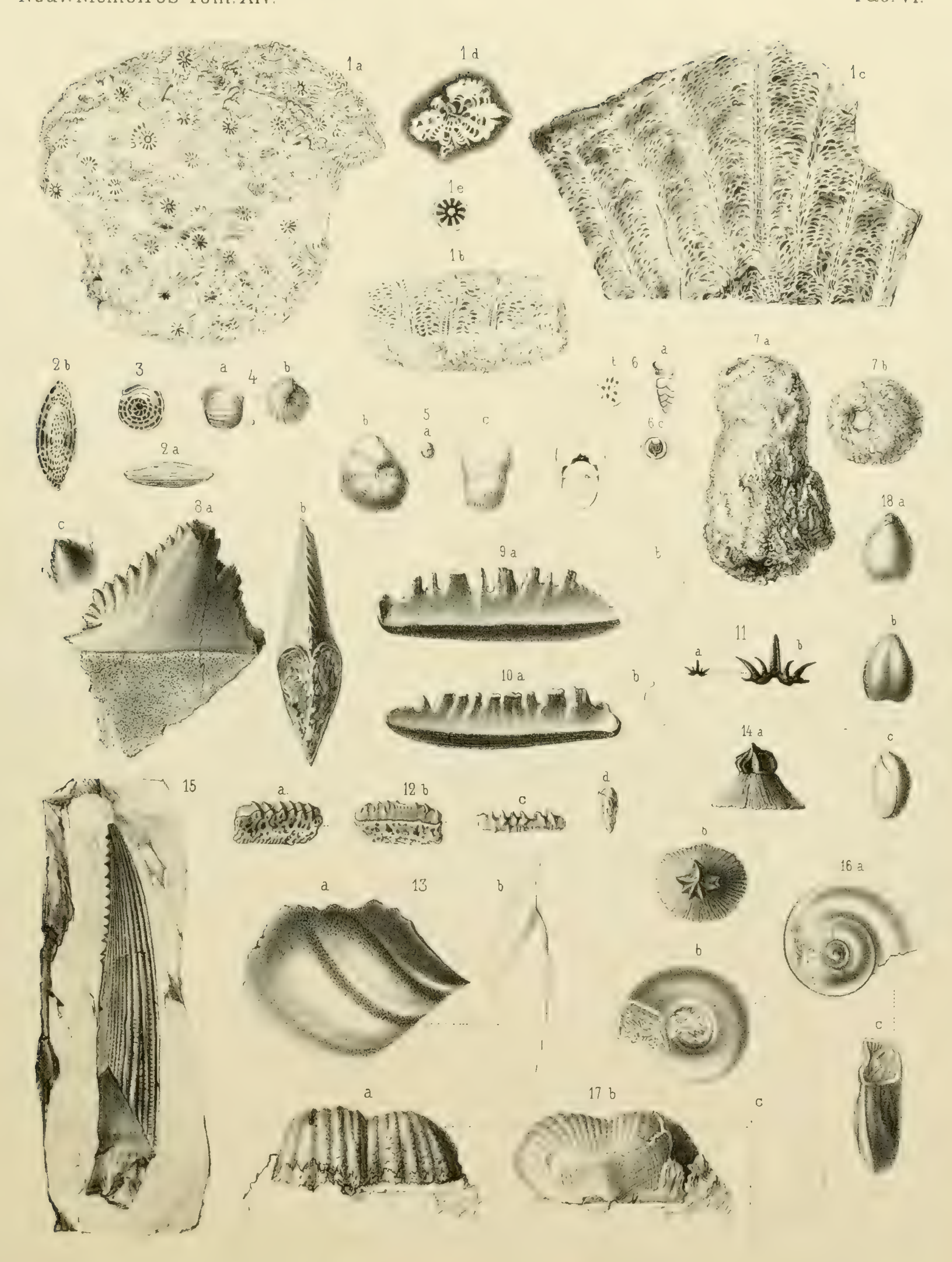

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.



Lith. W. Bachmann.



Lith. W. Bachmann.



Lith. W Bachmann



Lith. W. Bachmann

TABLE DES MATIÈRES.



NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV.
formant le Tome XX de la collection.

Livraison 2.

Avec 6 planches.

MOSCOU.
Imprimerie de l'Universite Impériale.
Strastnoï Boulevard.
1881.

NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV.
formant le Tome XX de la collection.

Livraison 2.

Avec 6 planches.



MOSCOU.
Imprimerie de l'Universite Impériale.
Strastnoï Boulevard.
1881.

DER JURA

DER

UMGEGEND VON ELATMA.

Eine

PALÆONTOLOGISCH-GEOGNOSTISCHE MONOGRAPHIE

VON

S. Nikitin.

1-te Lieferung.

Das Material, welches meiner Arbeit zu Grunde liegt, stammt erstens aus meinen eigenen sehr reichen Sammlungen, zweitens aus den paläontologischen Universitäts-Museen von St. Petersburg und Moskau, aus dem paläontologischen Berg-Museum in St. Petersburg, den paläontologischen Sammlungen der Herrn Eichwald, Milaschewitsch und Trautschold. Für die Mittheilung der betreffenden Suiten sowie für sonstige Unterstützung erlaube ich mir den Herrn Professoren *A. Inostrantzew, J. Lahusen, V. Möller, K. Milaschewitsch, G. Stschurowsky* und *H. Trautschold* meinen besten Dank auszusprechen. Zum Schlusse halte ich es für eine angenehme Pflicht, auch Sr. Excellenz dem Herrn Vice-Präsidenten unserer Moskauer Gesellschaft der Naturforscher *Carl Renard* für die mir bei der Herausgabe dieser Abhandlung gewährte materielle Hülfe meinen tiefgefühlten Dank auszudrücken.

S. Nikitin.

20 October 1880.

I. Historische Uebersicht der Erforschungen des Jura in der Umgegend von Elatma.

Seit dem Beginne der geologischen Forschungen in Russland richten die Geologen sehr oft ihr Augenmerk auf Elatma, als auf eine der besten, für Russland classisch gewordenen jurassischen Gegenden.

Die ersten Hinweise finden wir in dem Werke des Bergingenieurs *Oliviery* *). Dieser Geolog beschäftigte sich mit dem Studium des geologischen Baues des Flussgebietes der Oka, in der Hoffnung dort einige bauwürdige Kohlenstöcke zu finden, indessen giebt er uns auch eine genaue Beschreibung der Juraentblössungen in den Ufern der Oka, bei Elatma sowie 20—30 Kilometer unterhalb dieser Stadt bei den Dörfern Okschewo und Wajutino. Seine Beschreibungen haben aber nur ein petrographisches und zum Theil stratigraphisches Interesse, da er nur einige petrographische Profile giebt, ohne irgend welche geologische und paläontologische Vergleichungen zu machen. Die geologischen und paläontologischen Beziehungen des Jura von Elatma und den angrenzenden Gebieten wurden zuerst von *Leop. Buch* studirt **). Leider besuchte der berühmte Geolog unsere Gegenden nicht persönlich. Er hatte nur in seinen Händen eine reiche Sammlung von Versteinerungen, sowie einige ihm vermuthlich von Oliviery zugeschickte stratigraphische Bemerkungen. Ungeachtet dessen hat er den Elatomschen Jura sehr richtig als die unteren Lager der «Oxfordclay» hingestellt, da man unter diesem Namen damals auch die Kellowayformation verstand. Wenn ich auch nicht immer im Stande war zu begreifen, welche paläontologische Form er eigentlich unter dem von ihm angegebenen Namen meinte, da seine Beschreibungen zu kurz und nicht mit Abbildungen versehen sind, so sind doch seine Definitionen meistens für damals richtig und genau.

In dem grossen Werke von *Murchison, Verneuil* und *Keyserling* ***) finden wir wieder Okschewo und Elatma als zwei bedeutende jurassische Gegenden besprochen.

---

*) Горный журналъ 1838, кн. 9.

**) Beiträge zur Bestim. der Gebirgsformationen in Russland. 1840, S. 81—90.

***) Murch., Vern., Keyserl. Russia and the Ural. mountains. 1845, Vol. I, S. 233.

Murchison war der erste, der hier zwei thonigmergelige Lager mit einer Zwischenschicht von eisenschüssigem Sandsteine unterschied. Der untere schwarze schieferige Thon wurde später von Neumayer als Belemnitenschiefer unrichtig zu den liassischen Thonschiefern der Krim und des Kaukasus hingestellt. Wir werden weiter sehen, dass er der Macrocephalenschicht Westeuropa's gänzlich entspricht. Der eisenschüssige Sandstein bietet hier eine Menge Versteinerungen, welche Murchison als dem Kelloway angehörige anerkannte. Da in der Entfernung von ungefähr 10—12 Kilometer westlich von Elatma in der Gegend der Fabrik von Unschinski eine mächtige Entblössung der Bergkalk liegt, und die Schichten dieser Formation das jurassische Becken Elatma's vom Süden und Westen umhüllen, glaubte Murchison sehr richtig constatiren zu können, dass hier der Bergkalk das unmittelbare Liegende des unteren jurassischen Thones ausmacht, obwohl sie nirgends beide miteinander zu Tage kommen. Ferner muss man anerkennen, dass permische und triassische Schichten, welche sich nördlich und östlich von Elatma stark entwickeln, hier eine südwestliche Grenze haben. Die Profile, welche Murchison für diese Gegenden giebt, werde ich bei der speciellen Beschreibung der Entblössungen betrachten. Es ist zu bedauern, dass d'Orbigny, welcher mit der Bearbeitnng des von Murchison's Expedition gesammelten jurassischen paläontologischen Materials betraut wurde, dieses Material in einem so verwickelten Zustande übernommen hat, dass die Hinweise auf den Ort und die Schicht, wo diese oder jene der von ihm beschriebenen Formen gefunden wurde, durcheinander gemischt worden sind und den schwächsten Theil dieser herrlichen Arbeit ausmachen.

Nach einer Reihe von Jahren, als die Forschungen unserer Geologen auf andere Localitäten gerichtet waren, wurden Elatma und seine Umgebungen der Gegenstand zweier Artikel von Herrn Prof. *Trautschold* *). Der erste enthält eine Beschreibung des mineralogischen Characters des eigenthümlichen eisenschüssigen Gesteins, welches hier ein mächtiges Lager zwischen den beiden thonigen Schichten einnimmt. Dieses merkwürdige Gestein besteht aus einer bald sandigen, bald kalkigen, bald mergeligen Masse mit vielen Eisenoolithkörnern überfüllt. Die Körner sind theils von der Gröbe des Schiesspulvers und erreichen theils Erbsen- und Bohnengrösse, haben eine etwas unregelmässige linsenförmige, meist abgerundete Form, eine dunkelbraune Farbe mit einem fast metallischen Glanz. Wir haben vor uns sicher ein Bohnerz, das Korn ist sehr dicht, zeigt nur eine undeutliche schalige Structur und einen viel stärkeren metallischen Glanz, als die meisten Bohnerze Westeuropa's; ich besitze aber ein Stück eines Bohnerzgesteins aus Schwaben, das kaum von dem unsrigen verschieden ist. Nach einer chemischen Untersuchung von Herrn Hermann ergab es sich als ein wässeriges thoniges und kieselreiches Eisenoxyd. Ich glaube

---

*) Der glanzkörnige Sandstein bei Dmitrijewa-Gora. Bull. Soc. Nat. de Moscou, 1862, III. Trautsch. Reisebrief aus Russla.d. Zeitschr. d. geol. Gesellsch. 1864, Vol. XVI, S. 584.

aber, dass wir keine Gründe haben, daraus eine besondere Art von Eisenerzgestein zu machen, wie es eigentlich Herr Trautschold will. Die beiden Artikel unseres geehrten Geologen enthalten eine kritische Uebersicht der in diesem Oolithgestein von ihm selbst und von dem Herrn Bergingenieur Sabatier erhaltenen Versteinerungen. Das Resultat dieser Beobachtungen wurde in folgenden Zeilen des ersten Artikels ausgesprochen: „Ein Blick auf die Tabelle muss Jeden überzeugen, dass wir es hier mit einer Bildung des mittleren Jura zu thun haben, und dass auch diese Schicht nicht so ohne Weiteres als Oxford angesehen werden darf, wie d'Orbigny für sie, wie für den ganzen Russischen Jura verlangte." Das war eine ganz richtige Idee, aber ich muss sagen, dass gerade d'Orbigny der erste war, der für den Elatom'schen Jura die Bedeutung der Kellowayformation nachgewiesen hat *). Statt diese richtige Idee mehr und mehr entwickelt zu sehen, finden wir in dem zweiten Artikel von Trautschold einen unglücklichen Irrthum, welcher der Grund zur falschen Auffassung der unteren jurassischen Schichten wurde. Bei seinem zweiten Besuche der Okaufer unterhalb Dmitrijewo Gori fand Trautschold, dass der eisenschüssige Sand dort nicht allein auf dem schwarzen Thone ruht, sondern damit auch bedeckt ist. Er hielt die beiden Thonlager für identisch und als einer und derselben unteren Moskauer Schicht angehörig, so dass der glanzkörnige Sand, seiner neuen Meinung nach, nichts anderes als ein Zwischenglied dieser Moskauer Schicht wäre, das seine Entstehung ohne Zweifel örtlichen Verhältnissen verdankt. Diese Ansicht wurde zur irrthümlichen Grundlage aller späteren Arbeiten über den russischen Jura. Wir bedurften eines Anstosses von Aussen, um weitere Erfolge in der Erforschung des stratigraphischen Characters dieser Schichten zu erhalten. Und dieser Anstoss wurde durch das Werk des Prof. Neumayer gegeben.

Zwei Jahre später wurde die Umgegend von Elatma der Gegenstand der Erforschungen des Herrn Bergingenieurs *Kulibin* **). Er betrachtete einige neue Localitäten in diesen Gegenden. Eine reiche Sammlung von Versteinerungen wurde durch ihn dem Herrn Akademiker *Eichwald* übergeben. In der Lethaea rossica ***) finden wir, dass Herr Eichwald bei Elatma zwei Formationen annimmt, erstens schwarzen jurassischen Oxfordthon, zweitens eisenschüssigen Neocom-Sandstein. Man weiss, dass der Neocom Herrn Eichwald's schwache Seite war. Er sah überall diese Formation, aber leider hielt er nicht darauf, seine Vorstellungen durch selbstständige Excursionen zu bekräftigen. Es ist aber kaum zu begreifen, wie ihn Herr Kulibin nicht überzeugt hat, dass der oolithische eisenschüssige Sandstein bei Elatma immer von schwarzem Oxfordthone mit Am. cordatus überlagert ist. Dann würde vielleicht Eichwald wenigstens die Elatom'schen Ammoniten nicht als neoco-

*) Murch. V. K. Geolog. of Russia. Vol. I, S. 254.

**) Verhandl. d. Russ. Min. Gesellsch. in St. Petersb. I Band, 1866 (russisch).

***) Période moyenne. Vol. II, p. XV et XXVII.

mische betrachten. Herr Eichwald glaubte freilich, dass sich bei Elatma die oberen Moskauer Schichten vorfinden, aber gerade dort fehlen sie gänzlich. Bei der Beschreibung der Versteinerungen entschloss ich mich, eine genaue kritische Uebersicht der Eichwald'schen Species zu geben. Es wurde mir möglich gemacht, da ich durch die liebenswürdige Unterstützung der Herrn Professoren Inostrantzew und Lahusen im Stande war, alle Originale der Eichwald'schen Species zu studiren.

Im Jahre 1871 beauftragte die Russische Mineralogische Gesellschaft Herrn *Dittmar* mit dem Detailstudium des geologischen Baues des Wladimir'schen Gouvernements. Unglücklicherweise aber entfernten die Umstände diesen erfahrenen Geologen von unserer Wissenschaft vor Beendigung seiner Forschungen über den Elatom'schen Jura. Er gab uns nur eine vorläufige Skizze *), war aber nicht im Stande, die gesammelten Versteinerungen zu bearbeiten, sie in entsprechende Schichten zu weisen und ein genaues Parallelisiren dieser Schichten mit den Westeuropäischen zu geben. Die vorläufigen Bestimmungen führten ihn hier zur Annahme der Equivalenten der Bajocien, Bathonien, Callovien und Kimeridgien. Solche Vorstellungen wurden auch im Jahre 1876 von Herrn Prof. *Trautschold* **) ausgesprochen, indem er einigen Moskauer Schichten die Bedeutung von Bath giebt. Diese Folgerungen waren jedoch sehr wenig begründet, nicht von exactem Studium der Versteinerungen und den sie enthaltenden Schichten begleitet; wir wussten ja gar nicht, welche Schicht eigentlich dem Bajocien, Bathonien etc. angehört.

Die schon von mir erwähnten Werke der Herrn Professoren *Neumayer* ***) und *Lahusen* †) muss man als solche betrachten, wo die Gliederung unserer unteren jurassischen Schichten wissenschaftliche Gründe fand. Leider besuchte Herr Neumayer unsere Gegenden nicht, weshalb er dem unteren Thone von Elatma eine falsche Bedeutung gab, da er für diese Schicht ohne irgend welche paläontologische Gründe blieb. Auch der Lahusen'sche Artikel ist nicht fehlerfrei, da er den eisenschüssigen oolithischen Sandstein von Elatma dem braunen Sandsteine von Michailow parallelisirt, was jedoch nicht richtig ist, da der erste immer Cosm. Jason. Cosm. Gulielmii, Steph. coronatum, Hasp. punctatum, der zweite aber die echten Repräsentanten der Macrocephalen-Schicht, wie Perisph. Könighi, Steph. tumidum, Cosm. Gowerianus enthält. Der damalige Stand unserer Kenntnisse der Versteinerungen von Elatma entschuldigt diese Fehler. Die wahre Macrocephalenschicht von Elatma ist, wie es mir meine Forschungen bewiesen, der untere schieferige Thon.

Die zwei soeben erwähnten Artikel von Neumayer und Lahusen haben mir in meinen Forschungen als Ausgangspunkte gedient. Nach vorhergehender Prüfung dieser Werke im

---

*) Матеріалы для геологіи Россіи. Vol. V, 1873.
**) Ergänzung zur Fauna des Russischen Jura. 1876, S. 32.
***) Die Ornatenthone von Tschulkowo etc. Benecke's geol. Beiträge. Bd. II.
†) Ueber die jurass. Bildung. im Gouv. Rjasan. Neues Jahrb. d. Mineralogie. 1877, Heft 5.

Gouv. Rjasan fasste ich den Gedanken, das von mir daselbst Gesehene auf die berühmte Gegend bei Elatma ganz besonders in Anwendung zu bringen. Ich entschloss mich, aufs genaue Studium der Elatom'schen Versteinerungen möglichst tief einzugehen, die noch fehlerhafte stratigraphische Uebereinanderfolge der Schichten festzustellen, die Versteinerungen in Schichten einzureihen und folglich sie mit entsprechenden Bildungen Westeuropa's zu parallelisiren. Jetzt ist das paläontologische Material der Gruppe der Cephalopoda bereits vollständig bearbeitet worden. Da aber diese Thiere das vorherrschende Element in den erhaltenen Ueberresten der jurassischen Epoche ausmachen, so halte ich es für möglich, schon allein auf Grund dieser Data den Character der Schichtungen und den folgerichtigen Wechsel der Epochen an genanntem Orte darzustellen. Freilich sind meine Etagen nur als vorläufige zu betrachten. Die genaue Kenntniss aller anderen organischen Ueberreste wird vielleicht etwas ändern, einige neue Etagen können noch eingefügt werden. Ich bin aber überzeugt, dass die hier begründeten Stufen der organischen Entwickelungen ungeändert bleiben werden.

II. Beschreibung der Entblössungen.

1.

Wenn man von der Stadt *Elatma* aus den Lauf der Oka hinan, das heisst nach Süden hin verfolgt, trifft man an der Grenze der Stadt selbst, am linken Ufer, eine weite und mächtige Entblössung der jurassischen Schichten. Von hier zieht sich der Jura als eine mehr oder minder verschobene, zum Theil abgeworfene und mit Schutt bedeckte 5 Kilometer starke Mauer bis an das Kirchdorf *Andrejanowa Pustyn*, wo er allmälig mit dem sich senkenden linken Ufer verschwindet, aber hier und da noch 5 Kilometer weiter verfolgt werden kann, wo er über der Flussmündung von *Unsha* gänzlich aufhört. Einige Glieder dieser Formation können wir 6 Kilometer oberhalb an demselben Ufer sehen, welches wieder hoch wird. Aber die Entblössung ist hier an Versteinerungen nicht reich. Auf der ganzen Strecke zwischen der Stadt Elatma und Andrejanowa Pustyn behält der Jura denselben Character. Stellweise kommen die Entblössungen ganz zum Vorschein. Heruntergeglittener Deluvialsand und Thon sowie der mit Gras bewachsene Verschiebungsschutt des Jura selbst verbergen uns oft die oberen thonigen Glieder dieser Formation. Die Lockerheit und die Penetrabilität der sandigen mittleren Schichten und dazu die Wasserdichtheit des darunterliegenden unteren Thones war die Hauptursache der Verschiebungen und sogar der Abwürfe der mittleren und oberen Schichten, so dass diese Schichten nur sehr selten an den rechten entsprechenden Stellen geblieben sind. Deshalb muss man beim Ordnen der Versteinerungen nach Etagen sehr vorsichtig sein, und nur diejenigen derselben anführen, die man selbst gefunden hat, und über deren Stelle man nicht den geringsten Zweifel hegen kann. Das gilt besonders für die Versteinerungen der

dunkeln Thonarten, welche verschiedenen Etagen angehören. Den vollständigsten und interessantesten Durchschnitt sieht man *zwischen der Stadt selbst und dem Dorfe Inkino.*

Nach der Bodenschicht und einer ungleichmässigen aber bedeutenden Lage von deluvialem gelbbraunem Thon folgen unmittelbar:

4 und 3. Dunkelgrauer Thon mit kleinen sparsamen mergeligen Concretionen, stellweise mit Eisenoolithkörnern; äusserst arm an Fossilien *(Amalth. vertebralis, tenuicostatus; Bel. Panderianus;* einige kleine Gasteropoden und Bivalven). Nach diesen letzten Fossilienresten zu urtheilen, muss man hier die beiden oxford'schen Etagen des Moskauer Jura annehmen. Der Mangel an Versteinerungen, verschüttete und verschobene Entblössungen, sowie überhaupt der einförmige mineralogische Bau des Thones erlauben uns hier keine exacte Zwischengrenze zu stellen. Die Höhe dieser Schicht kann nicht einmal annähernd bestimmt werden, da sie nirgends eine vollkommen senkrechte Entblössung darbietet, erreicht aber mindestens 10 bis 15 Meter. Die obere Grenze zwischen dem oxford'schen und diluvialen Thon habe ich hier an drei Orten sehr deutlich beobachtet, so dass ein völliger Mangel der oberen jurassischen Schichten keinem Zweifel mehr unterworfen ist.

2a. Hellgrauer Thon mit *Bel. extensus* und einigen Gasteropoden und Bivalven der unterliegenden Oolithenschicht, erreicht kaum einen Meter.

2. Feinkörniger Eisenoolith, dessen Körner aber niemals ein selbstständiges Aggregat bilden, sondern in einer sehr unbeständigen, bald sandigkalkigen, bald sandigen, bald mergeligen Masse liegen. Stellweise geht der Oolith in einen compacten eisenschüssigen Sandstein über. Nach oben zu geht er oft in lockeren Mergel über und hat eine geringe Zwischenschicht von grauem Thon, die aber nicht constant bleibt. Die ganze Masse liegt von ihrer ursprünglichen Stelle verschoben, doch derart, dass die verhältnissmässige Lage der Schichten unverändert bleibt. Die Höhe beträgt ungefähr 4—5 Meter. Die mergeligen und sandigkalkigen Schichten sind überfüllt von Versteinerungen jeder Art. Unter den Cephalopoden haben wir: *Perisph. submutatus, mutatus, fanatus; Cosmoc. Jason, Gulielmii, Castor, enodatum, Waldheimii; Aspidoc. diversiforme; Steph. coronatum, Renardi, Tschefkini, Milaschevici; Harpoc. punctatum; Amalth. Mariae; Nautil. Wolgensis, Okensis; Bel. extensus, subabsolutus* und *Panderianus.*

1a. Sandiger grauer Thon, welcher unten in gelblichen oder grünlichen Sand übergeht. Diese Schicht hat, wie es mir scheint, nur eine locale untergeordnete Bedeutung und stellt eine sandige Modification des unterliegenden Thones dar. Von den vielen Versteinerungen, die hier an der Oberfläche liegen, halte ich nur den

Steph. Elatmae

als dieser Schicht angehörend; alle übrigen kommen gewiss von höher liegenden Etagen. Die Höhe übersteigt nicht 2—3 Meter.

1. Unterer stellweise schieferiger grauer Thon mit vielen grauen Kalkstein-Concretionen, die Eisenkies enthalten. Die Höhe dieser Etage beträgt 6—8 Meter und darüber, kann aber nicht genau bestimmt werden, da wir nicht wissen, wie tief er sich unter dem Wasserspiegel der Oka hinzieht. Der Horizont dieser Schicht mit der vorerwähnten (1a) bildet einen sanften Abhang zur Oka hin und wird jeden Frühling überschwemmt. Die Versteinerungen sind hier nur in Kalkconcretionen zu haben und bilden eine ganz eigenthümliche Fauna

Stephan. Elatmae
„ *macrocephalum*
„ *tumidum*
„ *lamellosum*
Bel. subabsolutus.

Bel. Panderianus liegt an der Oberfläche dieses Thones in zahlreichen Stücken, da ich ihn aber niemals im Thone oder in den Kalkconcretionen selbst gesehen habe, wage ich es nicht, diese Species als für diese Schicht eigenthümlich zu halten.

Diese fossilienreiche Entblössung ist schon vor mir von vielen Geologen beschrieben. Diese Beschreibungen waren aber, wie gesagt, noch sehr unvollkommen und forderten ein genaueres Studium in Hinsicht der Stratigraphie und Paläontologie der einzelnen Schichten. *Murchison* *) giebt uns folgendes Profil der Elatom'schen Entblössung:

a) Schieferiger Thon und Sand.

b) Schwarzer schieferiger Thon mit Kalkconcretion und Fossilien.

c) Schieferiger Sandmergel und Grünsand.

d) Dunkler schieferiger Thon.

e) Gelblicher eisenschüssiger Sand mit Kalksandstein-Concretionen mit vielen Versteinerungen.

f) Dunkler und gelber eisenschüssiger sandiger Mergel.

g) Diluvium.

Die unterste Schicht *(a)* ist meiner Meinung nach nichts als Flussschlamm und Schutt. Der ganze Complex *b*, *c* und *d* entspricht vollkommen meinen Schichten 1 und

---

*) l. c.

1a. Die Schichten *e* und *f* müssen als Etage 2 betrachtet werden. Nur muss ich hinzufügen, dass die von Murchison angegebenen Schichten *d* und *f* keinen beständigen Character besitzen; auch hat der berühmte Geolog hier die oberen Schichten dunkelgrauen Oxfordthones übersehen.

Ein gutes Profil der Elatom'schen Entblössung ist noch von Herrn *Dittmar* *) gezeichnet worden. Die Zeichnung giebt uns einen senkrechten Durchschnitt der Strata. Wir sehen, wie die oberen Schichten des Jura hier heruntergeglitten sind. Ich muss aber bemerken, dass der unter dem Diluvialschutt (a') angezeigte schwarze Thon mit dem untersten Thon nicht zu verwechseln ist, da der erste gewiss dem Oxford, der zweite aber dem unteren Kelloway angehört.

2.

Die Stadt *Elatma* selbst, sowie das nebenstehende Kirchdorf *Iwantschino*, sind auf dem hohen linken Ufer der Oka erbaut. Das Ufer hat hier den nämlichen soeben beschriebenen Character. Durch Verschiebungen und Abwürfe der jurassischen Schichten wurden viele Terrassen gebildet, die aber von Gärten und Häusern bedeckt sind, so dass hier der Geolog fast nichts zu machen hat. Weiter unterhalb des Dorfes Iwantschino ist der hohe Vorsprung mit Wald bedeckt und zieht sich vom Flusse nach Westen zurück, dabei zwischen sich und diesem breite, Ueberschwemmungen ausgesetzte Wiesen lassend; erst beim Dorfe *Lassino* (8 Kilometer unterhalb der Stadt) treffen wir wieder eine ziemlich gute Entblössung.

3.

Die bei *Lassino* entblössten Schichten sind folgende:

Diluvialthon.

3. Dunkelgrauer Thon mit *Amalth. cordatus* und einige Bivalven der Oxfordschichten.

Schutt, der die unterliegenden jurassischen Schichten gänzlich verdeckt.

2. Eisenschüssiger Sandstein mit Eisenoolithkörnern. In der Mitte liegt in der Zwischenschicht grauer Thon und Kalkmergel. Alles beträgt ungefähr 5 Meter.

   Der Sandstein und der Mergel enthalten:

   Cosm. Jason.
   Cosm. enodatum.
   Perisph. submutatus.
   Bel. subabsolutus.

Die unterliegenden Schichten sind mit Gras bewachsen. Von hier an sehen wir keine

---

*) l. c.

Entblössungen bis Okschowo, eine Oertlichkeit, welche 20 Kilometer unterhalb Elatma gerade an der Grenze des Gouvernements Wladimir liegt.

4.

Die von Oliviery, Murchison, Trautschold und Dittmar vielbesprochene Entblössung bei dem Kirchdorfe *Okschowo* fängt an den Seiten der grossen Schlucht an, welche sich vom Dorfe zum Flusse hinzieht. Von hier an sieht man die Entblössung sich fast über einen Kilometer hinstrecken. Die Schichten bieten noch bis heute etwas Räthselhaftes. Nach einer unbedeutenden und unbeständigen Lage von diluvialem gelbem Thon folgen:

5. Grauer glimmerreicher thoniger Sandstein, der oft zu riesigen Concretionen zusammengebacken ist; darunter thoniger Sandstein, welcher wieder in glimmerreichen Thon übergeht. Die ganze Lage ist über 4 Meter stark. Da kein einziger Versteinerungsrest gefunden wurde, kann man von seinem geologischen Alter nichts sagen. Vielleicht haben wir die oberen Glieder der jurassischen Formation vor uns.

Ein mächtiges Schuttlager mit Gras und Waldungen überwachsen, so dass die oberen und unterliegenden Schichten hier niemals in Berührung mit einander zu sehen sind, nicht wie es bei Dittmar gezeichnet ist.

4—3. Dunkelgrauer schieferiger Thon mit *Amalth. vertebralis*, *Bel. Panderianus* und einer Menge Gastropoden Bivalven der beiden Etagen der Moskauer Oxfordformation. Diese Schicht hat viele Missverständnisse hervorgerufen. In der That, wenn man die Entblössung unterhalb der Oka verfolgt, sieht man diesen Thon mit allen charakteristischen Versteinerungen unter dem oolithischen Sandsteine liegen, was doch ganz wunderbar aussieht. Als ich aber den Lauf der Oka etwas hinauf verfolgte, sah ich denselben oberhalb des oolithischen Sandsteins seine richtige Stelle einnehmen. Ich studirte die ganze Entblössung sehr genau und überzeugte mich, dass wir es hier mit einem Abwurfe der Oxfordschichten zu thun haben. Der Thon hat hier keine regelmässige Schichtung, an einigen Stellen ist er sogar mit dem Oolithe vermischt. Der Grund dieser Abstürze der oberen und mittleren Schichten liegt gewiss in der Lockerheit des darunterliegenden Oolithsandsteines, welcher jedes Frühjahr vom Flusswasser ausgespült wird. Oliviery, der hier ein Bohrloch gemacht hat, stellt uns ein Profil dar, welches meine Anschauung ganz besonders bestätigt. Die Schichten 5, 4, 3 sind nur auf einer beschränkten Strecke zu sehen, da sie weiter fast überall mit Waldungen bedeckt sind.

2. Grobkörniger Eisenoolith in einer lockeren, sandigen, kalkigen Masse liegend und hier und da in compakten Oolithsandstein übergehend. Seine Dicke ist über 2 Meter. Die Versteinerungen sind hier nicht häufig. Ammoniten habe ich keine gefunden. Ich besitze nur Stücke von *Bel. extensus* und *subabsolutus* sowie einige charakte-

ristische Bivalven und Brachiopoden (Rhyn. personata, varians) der oberen Kellowayformation Russlands.

1. Grauer Thon mit Eisenkies und *Stephan. Elatmae* und *Bel. subabsolutus.*

5.

Wo die soeben beschriebene Entblössung aufhört, zieht sich der Fluss wieder zwischen niedrigen Ufern, indem sich die bewaldeten Anhöhen nach Westen entfernen. Beim Dorfe *Santschury* sieht man eine kleine Entblössung der oberen und mittleren Schichten von Okschowo. Dann verschwinden sie wieder und kommen in einer mächtigen fast senkrechten Wand an demselben linken Ufer der Oka, 1 Kilometer unterhalb des Kirchdorfes *Dmitriewy-Dory* in einer Entfernung von ungefähr 10 Kilometer von Okschowo zu Tage. Diese fossilienreiche Localität wurde zuerst von Herrn Trautschold entdeckt und beschrieben.

Hier finden wir:

Gelblichrothe Diluvialthone mit vielen erratischen 4 bis 5 Meter grossen Blöcken.

3—4. Dunkelgrauer an Versteinerungen sehr armer Thon. Ich habe nur *Bel. Panderianus* und einige Bivalven gefunden. Erreicht eine Höhe von 5 Meter.

2. Eisenoolith-Sandstein, oben in lockeren Sand übergehend. Der Sandstein hat hier nur sehr wenig Kalk. Er hat eine Höhe von 4 Meter, und enthält eine Menge Versteinerungen; von Cephalopoden haben wir:

Perisph. mutatus
„ *submutatus*
„ *funatus*
Steph. Milaschevici
„ *Tschefkini*
„ *stenolobum*
Cosm. enodatum
„ *Jason*
„ *Castor*
Amalth. Galdrinus
Bel. subabsolutus
„ *Panderianus.*

1. Grauer Thon, nur theilweise zu Tage kommend, sonst unter Schutt und heruntergeglittenem Diluvialthon und Flussschlamm verborgen, erreicht über dem niedrigen Wasserspiegel eine Höhe von 6 Meter, hat aber nur sehr wenige Fossilienreste. Ich habe nur einige Fragmente von *Stephan. Elatmae* gesammelt.

6.

Wir finden weiter die jurassische Formation 5 Kilometer unterhalb des Kirchdorfes *Wajutino*. Hier haben wir den oberen Thon und Eisenoolithsandstein, wie bei Dmitriewo; aber die Entblössung ist sehr getrübt und verschüttet, so dass ich nur einige unbedeutende Versteinerungsreste fand (z. B. Fragmente von *Cosm. Jason* und *Bel. subabsolutus)*.

Weiter nach Norden fliesst die Oka in alluvialen und nur stellweise in diluvialen Ufern. Die jurassischen Schichten werden meistens ausgewaschen. Einige Spuren kann man aber sehr weit verfolgen. Herr Sabatier hat beim Ausgraben von Eisenerzen 30 Kilometer nördlich von dem Dorfe *Mischino*, unweit der Stadt *Murom* einige Versteinerungen aus dem Oxfordthone gewonnen. Die Eisenerze liegen hier auf der Grenze zwischen zum Theil permischen Kalksteinen, zum Theil triassischen bunten Mergeln und jurassischen Schichten, müssen aber nach Ditmar *) viel späteren diluvialen Ursprungs sein. Dunkelgrauen Thon kann man noch 30 Kilometer N.-O. von der Stadt Murom beim Kirchdorfe *Alexandrowo* auf dem rechten Ufer der Oka sehen. Er liegt hier gerade auf dem bunten triassischen Mergel, hat aber keine Versteinerungsreste; da aber dunkel-grauer Thon bei uns nur dem Jura, niemals dem Trias angehört, muss man ihn auch hier für jurassisch halten.

7.

Oestlich von Elatma ist kein Jura mehr zu haben; westlich aber erscheint er wieder hier und da auf den Ufern des Flusses *Unscha*, welcher hier 10 Kilometer oberhalb der Stadt in die Oka hineinfliesst. Schon L. Buch erwähnt **) eines Steinbruchs bei einer Eisenhütte, welche er *Unschinski Sawod* nennt und welche 10 Kilometer westlich von Elatma liegt. Von dort, meinte er, waren ihm Fossilien übersandt worden. Die Geologen aber, welche persönlich die Localität besuchten (Murchison, Kulibin, so wie ich selbst) fanden hier nur Bergkalk mit einem unbedeutenden Lager des eisenschüssigen Sandsteines bedeckt. Vielleicht waren schon die gesuchten Steinbrüche vergraben, oder wahrscheinlicher hatte L. Buch die Versteinerung aus irgend einer anderen benachbarten Localität bekommen, z. B. aus Elatma selbst oder aus einer interessanten Entblössung in der Gegend, *Antonowo Pustosch*, welche einige Kilometer oberhalb der Unscha liegt. Kulibin hat von hier eine bedeutende Quantität Versteinerungen mitgebracht und dem Herrn Eichwald zur Bestimmung übergeben. Die hohen Ufer der Unscha zeigen uns hier:

3. Eine unbedeutende Entblössung des oberen grauen Thones mit *Bel. Panderianus* und einigen Bivalven und Gasteropoden der Oxfordformation.

---

*) l. c. S. 186.

**) l. c. S. 81—90.

2. Eine mächtige Wand von eisenschüssigem Oolithen-Sandstein, deren untere Grenze mit Schutt verdunkelt und mit Grass bedeckt ist. Hier fand ich: *Cosm. Jason, Castor; Perisph. submutatus; Bel. subabsolutus* und viele Brachiopoden, Bivalven und Gasteropoden der Elatonschen Kellowayformation.

Von hier an, die Unscha hinauf habe ich nirgends eine jurassische Schicht entdeckt. Bei der Stadt Melenki kommt schon wieder der Bergkalk zu Tage.

III. Vergleich der Ablagerungen.

Die jurassische Formation bei Elatma erscheint als eine ganz abgesonderte Insel. Der Jura ruht hier nach Süden und Westen hin auf einer mächtigen Lage von Bergkalk mit Fusulinen, wie es schon die Erforschungen von Murchison in der Umgegend des Unschinsky Sawod ganz genau nachgewiesen haben. Nach Osten und Nord-Osten bilden das Liegende der jurassischen Schichten permische Kalksteine und triassische bunte Mergel. Die Bohrlöcher von *Sabatier* in der Umgegend von Murom und Alexandrowo sind die Localitäten, wo jurassische Schichten im Constancte mit jenen zu sehen sind. Trias und Perm finden hier ihre äussere westliche Grenze.

Die nächsten jurassischen Schichten kommen nur nach *Hoffmann* *) 70—80 Kilometer östlich an der oberen Mokscha bei Temnikow vor. Von dort an streckt sich der Jura als breiter Streifen nach Sysran und Simbirsk an der Wolga. Westlich von Elatma finden wir diese Formation in einer schönen Entwickelung bei der Stadt Spask (Staraja Rjasan) 100 Kilometer oberhalb an der Oka; die Schichten derselben sind ausserdem, wie bekannt, über den ganzen westlichen und südlichen Theil des Rjasan'schen Gouvernements verbreitet. Von hier an geht sie ins Moskauer Gouvernement über. Nirgends aber wurde der Jura nordwestlich von Elatma, im Gouvernement Wladimir gefunden, wie es auf den geologischen Karten von Murchison und Helmerssen steht. Der breite jurassische Streifen, welcher hier auf beiden Karten gezeichnet ist, muss entfernt werden. Nach Norden hin finden wir den Jura nicht eher als in der Umgegend von Kineschma an der oberen Wolga.

Der insularische Character der jurassischen Schichten bei Elatma kann nur durch spätere Ausschwemmungen hervorgebracht sein. Schichten, die ohne allen Zweifel unsere jurassische Gegend mit dem Rjasan'schen, Sysran'schen, Moskauer Jura und vermuthlich mit dem Jura der oberen Wolga verbanden, sind gänzlich vernichtet. Selbst da, wo wir die mächtigsten der hiesigen Ablagerungen treffen, finden wir keine Spur der oberen jurassischen (Wolgauer) Schichten. Und doch waren sie auch hier entwickelt, da sie fast überall bei Spask und Sysran, sowie bei Moskau und Kineschma zu Tage kommen. Selbst

---

*) Матеріалы для геологіи Россіи 1869. Vol. I. S. 16.

die obere Oxfordformation zeigt uns bei Elatma viele zweifellosse Spuren der späteren Zerstörungen und Vernichtung.

Als allerunterste an den Ufern der Oka hier entblösste Schicht erscheint

№ 1. Die Etage mit Stephanoceras Elatmae (Macrocephalenschicht).

Eine Schicht dunkelgrauen theils plastischen, theils schieferigen Thones. Der Thon ist stellweise reich an Eisenkies, der sich oft zu ziemlich grossen Kugeln und unregelmässigen Concretionen zusammenbackt. Sehr oft enthält der Thon 1—5 Decimeter grosse Concretionen grauen Kalksteines voll Versteinerungen. Sonst ist der Thon fossilienarm.

Bei Inkino, wo eine mächtige Entblössung dieser Etage ganz deutlich zu Tage kommt, geht er oben in sandigen grauen Thon und grünlichgelblichen Eisensand über (№ 1 a). Die leitenden Fossilien der beiden Schichten sind aber dieselben, so dass ich die obere nur für eine sandige lokale Modification des unterliegenden Thones halte. Die Ammoniten haben sich im Kalkstein ausgezeichnet schön erhalten. Ich kenne keine jurassische Localität, wo diese Versteinerungen ihre Muscheln so vollkommen bewahrt haben wie hier. Sie werden immer die beste Zierde palaeonthologischer Sammlungen ausmachen.

Diese Etage enthält:

Stephanoceras	*Elatmae.*	*Stephanoceras lamellosum.*
„	*macrocephalum.*	*Belemnites subabsolutus.*
„	*tumidum.*	

Von diesen Species geht nur *Belemnites subabsolutus* in die folgende Etage über. Die am öftersten vorkommende Form ist Stephanoceras Elatmae, alle andern sind äusserst selten.

№ 2. Die Etage mit Stephanoceras Milaschevici.

Die petrographischen Eigenschaften dieser Etage sind sehr veränderlich. Characteristisch bleiben hier die bald gröberen, bald feineren Eisenoolith-Körner. Der Grund wird aber durch eine bald kalkige, bald sandige, bald wieder mergelige Masse gebildet. Stellweise wird die Masse ganz locker, stellweise geht sie in compacten eisenschüssigen Kalk- und Sandstein über. Die Farbe des Gesteines wird durch wässerigen Eisenoxyd bedingt so, dass diese gelben und grauen Schichten immer ganz genau zwischen den unteren und oberen grauen Thonen hervorragen. Nach oben geht er in lockern Mergel und hellgrauen Thon über. (№ 2 a.) Ich habe aber bisher nur ungenügende Gründe, um daraus eine selbständige Etage zu gründen, die Cephalopoden wenigstens geben uns dafür keine exacte Data. Die Versteinerungen, von denen stellweise die mergeligen und sandig kalkigen Schichten überfüllt werden, sind hier nicht so vollkommen conservirt, meistens sind es nur innere Steinkerne. Die Muschel selbst zerfällt sehr oft beim ersten Hammerschlage in lockeres Pulver. Niemals werden sie in Eisenkies verwandelt. Von Cephalopoden fand ich hier:

Perisphinctes submutatus.	*Stephanoceras stenolobum.*
„ *mutatus.*	„ *Tschefkini.*
„ *funatus.*	*Harpoceras punctatum.*
Cosmoceras Jason.	*Amaltheus Mariae.*
„ *enodatum.*	„ *Galdrinus.*
„ *Gulielmii.*	*Aspidoceras diversiforme.*
„ *Waldheimii.*	*Nautilus Wolgensis.*
„ *Castor.*	„ *Okensis.*
Stephanoceras coronatum.	*Belemnites extensus.*
„ *Renardi.*	„ *subabsolutus.*
„ *Milaschevici.*	„ *Panderianus.*

In der palaeonthologischen Sammlung des Bergmuseums zu S.-Petersb. sah ich aus derselben Etage noch *Cosm. Duncani.* Von allen diesen Species geht nur Bel. Panderianus in die folgende Etage über. Die hier am öftersten vorkommenden Formen sind Perisph. submutatus, mutatus; Cosm. Jason und enodatum; Steph. coronatum und Milaschevici, so wie die Bel. subabsolutus.

№ 3 und 4. Die Etagen mit Amaltheus cordatus und Amalth. alternans.

Die beiden Etagen, welche in den Flussgebieten der oberen Wolga, so wie bei der Moskwa deutlich abgesondert sind, erscheinen hier in so einem verwickelten Zustande durch verschiedene Abstürze und Verschiebungen der oberen diluvialen Schichten so verhüllt, dass es mir unmöglich war, sie vollkommen zu differenziren. Um so mehr, da die beiden denselben mineralogischen Bau haben. Sie bestehen aus dunkelgrauen sandigen Thonarten mit weissen Glimmerschuppen. Sie sind hier nicht schieferig. Stellweise bemerkt man in den unteren Schichten kleine graue thonig-kalkige Concretionen mit Fossilien; diese sind aber hier sehr selten und von unbedeutender Grösse. Die Fossilien liegen, vom Regenwasser ausgewaschen, in den Abhängen der Entblössungen. Die Ammoniten, welche hier stellweise in Eisenkies übergegangen sind, deuten auf die untere Etage der Oxfordformation.

Der für die oberen Schichten so characteristische Amalth. alternans wurde hier niemals gefunden. Die Gasteropoden und Bivalven, die ich später noch beschreiben werde, machen die Annahme der beiden Etagen nothwendig. Ich sammelte hier:

Amaltheus vertebralis.	*Belemnites Panderianus.*
„ *tenuicostatus.*	

In der Sammlung von Herrn Milaschevitsch sah ich aus dieser Schicht noch *Amalth. cordatus.* In dem Bergmuseum zu St. Petersburg fand ich noch ein schönes Exemplar des *Perisph. Bolobanovi* mit dem Hinweise, dass er aus dem Gouvernement Tambow stammt, er muss wohl von Elatma sein, und der Etage mit Amalth. cordatus angehören.

Die Cephalopoden sind in diesen Schichten überhaupt selten. Die übrigen oberen jurassischen Schichten, die ich in meiner Arbeit über den Jura von Rybinsk als Wolgauer Stufe bezeichnete, fehlen in den Umgegenden von Elatma gänzlich. Sie sind aber sicher als ausgewaschen zu betrachten, da die sehr variirende Dicke der Oxfordschichten hier viele Spuren der Ueberschwemmungen und Auswaschungen bietet.

IV. Vergleich des Elatom'schen Jura mit dem mitteleuropäischen und einigen russischen Jurabecken.

Um uns eine genaue Vorstellung zu geben, zu welcher von den geologischen Epochen die obenbeschriebenen Elatom'schen Schichten gehören, wollen wir uns zu den Tabellen wenden, die uns die Vertheilung der jurassischen Fossilien des Elatom'schen Bassins in anderen, gut erforschten jurassischen Gegenden zeigen.

Vertheilung der Elatom'schen Species im mitteleuropäischen Jura.

№ der Etage im Elatom'schen Jura.	Species, die dem Elatom'schen und mitteleuropäischen Jura gemein sind.	Kelloway.			Oxford.		
		Zone Steph. macrocephalum.	Zone Simoceras anceps.	Zone Peltoceras athleta.	Zone Aspidoceras perarmatum.	Zone Peltoceras transversarium.	Zone Peltoceras bimmamatum.
№ 1.	Stephanoceras macrocephalum.	+					
	» tumidum.	+					
	» lamellosum. . . .	+					
№ 2.	Perisphinctes funatus. . . .	+					
	Cosmoceras Jason.		+				
	» Gulielmii.		+				
	» Castor.		+				
	» Duncani.			+			
	Stephanoceras coronatum. .	+	+	+			
	» Renardi.		+				
	Harpoceras punctatum. . . .		+				
	Amaltheus Mariae.			+			
	» Galdrinus.			+			
№ 3.	» cordatus.				+		
	» vertebralis.				+		
	Alle übrigen Elatom'schen Species sind ausschliesslich russische Formen.						

Die eben angeführte Tabelle zeigt uns eine so vollkommene Uebereinstimmung der beiden jurassischen Bassins, dass man sich dieselbe kaum vollkommener denken kann, wenn man dabei die grosse Entfernung in Betracht zieht. Demzufolge erlaubt uns der Vergleich der Species, die dem Elatom'schen und dem mitteleuropäischen Jura gemein sind, die *Etage № 1* als dem *unteren Kelloway* (Macrocephalenschicht) und die *Etage № 2* als dem *mittleren* und *oberen Kelloway* entsprechend zu betrachten. Für die genaue Zergliederung der Etage № 2 besitzen wir hier noch ungenügende Data. Aber den mittleren und oberen Kelloway finden wir in anderen Localitäten des russischen Jura, wie zum Beispiel an der oberen Wolga sehr deutlich unterschieden. Die Elatom'schen *Schichten № 3 und 4* deuten vollständig auf die *Oxfordformation*, wie soeben gesagt wurde. Wir haben hier zum mindesten zwei untere Zonen derselben. Wir kommen zu denselben Schlüssen bei dem Ueberblick der nachstehenden Tabelle, welche uns eine vergleichende Taxirung des palaeonthologischen Materials bietet, das an der Oka, an der oberen Wolga und bei der Moskwa gefunden wurde.

Eintheilung der Elatom'schen Species in den Jurabecken von Moskwa und Rybinsk.

Species, die dem Elatom'schen, Moskauer und und Rybinsk'schen Jura gemein sind.	Kelloway.		Oxford.	
	Etage Steph. Milaschevici.	Etage Amalth. Leachi.	Etage Amalth. cordatus.	Etage Amalth. alternans.
Perisphinctes mutatus.	+			
» submutatus. . .	+			
Cosmoceras Jason.	+			
» Gulielmii.	+			
» Castor.	+			
Stephanoceras coronatum. . .	+			
» Milaschevici. .	+			
» Tschefkini. . .	+	+		
Harpoceras punctatum.	+			
Amaltheus Mariae.		+		
Cosmoceras Duncani.		+		
Nautilus Wolgensis.	+			
Belemnites subabsolutus. . . .	+			
» extensus.	+	+		
» Panderianus. . . .	+	+	+	+
Amaltheus cordatus.			+	
» vertebralis. . . .			+	
» tenuicoctatus. . .			+	
Perisphinctes Bolobanovi. . .			+	

Aus dieser langen Reihe von Formen, die den angeführten Localitäten gemein sind, sieht man den vollkommensten Zusammenhang ihrer Faunen. Ein Zusammenhang, welcher eine Ablagerung in demselben jurassischen Bassin andeutet. Die Abgrenzungen des Jura-Meeres in Mittelrussland sind aber keineswegs vom Anfange der Kelloway-Epoche bis zum Abschluss des Jura selbst dieselben geblieben. Im Westen haben wir noch kein Macrocephalen-Meer, wenigstens für Moskwa können wir es mit Bestimmtheit sagen, da dort unbedeutende, sich nach Westen auskeilende obere Kelloway-Schichten unmittelbar auf dem Bergkalke liegen. Bei Rybinsk sehen wir leider nirgends den Grund, auf dem diese, dort so mächtigen oberen Kelloway-Schichten ruhen. Die Macrocephalenstufe zeigt uns eine reiche Entwickelung im Südwesten von Elatma, im Gouvernement Rjasan, wo sie deutlich auf der Pronja bei Michailow zu Tage kommt. Vergangenen Sommer habe ich das Glück gehabt dieselbe Stufe im Norden von Elatma im Gouvernement Kostroma auf der Unscha zu durchforschen. Das Parallelisiren der soeben angeführten Gegenden, wo die Macrocephalenschicht zu Tage kommt, sowie den vergleich mit anderen jurassischen Gegenden in Russland kann ich nicht bieten, da die palaeonthologischen Formenarten dort noch nicht hinlänglich erforscht sind, um eine sichere Grundlage zu einem Vergleiche zu liefern. Für den Rjasan'schen Jura wenigstens muss ich die von meinem hochgeehrten Freunde, Herrn Prof. Lahusen, angekündigte Arbeit abwarten.

V. Palaeonthologischer Theil.

CEPHALOPODA.

AMMONITIDAE.

Seitdem meine erste monographische Arbeit über die Cephalopoden des Jura von Rybinsk beendet wurde, erschien im Gebiete der Erforschungen über die fossilen Cephalopoden ein Werk, das ein ganz besonderes allgemeines Interesse hat. Ich meine das Werk von *W. Branco:* „Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der fossilen Cephalopoden.“ *) Die genauen feinen Untersuchungen dieses Forschers der Anfangskammer und der ersten Sutur einer Menge von diversen Schalen gab uns einen positiven Grund der allgemeinen Classification dieser fossilen Thiere, sowie einige sehr wichtige Erläuterungen über ihren Bau. Für die beschreibende Palaeonthologie der Ammoniten ist folgendes mitzutheilen.

1) Externe Hälfte der Sutur muss man den von aussen sichtbaren, also den von der Externseite auf beiden Seiten bis hinab zur Nath reichenden Theil der Lobenlinie nennen. Interne Hälfte heisst dann der auf der Intern-Seite verlaufende Theil der Sutur.

---

*) Palaeonthographica. Band 26 und 27.

Die früher auch von mir gebrauchten Ausdrücke Siphonal-und Antisiphonal-Seite statt Extern-und Intern-Seite können nicht mehr angewendet werden, da bei gewissen Ammoniten der Sipho in frühester Jugend im Centrum, ja fast ganz auf der Interen-Seite liegt.

2) Nach der Form der ersten Sutur zerfallen alle Ammonitiden in zwei grosse Gruppen: „Latisellati“ und „Angustisellati“. Die zweite allein enthält alle jurassischen Ammoniten. Die erste Sutur dieser Gruppe besteht aus einem schmalen Aussensattel, zwei ersten Seitenloben und zwei ersten Seitensätteln. Die interne Hälfte besitzt einen Innenlobus und zwei Innensättel, wozu noch mehr oder weniger deutliche erste interne Seitenloben hinzutreten.

3) Bei allen Ammoniten ist die zweite Sutur anders geformt, als die erste und dadurch characterisirt, dass sie in allen Fällen einen Aussenlobus besitzt, welcher sich in Gestalt einer Einsenkung an der Spitze des Aussensattels bildet. Durch diese Eisenkung wird der in der ersten Sutur noch unpaarige Aussensattel schon von der zweiten Sutur an paarig. Daher müssen die beiden ersten Sättel, welche sich bei den ausgewachsenen Ammoniten zu beiden Seiten des Aussenlobus erheben, als Aussensättel (nicht wie die ersten Lateral betrachtet werden, wie ich selbst und mehrere Palaeontologen sie früher nannten), denn sie sind aus dem ursprünglichen Aussensattel hervorgegangen.

4) Die Sutur aller Ammoniten durchläuft in der Jugend ein typisches Goniatiten-Stadium; auf dieses folgt später nach einer verschiedener Anzahl von Suturen, das ammonitische Stadium, und zwar entweder direct, oder durch Vermittelung eines Ceratitenstadiums.

5) Die Gestalt der Anfangskammer und der ersten Suturen sind keinen wesentlichen Schwankungen ausgesetzt. Bei näher verwandten Formen sind sie so ähnlich, dass dieselbe nicht zur characteristischen Unterscheidung aller einzelnen Geschlechter, sondern nur der grösseren oder kleineren Geschlechtsgruppen verwandt werden können. In diesen Grenzen wurde die neue Classification der Ammoniten, einige specielle Fälle ausgenommen, völlig bestätigt. Die von Branco constatirten Fehler des neuen Systems zeigen uns, wie folgereich die Erforschung der Anfangswindungen der Ammoniten für eine genaue Kenntniss des genetischen Zusammenhangs dieser Thiere sein kann.

Perisphinctes Waagen.

1. **Perisphinctes funatus** Oppel.

Fig. 7, 8.

Ammonites triplicatus Quenst. Ceph. tab. 13, fig. 7.
Ammon. Backeriae d'Orb. Terr. jurass. tab. 148.
Ammon. funatus Oppel. Jura s. 550.

Ammon. triplicatus Quenst. Jura s. 480 tab. 64. fig. 17 — 19.
Perisph. funatus Neum. Ceph. Balin s. 40 Tab. XIV. fig. 1.
Durchmesser 132 Mm.
Höhe des letzten Umgangs 0,24.
Dicke des letzten Umgangs 0,28.
Weite des Nabels 0,40.

Gehäuse flach scheibenförmig mit weitem Nabel. Die gewölbten Windungen tragen einzelne sparsame Einschnürungen und 30 — 40 ziemlich kräftige Rippen, welche unmittelbar über der Nabelkante etwas vorspringen und etwa in der Hälfte der Seiten sich in schwächere Aeste meist 3 an der Zahl spalten. Die Aeste glätten sich auf der Externseite aus, doch ohne gänzlich zu verschwinden. Die Ausglättung ist nur an Steinkernen zu sehen. Sehr grosse Exemplare werden auf der Wahnkammer nach Neumayer fast rippenlos und bekommen einen sehr weiten Nabel.

Die stark entwickelten Loben zeigen den bekannten Planulatencharacter aus der Gruppe des Perisph. procerus. Der Hauptlaterallobus ist etwas länger als der Aussenlobus. Der zweite Lateral ist sehr kurz. Die sehr zurückgreifenden Auxiliarloben überragen den ersten Lateral. Die Sättel sind nicht so weit zerschnitten, wie es Neumayer gezeichnet hat, doch nicht so schwach, wie es bei d'Orbigny steht, Die Zeichnung von Quenstädt ist mit den unsrigen identisch. Diese Art zeigt eine grosse Verwandtschaft einerseits mit Per. Moorei Opp., anderseits mit Per. evolutus Neum. Die Hauptunterschiede gegen jenen bilden: niedrigere und dickere Windungen und etwas stärkere Rippen. Perisph. evolutus hat mehr abgerundete Windungen, einen weiteren Nabel; die Zahl der Rippen ist bedeutender. Von der Gruppe des Perisph. Martiusi und speciel von Perisph. mutatus Tr. und submutatus Nik. unterscheidet sich unsere Art durch gerade Rippen, welche niemals auf der Aussenseite der Schale gänzlich verschwinden. Unsere Species, welche bis zum Verwechseln der deutschen gleich ist, befindet sich aber bei Elatma und Dmitriewy-Gory im Oolithe, d. h. in einer etwas höheren Zone, welche dem mittleren Kelloway entspricht. Im Jura des mitteleuropäischen Bassins ist Perisph. funatus in den Macrocephalenschichten sehr verbreitet und häufig.

2. Perisphinctes Bolobanovi Nik.

Fig. 6.

Perisph. Bolobanovi Nik. Jura v. Rybinsk. etc. Tab. V. fig. 38, 39.
Durchmesser 52 Mm.
Höhe des letzten Umgangs 0,27.
Dicke des letzten Umgangs 0,48.
Weite des Nabels. . . . . . 0,56.

Flache Form mit einem sehr weiten Nabel und abgerundeten Windungen. Die Form des Durchschnittes, die an den jungen Umgängen stark zusammengedrückt ist, wird an den ausgewachsenen fast kreisförmig. Auf der Seitenfläche sind stumpfe undichte, stark-ausgeprägte Rippen, die sich nur beim Uebergange auf die Aussenfläche spalten. Die Rippen theilen sich meist in zwei, seltener in drei Zweige. Die Zweige sind schwächer ausgeprägt als die Hauptrippen, glätten sich in der Mitte aus, ohne gänzlich zu verschwinden, was nur auf den inneren Abdrücken zu sehen ist. Auf den inneren Windungen biegen sich die Rippen nach vorn, auf den grossen Umgängen sind sie vollkommen radial, wie bei der Gruppe des Per. procerus, zu welcher ich diesen Ammoniten in meiner ersten Arbeit hinstellte, was ich jetzt, seit dem mir die inneren Windungen besser bekannt sind, nicht mehr unterstützen kann. Hin und wieder bemerkt man Eindrücke und Spuren der ehemaligen Mündungen, welche die Regelmässigkeit in der Verzweigung der Rippen auf der Aussenfläche stören, was sehr gut auf meiner Zeichnung zu sehen ist.

Die Lobenlinie neigt sich stark rückwärts zur Nabelkante hin, doch senkt sie sich nicht niedriger als das Ende des Aussenlobus. Letzterer ist länger als die übrigen. Der zweite Seitenlobus ist kurz, stark nach aussen gebogen, so dass sich derselbe mit dem ersten Seitenlobus fast kreuzt. Die Auxiliarloben sind zur Kreislinie der Muschel fast perpendicular. Die Sättel sind dichotom. Der erste Lateral ist sehr schmal, der zweite zum Centrum hingeneigt.

Am nächsten schliesst sich unsere Form an Perisph. evolutus Neum., unterscheidet sich aber von demselben durch längere Hauptrippen, die sich viel höher spalten und auf den inneren Windungen nach vorwärts geneigt sind. Diese letzteren zeigen einige Uebereinstimmung mit Perisph. euryptychus Neum. und Recuperoi Gem. Die Hauptrippen zweigen sich bei unserer Form viel höher. Die Rippen sind niemals so nach rückwärts zurückgeschlagen. In der Etage mit Am. cordatus ist diese Form im mittelrussischen Jurabecken sehr verbreitet, doch immer nur in Bruchstücken zu finden. Das abgebildete vollständige Exemplar gehört dem Bergmuseum zu St. Petersburg. Es stammt aus der Umgegend von Elatma.

3. **Perisphinctes mutatus** Trautsch.

Fig. 1—3.

Durchmesser . . . . . 162 — 131 — 68. Ammon. mutatus Trauts. Sandstein v. Dmitriewo p. 209. Tab. VII, fig. 1.

Höhe d. l. Umg. . . 0,30 — 0,30 — 0,28.

Dicke d. l. Umg. . . 0,25 — 0,28 — 0,33.

Weite d. Nabels . . 0,43 — 0,36 — 0,33.

Flache ganz scheibenförmige Form, erreicht eine Grösse über einen Meter im Durchmesser. Die inneren Umgänge umfassen die vorhergehende zur Hälfte und die äusseren grossen Umgänge nur gegen $^1/_3$. Die Form des Durchschnittes ist ein sehr verlängertes Oval, der niemals bei den jungen Formen rund wird. Die grössere Dicke liegt etwas unterhalb des Gipfels des vorhergehenden Umganges. Die Aussenfläche ist abgerundet. Die Höhe der Umgänge und die Weite des Nabels nehmen mit dem Alter zu; die Schale wird aber immer flacher. Die Hauptrippen sind gegen die Nabelkante stark. Auf den Exemplaren von mittlerer Grösse gehen sie hier in weite Knoten über, die auf den grossen Umgängen wieder nach und nach glatt werden bis sie sich auf der Wohnkammer gänzlich verlieren, wie es bei Herrn Trautschold gezeichnet ist. Die Stärke und die Ausglätten der Knoten variirt bedeutend auf verschiedenen Individuen. Auf dem oberen Theile der Seitenfläche gehen die Rippen in 3 — 5 schwache feine in der Gegend der Verzweigung äusserst undeutliche Aeste über. Auf der Aussenfläche biegen sich die Rippen etwas zurück und verschwinden hier auf den grossen Muscheln vollkommen.

Die Wohnkammer ist glatt; die Länge konnte nicht gemessen werden, da kein Exemplar mit vollkommener Mündung erhalten wurde. Die Lobenlinie nach dem Typus der Formenreihe des Perisph. Martiusi. Der Hauptseitenlobus ist länger als der Aussenlobus. Die Sättel sind breit und wenig verästelt. Die Hülfsloben sind zurückgeschlagen, doch senken sie sich nicht niedriger als das Ende des Aussenlobus. Diese eigenthümliche Form unterscheidet sich von der folgenden, mit welcher sie immer verwechselt wurde, durch eine bedeutendere Grösse, durch Höhe und Form der Umgänge, durch stärkere und gedrängtere Rippen. Ihr nächster Verwandter scheint Perisph. Caroli Gemm. zu sein; doch unterscheidet sich dieser durch gerade Berippung und einen ganz anderen Character der Rippenknoten.

Die Form ist sehr häufig im Oolith von Elatma und Dmitriewo zu finden.

4. **Perisphinctes submutatus** Nik.

Tab. I. Fig. 4, 5.

Amm. mutabilis Buch. Beiträge etc. 1840, s. 84.

Amm. mutatus Trauts. Glanzkörn. Sandst. etc. 1862, s, 209, Tab. VI, fig. 2.

Durchmesser. . . .	68 —	79 —	32.
Höhe d. l. Umg.	0,28 –	0,27 —	0,28.
Dicke d. l. Umg.	0,28 —	0,27 —	0,34.
Weite des Nabels	0,44 —	0,44 —	0,34.

Flache Form mit gerundeten Umgängen, erreicht nur eine Grösse von 80 Mm. Der Umbo ist flach und weit. Die Windungen umfassen nicht mehr als $^1/_3$ der vorhergehen-

den. Die Form des Durchschnittes ist fast gänzlich rund auf den inneren Windungen, wird aber bald zu einem verlängerten Oval, dessen grösste Dicke etwas höher als der vorhergehende Umgang liegt. Die Aussenseite ist abgerundet. Die Rippen verlaufen nach dem Typus des Perisph. curvicosta. Die Hauptrippen sind gegen die Nabelkante stark und gehen etwa in der Hälfte der Seite in schwache und feine Aeste, meist drei an der Zahl, über. Die Aeste sind so schwach in der Gegend der Verzweigung, dass man sie hier oft nicht unterscheiden kann. Auf der Aussenseite biegen sich die Rippen etwas rückwärts, was auf den inneren kleineren Umgängen, so wie auf der Wohnkammer sehr deutlich zu sehen ist. In diesem jungen Stadium kann man es kaum vom Perisph. curvicosta Opp. unterscheiden. Auf der Mitte der Aussenfläche glätten sich die Rippen bis zum Verschwinden aus, wodurch sich unser Ammonit dem Typus Perisph. mosquensis nähert. Einschnürungen und Spuren der früheren Mündungen sind sehr selten und immer undeutlich.

Die Wohnkammer $^{3}/_{4}$ Umgang betragend, mit Rippen bedeckt, die zur Mündung hin immer dicker und zurückgeschlagener werden. Mündung mit etwas aufgeschlagenen Rändern, mit zwei sehr langen Ohren. Unmittelbar hinter der Mündung bemerkt man eine flache Einschnürung. Lobenlinie nach dem Typus der ganzen Gruppe unterscheidet sich durch weite und wenig verzweigte Sättel. Die Sättel sind zweispitzig. Die Länge des Aussenlobus ist dem Hauptlaterallobus gleich. Die Lateralloben sind schmal; der zweite und dritte durchaus klein.

Die Herrn L. v. Buch und Trautschold haben die beiden im Oolithe von Elatma häufig vorkommenden Species Perisph. mutatus und submutatus als eine und dieselbe Art angenommen. Sie sind aber ganz verschieden. Der grosse P. mutatus hat auch in dem Jugendstadium viel höhere Windungen. Der kleine Perisph. submutatus ist in der Jugend fast rund. Die Form des Durchschnittes und die Umfassungsart der Windungen sind bei den beiden gänzlich verschieden. P. submutatus muss seiner Kleinheit ungeachtet als eine selbständige ausgewachsene Form betrachtet werden, besonders wenn man die eigenthümlichen Rippen auf der Wohnkammer, so wie die Gedrängtheit und die Vereinfachung der letzten Lobenlinien beachtet. Das letzte Kennzeichen sieht man doch nur bei völlig ausgewachsenen Exemplaren. Beide Kennzeichen aber müssten doch einige Spuren auf den inneren Umgängen der grossen P. mutatus gelassen haben, wenn letzterer so ein Stadium durchgegangen wäre. Es liegen uns doch keine Spuren davon vor. Die Zeichnung von Trautschold fig. 2 ist etwas unrichtig, da die Rippen auf P. submutatus immer viel gedrängter liegen.

Ich habe schon bemerkt, dass unsere Form dem P. curvicosta Opp. am nächsten zu stellen ist. Die Rippen aber sind bei dem ersten viel feiner, auf der Luftkammer niemals so zurückgeschlagen. Die Einschnürungen sind niemals tief und häufig; bei P. submutatus sind sie durchaus selten und flach; ich habe es unter vielen Dutzenden von

Stücken nur drei Mal beobachten können. Von P. balinensis Neum. unterscheidet sich unsere Form durch ganz gerade Berippung und eine viel verzweigtere Lobenlinie der ersteren. Per. poculum Leckenby hat viel gröbere Rippen. Per. Frickensis Mösch. hat auch eine gröbere undichtere und gekrümmtere Berippung.

In dem Oolithe von Elatma so wie bei Dmitriewy-Gory sehr häufig. Wir finden unsere Art in entsprechenden oberen Kelloway-Schichten des Moskauer und Rjasanschen Gouvernements wieder.

Aspidoceras Zittel.

Tab. II. Fig. 9 — 11.

5. **Aspidoceras diversiforme** Waagen Ceph. of Kutch. p. 90. Pl. XVII, fig. 1.

Dieser eigenthümliche Ammonit wurde nur von mir in einem unvollständigen Fragmente im Oolithe von Elatma gefunden, besitzt aber alle Merkmale und ist dabei gut genug erhalten, um die Species genau zu bestimmen.

Das Fragment musste einem Exemplare von wenigstens 150 Mm. im Diameter angehören. Die Muschel ist flach scheibenförmig. Die Umgänge umfassen $^1/_3$ der vorhergehenden. Der vorletzte Umgang ist oval im Durchschnitte. Die dicken Hauptrippen zerfallen auf dem oberen Drittel der Seitenfläche, wo diese Fläche schon von dem folgenden Umgange bedeckt wird, in zwei Aeste. Zwischen je zwei Hauptrippen gehen noch 1 oder 2 Secundärrippen, welche die Gestalt und Länge der Hauptäste wiederholen. Die Rippen krümmen sich auf der Aussenfläche etwas rückwärts und verschwinden in der Mitte vollkommen, eine glatte oberflächliche Siphonalfurche bildend. Die Aussenfläche ist hier gerundet. Die interne Seite dieses Umganges zeigt einen Abdruck einer jüngeren Windung, deren Rippen ganz den Character des Per. mosquensis besitzen, nur sind sie etwas dicker und minder gedrängt. Der letzte Umgang wird nur aus Luftkammern zusammengesetzt,so dass auf unserem Exemplare noch weitere Umgänge zu setzen sind. Der Durchschnitt ist viereckig, etwas ausgebreitet im umbonalen Theil, mit gerundeten Ecken und abgeflachten Seiten. Die Seiten haben sparsame dicke Rippen, welche zwei Reihen von stumpfen Knoten tragen und auf der Aussenfläche je in zwei undeutliche zur Mitte verschwindende Aeste zerfallen. Der Aussenlobus ist breit, kürzer als der Hauptlaterallobus, hat von jeder Seite zwei bedeutende Aeste. Der Hauptlaterallobus zerfällt in drei Aeste, von welchen der mittlere und äussere mehr entwickelt sind als der innere. Der zweite Laterallobus ist klein, nur als Secundärlobus des Lateralsattels zu betrachten. Der dritte Lobus ist der Aussenfläche zugekehrt. Die Sättel sind dick und nicht viel zerschnitten. Nach der Nathkante kehrt die Lobenlinie zurück, so dass der Nathlobus die Länge des Aussenlobus hat. Der Innenlobus ist schmal und lang.

Mein Fragment besitzt so viel Aehnlichkeit mit dem auch unvollkommenen Musterstück von Waagen, dass ich recht zu haben glaube, beide zu identificiren, nur hat das Stück von Waagen keine Verzweigung der Hauptrippen auf dem letzten Umgange; die Sättel sind bei ihm etwas mehr verästelt gezeichnet. Aber die erste Eigenthümlichkeit ist schon auf den letzten Hauptrippen unseres Exemplars zu sehen und ist das Attribut der erwachsenen Kammern. Die Lobenlinie ist in dem Werke von Waagen nicht so genau gezeichnet *), dass es auf Grund nur dieses Merkmals allein eine neue Art zu schaffen, mir überflüssig zu sein scheint.

Im Rjasanschen Jura begegnet man eine sehr nahe Form, die aber gedrängtere und feinere Rippen besitzt. Zwischen je zwei Hauptrippen laufen nur 3 bis 4 secundäre Rippen. Diese Form geht aber nicht, wie die vorhererwähnte, in's Aspidoceras-Stadium über, da die Rippen keine Knoten tragen, so dass wir sie doch immer als ein Perisphinctes zu betrachten haben. Ein Perisphinctes, welcher dem Aspidoceras diversiforme nahe steht. Seine inneren Windungen müssen aber mit einer der Formen, welche bei uns unter dem Namen Perisph. mosquensis beschrieben wurden, identisch sein. Die Rjasansche Form steht auch durch ihre Lobenlinie in der Mitte des P. mosquensis und Aspid. diversiforme, so dass eine Reihe wie Per. Martiusi d'Orb., aurigerus Opp., curvicosta Opp., mosquensis Fisch., Fischerianus d'Orb., die so eben angezeigte Rjasansche Form und endlich Aspidoceras diversiforme Waag. wohl als genetische Formenreihe betrachtet werden könnte.

Cosmoceras Waagen.

Die Glieder der Formenreihe Cosm. Jason sind im Oolithe von Elatma sehr verbreitet. Wir finden hier Cosm. Jason, Gulielmii, Castor, Duncani; dazu gesellen sich noch ganz neue Formen: Cosm. enodatum und Cosm. Waldheimii. Die erst genannten drei Species sind dem mittleren, die vierte dem oberen Kelloway Westeuropa's eigen. Bei uns treten sie in demselben Eisenoolith, dessen Differenzirung mir nicht gelungen ist.

6. **Cosmoceras Jason** Rein.

Nautilus Jason Reinecke p. 62. Pl. III.
Amm. Jason Zieten Würt. 1830, p. 5. Pl. 4, fig. 6.
Idem d'Orb. Géol. d. l. Russie. Pl, 36, fig. 13—14.
Idem Quenst. Cephal. Tab. 10, fig. 4.
Cosm. Jason Nikitin Jura v. Rybinsk. Tab. IV, fig. 28—30.

---

*) Alle in meinen Werken angezeichnete Lobenlinien sind von mir selbst möglichst genau auf Wachs-Papier von den Muscheln copirt worden, so dass kein kleiner Zweig, keine Linie übersehen werden konnte.

Eine bedeutende Anzahl von Stücken dieses für das mittlere Kelloway bezeichnenden Art liegt in meiner, so wie in allen anderen Sammlungen aus Elatma und dessen Umgegend. Ich habe hier nichts zu meiner früheren Beschreibung dieses Fossils hinzuzufügen.

7. **Cosmoceras Gulielmii** Sow.

Amm. Gulielmii Sow. Pl. 311.

Idem Zieten Württ. p. 19. Pl. XIV, fig. 4.

Cosm. Gulielmii Nikitin Jura v. Rybinsk. Tab. IV, fig. 31.

Auch diese Form wurde schon von mir ausführlich beschrieben. Sie kommt bei Elatma seltener zu Tage.

8. **Cosmoceras Castor** Rein.

Nautilus Castor Rein. p. 63. Tab. III, fig. 18—20.

Amm. Jason d'Orb. Terr. jurass. Tab. 160, fig. 3, 4.

Cosm. Castor Nikitin Jura v. Rybinsk. Tab. IV, fig. 32.

Cosm. Castor findet man häufiger bei Elatma, als das obenerwähnte Cosm. Gulielmii, doch nicht so häufig wie Cosm. Jason. Die Beschreibung und Abbildung siehe meine oben angezeigte Schrift über den Jura von Rybinsk.

9. **Cosmoceras Duncani** Sow. (non d'Orb.).

Amm. Duncani Sow. Tab. 157.

Idem. Oppel. Der Jura p. 559.

Amm. Elizabethae Pratt. Tab. 3, fig. 3.

Cosm. Duncani Nikitin. Jura v. Rybinsk. Tab. IV, fig. 33.

Die Species ist bei Elatma äusserst selten. Im Jura von Rybinsk, wo ich sie beschrieben habe, so wie in vielen anderen Localitäten des mittelrussischen Jura-Beckens kommt sie häufig vor.

10. **Cosmoceras Waldheimii** Nik.

Tab. III. Fig. 14.

Durchmesser . . . 77.
Höhe d. l. Umg. 0,33.
Dicke d. l. Umg. 0,28.
Weite des Nabels 0,27.

Muschel scheibenförmig mit abgeplatteten Seiten. Nach einem Exemplare aus den Sammlungen der Moskauer Universität zu urtheilen werden die Windungen der ausgewachsenen Stücke zur Wohnkammer hin niedriger und dicker. Die Aussenfläche der jungen Windungen hat eine glatte, von zwei an der Seite laufenden Knotenreihen begrenzte Furche. Beim Heranwachsen dehnen sich die Knoten aus, fliessen in einander und bilden auf der Aussenfläche ununterbrochene Rippen. Die Aussenfläche wölbt sich dann und endlich rundet sie sich ganz ab. Die Seitenfläche ist mit dicken Rippen bedeckt. Diese dichotomiren sich in der Mitte, oder bilden einige secundäre Rippen. Aussen- und Umbonalknoten sind stark entwickelt; Seitenknoten findet man an sehr kleinen jungen Windungen, doch nur ganz schwach. Die Rippen laufen fast gänzlich radial. Auf der Wohnkammer werden die Rippen dick und undicht, indem sie von der Nabelkante aus nach und nach verschwinden. Die Form der Mündung bleibt mir unbekannt. Die Lobenlinie wie bei Cosm. Jason.

Die Species ist an ihren dicken, undichten geraden Rippen und grossen Knoten zu unterscheiden. Die Wohnkammer ist hier viel niedriger und dicker, als bei Cosm. Jason. Die Rippen der Wohnkammer gehen ununterbrochen über die Aussenfläche.

Eine ganz seltene Form in Oolith von Elatma.

11. Cosmoceras enodatum Nik.

Tab. III. Fig. 12, 13.

Durchmesser. . . .	60 —	54.
Höhe d. l. Umg. .	0,28 —	0,28.
Dicke d. l. Umg.	0,31 —	0,31.
Weite des Nabels	0,25 —	0,24.

Diese eigenthümliche Art unterscheidet sich von Cosm. Jason schon in früher Jugend durch dickere viel niedrigere und abgerundete Umgänge. Die ganz feinen Rippen laufen vom kleinen Nabelknoten aus. Seitenknoten findet man nur auf zwei, drei der ersten Umgänge. Sie verschwinden schon wenn die Muschel 10 Mm. in Durchmesser hat. Mehrzahl der Rippen verschwinden auf der Wohnkammer, indem sie in feine Anwachsstrichen zerfallen. Einige aber werden auf der Umbonalhälfte der Seitenflächen ganz dick und bilden lange dicke Knoten auf der Wohnkammer; diese Knoten glätten sich in der Mitte der Seitenfläche aus. Die Aussenfläche der jungen Windungen besitzt eine glatte Furche mit zwei Reihen Knötchen nur bei Muscheln, die nicht grösser sind als 20 Mm., dann fliessen die Knötchen in einander, und die Rippen laufen ganz ununterbrochen auf der Aussenfläche fort. Diese Fläche wird schon von dem Beginn der Wohnkammer rund.

Die Wohnkammer beträgt ½ Umgang. Mundrand wie beim Cosm. Jason. Ich sah

aber nur den Anfang der Oehrchen. Lobenlinie in der Jugend nicht von der des Cosm. Jason zu unterscheiden, wird aber später ganz niedrig und unverzweigt.

Die Form hat grosse Uebereinstimmung mit Cosm. Calloviense Sow. und Cosm. Gallilaei Opp. Ein genauer Vergleich derselben wird mir aber zu schwer, da ich keine vollständige Stücke und gute Zeichnungen derselben besitze. Nach den existirenden Abbildungen zu urtheilen, ist unsere Art viel mehr abgeplattet und mit einer nicht so weiten Aussenfläche versehen, als die so eben erwähnte europäische Species. Es ist doch beachtungswerth, dass unsere Form die Formenreihen des Cosm. Jason und Cosm. Gowerianum vollständig verbindet. Wir können jetzt die Cosm. Gowerianum und Pallux als zwei extreme Glieder einer einzigen sich allmählich variirenden Formenreihe betrachten, einer Formenreihe, deren einzelne Zwischenformen der unteren, mittleren und oberen Kellowayformation uns vollkommen bekannt sind.

Im Oolithe von Elatma ist Cosmoceras enodatum ein nicht ganz seltenes Fossil.

Stephanoceras Waagen.

12. Stephanoceras macrocephalum Schloth.

Tab. III. Fig. 15 (a, b), 16, 17.

Amm. macrocephalus Schloth. Petrefact. p. 70.
Idem. Zieten. Würth. p. 6, pl. 5, fig. 4 (von fig. 1).
Amm. macrocephalus compressus Quenst. Ceph. p. 184. Pl. 15, fig. 1.
Amm. macrocephalus Oppel. Jura p. 547.
Stephan. macrocephalum Waagen Kutch. p. 109. Pl. 25, 27, 33.
Amm. macrocephalus d'Orb. Terr. jurass. Pl. 151.

Durchmesser. . . .	106 — 57.
Höhe d. l. Umg.	0,26 — 0,30.
Dicke d. l. Umg.	0,43 — 0,50.
Weite des Nabels	0,19 — 0,16.

Ein Ammonit mit hohen, dicken und abgeplatteten Umgängen. Die Windungen greifen so vollkommen über die vorhergehenden, dass nur ein ganz unbedeutender Theil derselben zu sehen ist. Der Nabel ist dadurch sehr tief und schmal, nur auf der Wohnkammer lenkt das normale Windungspiral ab und der Nabel wird aufgedeckt. Die Rippen sind zahlreich, verzweigen sich auf der inneren Hälfte der Seitenfläche und verschwinden an der Nabelkante der erwachsenen Exemplare. Die Rippen gehen gerade; sie bilden nur

eine schwache Neigung aber keine Krümmungen nach vorn. Zwischen den sich spaltenden Rippen sieht man noch an den erwachsenen Exemplaren eine, selten zwei Secundärrippen, die an den Seitenflächen allmählig verschwinden.

Wohnkammer der völlig ausgewachsenen Exemplare ist, nach Waagen glatt, hat aber neben der Mündung einige schwache Falten an der Aussenfläche. Wie gesagt, die Wohnkammer neigt bedeutend von dem normalen Windungspiral ab; der Nabel erweitert sich und die Mündung wird schmäler. Länge der Wohnkammer $^{3}/_{4}$ Umgang betragend. Sehr junge Windungen haben nach vorn gekrümmte Rippen wie bei der Gruppe Steph. Tschefkini.

Die Lobenlinie wird gegen die Nabelkante etwas höher, wie es Quenstädt gezeichnet hat, niemals biegt sie sich zurück, wie es Waagen angibt; nie geht sie aber so hoch nach vorn, wie bei Steph. Maya. Der Aussenlobus ist länger als der Hauptlateral, hat vier gut entwickelte Zweige. Aussensattel sehr verzweigt, hat einen langen Secundärlobus beim Anfange des Hauptlaterallobus. Die Lateralsättel sind dichotom. Der zweite gegen die Nabelkante, der dritte Laterallobus hingegen nach aussen geneigt, das Neigen ist schon auf dem zweiten Laterallobus zu bemerken. Lobenlinie der von Quenstädt, nicht aber der von Waagen angegebenen gleich.

Nicht ohne Zweifel identifizire ich unsere Species mit der westeuropäischen und indischen Art. Ungeachtet dessen, dass Waagen uns einige ausführliche Arbeiten über diese Ammonitengruppe gegeben hat, muss man, glaube ich, noch eine weitere Trennung der bedeutenden und sehr variirenden Masse von Formen, die man unter dem Namen Steph. macrocephalum vereinigt, machen. Die Formen von Quenstädt, Waagen und d'Orbigny sind doch so wenig einander gleich, dass es ganz zweifelhaft erscheint, sie als eine Art zu betrachten. Mir ist eine solche Arbeit ganz unmöglich, da wir hier keine vollkommene Serie der europäischen Formen haben. Die Elatomsche Art ist ein so seltenes Fossil, dass ich, so viel ich weiss, der einzige bin, der davon drei Stücke besitzt.

Wenn man die Wohnkammer abbricht, unser Fossil der Zeichnung von d'Orbigny durchaus gleicht, nur sind die Rippen etwas feiner. Ich selbst erhielt solche Stücke aus der Macrocephalenschicht von Geisingen (Württemberg). Wenn alle westeuropäischen macrocephalen Formen genau studirt und bearbeitet sein werden, dann wird man auch entscheiden können, ob unsere Form eine besondere Art, oder die von d'Orbigny abgebildete Form sei. Von allen in Waagens Werke erwähnten Formen der Macrocephalengruppe, wie Steph. transiens Waagen und Maya Sow., ist unsere Form ganz entscheidend, abgesondert durch das Verschwinden der Rippen an der Nabelkante der erwachsenen Exemplare und durch eine geringere Anzahl der Secundärrippen. Von der Gruppe Steph. curvicostati Waag. (Steph. Ichmae Keys. in deren Zahl) und der Gruppe Steph. Tschefkini unterscheidet sie sich durch gerade, nicht gekrümmte Berippung. Die Gruppe Steph. tumidum Waag. hat weit dickere Windungen und Berippung.

Ich besitze Steph. macrocephalum, wie schon bemerkt wurde, in einem unten abgebildeten Stücke mit einem Theil der Wohnkammer und in zwei noch kleineren Exemplaren ohne Wohnkammer. Alle stammen von kalkigen Concretionen des unteren Kellowaythones von Elatma. Ich sah noch zwei sehr unvollkommene abgebrochene Stücke aus derselben Localität im Berg-Museum von St. Petersburg.

13. Stephanoceras tumidum Rein.

Tab. III. Fig. 18, 19.

Nautilus tumidus Rein. Maris prot. etc. fig. 47.
Amm. macrocephalus Ziet. Ver. Würth. pl. 5, fig 1.
Amm. tumidus Ziet. l. c. pl. 5, fig. 7.
Amm. macrocephalus tumidus Quenst. Ceph., p. 183.
Durchmesser 69.
Höhe d. l. Umg. 0,26.
Dicke d. l. Umg. 0,54.
Weite des Nabels 0,18.

Ein Ammonit mit dicken gerundeten und sehr übergreifenden Umgängen. Der Nabel eng und tief. Die Muschel von deutlichen fast radialen Rippen bedeckt. Die Rippen fangen bei der Nabelkante an, zweigen sich schon auf der ersten Hälfte der Seitenfläche in zwei, selten in drei Aeste, oder haben noch eine secundäre Zwischenrippe. Die Zahl der Secundärrippen bei den erwachsenen Exemplaren wird nach Waagen bedeutender; junge Windungen haben noch keine Secundärrippen. Wohnkammer bis zur Mündung berippt; die Rippen werden hier dicker und undichter. Die Wohnkammer lenkt vom normalen Windungsspiral ab, in dem sich der Nabel erweitert. Mündung von aussen etwas zusammengedrückt. Länge der Wohnkammer ³/₄ eines Umganges betragend. Lobenlinie nach dem Typus der ganzen Gruppe, hat keine Erhebung an der Nabelkante. Der Unterschied, der von Waagen angezeigt wird, indem er bei Steph. tumidum viel verzweigtere Sättel angibt, als bei Steph. macrocephalum, ist nur, wie mir meine eigenen Untersuchungen der schwäbischen Formen bewiesen, vom Alter abhängig.

Steph. tumidum unterscheidet sich von der Gruppe Steph. macrocephalum durch seine Dicke, durch dickere und schärfere Berippung, die an der Nabelkante nicht verschwindet. Alle andere dicke Formen dieser Gruppe unterscheiden sich durch gröbere Berippung. Die am nächsten stehende Form Steph. lamellosum Sow. hat viel dickere Rippen und einen etwas weiteren Nabel. Ich muss aber hinzufügen, dass mein Exemplar, welches doch das Einzelstück ist, von meinen schwäbischen Formen dieser Art durch einen in demselben

Alter etwas höheren Durchschnitt ein wenig abweicht. Mein russisches Material ist jedoch so ungenügend, dass ich in dieser Abweichung allein keinen specifischen Unterschied sehen kann, besonders wenn wir die grosse Variabilität dieser Formen in Anschlag nehmen. Ich besitze aber von Balin (bei Krakau) eine der unsrigen gleiche Form. Was ich bei der Beschreibung der vorhergehenden Form über Waagen's Erforschung dieser Gruppe gesagt habe, ist auch hier anwendbar. Da ich zum Beispiel nicht begreifen kann, wie eine Form der Tab. XXVII, fig. 2 in die Form der Tab XXVI übergeht, da doch die letzte Zeichnung uns eine ganz besondere, um Umbo starkgerippte Form angibt.

Das einzige Elatom'sche Stück befindet sich in meiner Sammlung und wurde aus einer Kalkconcretion des unteren Kellowaythones erhalten

14. Steph. lamellosum Sow.

Amm. lamellosus Sow. Trans. Geol. Soc. Pl. 23.
Steph. lamellosum Waagen Kutch. p. 122. Pl. 33, fig. 1 a, b.

Die dicken, von den Seiten etwas gedrückten Umgänge dieser Form, lassen nur einen engen und tiefen Nabel, der aber etwas weiter als bei Steph. tumidum ist. Rippen sind verhältnissmässig dick, scharf, in der Jugend sich etwas nach von biegend, dann aber im Alter ganz gerade. Wohnkammer berippt, nach Waagen einen ganzen Umgang betragend. Lobenlinie unerforscht.

Von den Gruppen der Steph. macrocephalum und tumidum durch dickere und schärfere Rippen zu unterscheiden. Die am nächsten stehende Form Steph. Kaylowi Milasch. hat eine mehr kugelige Gestalt. Steph. Grontanum (Am. Herweyi d'Orb. Tab. 150) hat noch dickere und undichtere Rippen und besonders einen mehr geöffneten Nabel. Steph. Ishmae unterscheidet sich durch höhere Umgänge und gekrümmte Rippen.

Das einzige von mir erhaltene Stück des Steph. lamellosum ist nicht in so einem Grade der Erhaltung, dass es lohnte, es zu zeichnen. Es ist aber hinreichend gut um ihn zu bestimmen.

Elatma, unterer Kellowaython. Es ist mir gelungen den vergangenen Sommer ein anderes Stück derselben Art im Gouv. Kostroma zu bekommen.

15. Steph. Elatmae Nik.

Tab. IV. Fig. 20—23.

Amm. modiolaris Lwyd. Eichw. Leth. ross. p. 1051.
Steph. Elatmae Nik. Аммониты группы Am. funifer. p. 136. Tab. II, fig. 16, 17.

Durchmesser	48	50	70	71	76	110	Mm.
Höhe d. l. Umg.	0,21	0,20	0,23	0,17	0,20	0,23	
Dicke d. l. Umg.	0,60	0,84	0,71	0,79	0,66	0,50	
Weite d. Nabels.	0,27	0,36	0,43	0,35	0,34	0,33	
Diameter d. Nabelkante		0,56	0,57	0,57	0,52	0,51	

Eine sehr aufgeblasene Form mit weitem, conischem Nabel. Die Windungen des Nabels sind mit dicken stumpfen Rippen bedeckt. Form des Durchschnitts nach dem Alter sehr verschieden. Die ersten Umgänge haben noch runde Windungen, dann werden sie oval, indem die Muschel an Steph. Tschefkini erinnert. Mit dem Alter wird die Höhe der Umgänge geringer, die dagegen an Dicke zunehmen. Der Durchschnitt nimmt dann nach und nach die Form eines Bogens an, dessen Enden durch zwei sich unter dem Winkel begegnende Linien zusammen gezogen werden. Dieser Bogen wird immer gerader und niedriger.

Das Verhältniss des Durchmessers zur Höhe und Dicke der Windungen, sowie die Weite des Nabels variiren sehr bedeutend bei verschiedenen Exemplaren, wie es die obenstehende Tabelle darstellt. Eine strenge Grenze zwichen den dickeren und flacheren Formen könnte ich nicht ziehen, obwohl ich wenigstens 400 Stück davon durchgesehen habe. Die Aussenfläche ist stets gerundet, ohne Mittellinie oder Kiel. Der Nabeltheil der Seitenfläche ist durch starke, dicke Rippen bedeckt und wird durch eine scharfe Nabelkante von der Aussenfläche gesondert. Die ersten Windungen sind glatt; dann erscheinen nach vorn gekrümmte Rippen, die sich unter der Mitte in zwei theilen und etwas gröber sind, als beim Steph. Tschefkini. Zum Theil ziehen noch secundäre Rippen zwischen den Hauptrippen. Wenn die Muschel 30—35 Mm. dick wird, bildet sich eine zuerst undeutliche Nabelkante. Die sich dichotomirenden Rippen erheben sich auf der Nabelkante als dicke, krumme Knoten, die sich stets gegen die Wohnkammer vergrössern und sich auf der letzteren bis zur Mündung hinziehen. Die Rippen hingegen sind bedeutender und nur in dem mittleren Alter am deutlichsten entwickelt, dann verschwinden sie nach und nach auf der Aussenfläche gänzlich Die Wohnkammer ist also nur mit feinen Anwachsstreifen bedeckt. Bei den jungen sind die Rippen noch stark nach vorn gerichtet, dann aber werden sie ausgebogen, so dass sie dem Abriss der Mündung nicht mehr folgen, ganz gerade werden die Rippen niemals. Die Mündung wird durch eine breite glatte, stark nach vorn gerichtete Zone gebildet, die aber in keinen Kiel übergeht. In einer Entfernung von ungefähr 10—12 Mm. von der Mündung zieht sich eine flache Einschnürung. So eine Mündung erinnert uns vollkommen an einige bekannte Mündungen bei den übrigen Stephanoceras (z. B. Steph. Gervillii, Brogniartii d'Orb. Ter. jurr.). Die Wohnkammer beträgt bis zur Basis der Mündung $^3/_4$ Umgang. Auf drei Exemplaren sah ich einige flache Spuren der Ein-

schnürungen und der früheren Mündungen. Diese Spuren, die doch ganz seltsam für den Genus Stephanoceras erscheinen, sind sehr unbeständig.

Lobenlinie fein zerschnitten. Hauptlaterallobus länger als der Aussenlobus. Der zweite Laterallobus ist vollkommen entwickelt, nur etwas kleiner, als der Aussenlobus. Die beiden Lateralloben sind keilförmig und endigen mit einem Ast. Der innere Lobus ist einspitzig. Der Aussensattel eng und zerschnitten, wie der erste Lateralsattel. Die Nabelkante geht bei den jungen Exemplaren durch den zweiten Lateralsattel, im Alter aber durch den dritten. Die Nahtkante geht durch den fünften Lateralsattel. Auch diese Art gab mir auf einigen Exemplaren Abnormität der Loben, die ich bei dem Amalth. excavatus in meiner Arbeit über den Jura von Rybinsk gezeichnet habe (fig. 15).

Das junge Stadium der Steph. Elatmae nähert sich so vollkommen dem Steph. Tschefkini, dass sie in einigen Stücken, bis zu einer Grösse von 35 Mm. kaum von einander zu unterscheiden sind. Auch dann noch haben sie dieselbe Form des Durchschnittes, dieselbe Berippung und dessen Veränderung mit dem Alter. Die Rippen sind etwas dicker, niemals aber so dick, wie bei der Gruppe Amalth. Lamberti. Das erwachsene Exemplar des Steph. Elatmae wird durch seine Knoten und den durchaus weiten Nabel von Steph. Tschefkini doch ganz deutlich unterschieden. Die Beziehung der Gruppe von Steph. Elatmae und Tschefkini zur Gruppe des Amalth. Lamberti habe ich schon in meiner Arbeit über den Jura von Rybinsk eingehend besprochen. Von allen europäischen Arten des Genus Stephanoceras steht unserer Form Steph. sublaeve Zieten (und Quenst.; non sublaeve Sow.; non modiolaris d'Orb.) am nächsten *). Aber auch diese letzte Form unterscheidet sich, nach einigen schönen mir angehörenden Stücken aus Schwabien und Weymouth, durch weit engeren Nabel, viel dickere und längere (über einen vollen Umgang betragende) Wohnkammer, welche sich bis zur Mündung erweitert, während unsere Form der ganzen Länge nach eine gleich dicke Wohnkammer hat. Junge Windungen von Steph. sublaeve sind von aussen abgeplattet, wie bei der Gruppe des Steph. coronatum, niemals so hoch wie an unserer Form. Die Knoten bei Steph. sublaeve sind auf der Wohnkammer klein und abgeplattet. Der zweite Laterallobus von Steph. Elatmae liegt niemals unter der Nabelkante, wie es Quenst. bei Steph. sublaeve angibt. Trotz der Aehnlichkeit der beiden Formen im mittleren Alter, besonders in der Berippung können sie nicht einmal genitisch einander nahe sein. Einen nahen Verwandten von Steph. Elatmae finden wir in zahlreichen indischen Stephanoceras, die von Waagen neulich beschrieben worden sind.

Dieser in dem Elatom'schen Jura am häufigsten vorkommende Ammonit füllt in grosser Anzahl die Concretionen des unteren Kelloway-Thones. Er wurde von mir auch in den Macrocephalenschichten von Gouv. Kostroma wiedergefunden.

---

*) Hyatt (sieh unten die Literatur) hat sicher mehrere Species unter dem Namen Steph. sublaeve verstanden und beschrieben.

16. Stephanoc. coronatum Brug.

Ammon. coronatus Bruguière. Encycl. méth. pag. 43. № 23.
idem d'Orbigny. Géol. d. Russie p. 440. Tab. 36, fig. 1—3.
idem Keyserl. Tab. 20 fig. 11, 12.
idem d'Orb. Terr. jurass. Tab. 168, fig. 5—8.
Amm. anceps ornati Quenst. Ceph. Tab. 14, fig. 5.
idem Quenst. Jura p. 537, tab. 70, fig. 22.
Steph. coronatum Neum. Ornathenthone v. Tschulkowo p. 342 Tab. 25, fig. 1, 2 (non 3.)
Steph. coronatum var. Banksii. Hyatt. Genet. Rel. of Steph. p. 388.

Durchmesser.	70 —	169 —	46.
Höhe d. l. Umg.	0,21 —	0,24 —	0,23.
Dicke d. l. Umg. . . .	0,86 —	0,66 —	0,87.
Weite d. Nabels	0,38 —	0,36 —	0,37.
Diameter d. Nabelkante.	0,60 —	0,62 —	0,63.

Diese gut bekannte und verbreitete Species erreicht bei Elatma eine monströse Grösse von fast einem Meter im Durchmesser, doch ist sie so schlecht erhalten, dass man kaum einige ungenügende Bruchstücke davon kriegen kann. Ich kenne nur zwei etwas vollkommene Fxemplare, die ich messen konnte.

Die inneren Windungen sind durch ihre bedeutende Dicke charakterisirt, so dass sie hier dem Durchmesser gleich oder sogar grösser ist. Die Aussenseite ist fast flach, mit schwachen sich in zweitheilenden Rippen bedeckt; zeigt sogar die Andeutung eines Kieles. Die Nabelkante ist sehr scharf und mit spitzen Knoten. Die Nabelseiten fallen sehr steil ab und tragen Rippen. In erwachsenem Zustande, welches von d'Orbigny sehr genau gezeichnet wurde, erweitert sich der Nabel etwas; die Windungen bleiben aber immer von aussen abgeplattet; ihre Dicke bleibt fast unverändert wie uns die Messungen angeben. Die Rippen und Knoten werden viel stärker. Von jedem Knoten laufen zwei Rippen aus, die sich etwas nach vorn biegen. Sehr selten nur bei der Wohnkammer, sieht man auf dem ganzen Umgange eine oder zwei Secundärrippen zwischen den Hauptrippen, wodurch sie als dreitheilige Rippen erscheinen. Bei der Wohnkammer runden sich die Knoten allmälig ab. Die Windungen werden aber auch hier nicht bedeutend höher und schmäler. Die Wohnkammer ist ganz mit Rippen bedeckt und hat die Länge von einem ganzen Umgang.

Die Lobenlinie ist von Neumayer, nicht aber von d'Orbigny sehr genau wiedergegeben (fig. 4). Der Hauptlaterallobus ist etwas länger, als der Aussenlobus. Diese Loben sind keilförmig. Der zweite Lateral ist schmal und klein. Der dritte nach aussen geneigt. Der Innenlobus ist einspitzig. Die Sättel sind breit, zweispitzig mit ungleichen Zweigen.

Die Nabelkante läuft durch den ersten Lateralsattel, nur bei den völlig erwachsenen Formen durch den zweiten Laterallobus.

Von den am nächten stehenden Formen, einerseits Steph. Blagdeni Sow., anderseits Steph. planula d'Orb. (Wagneri Opp.) unterscheidet sich unsere Art durch zweitheilige Rippen und duch einen viel tieferen Nabel, was besonders in der Jugend beobachtet wird.

In Westeuropa ist Steph. coronatum in allen Zonen der Kellowayformation angezeigt. Bei uns trifft man es im Oolithe von Elatma, sowie in einigen andern entsprechenden Schichten des Gouvernements Moskau und Rjasan.

17. Steph. Renardi Nik.

Tab. IV. Fig. 24 a, b.

Steph. coronatum Neum. Tschulkowo. Tab. XXV, fig. 3.

Durchmesser	121	— 72	— 66	— 40
Höhe d. l. Umg. ...	0,25	— 0,29	— 0,30	— 0,25
Dicke d. l. Umg.	0,46	— 0,54	— 0,71	— 0,72
Weite d. Nabels.....	0,35	— „	— „	— 0,40
Diameter d. Nabelkante.	0,46	— 0,50	— 0,58	— 0,62

Diese auch in Westeuropa mit Steph. coronatum in derselben Zone vorkommende Form unterscheidet sich schon in den jungen Windungen durch bedeutend höhere und minder dicke Umgänge, wodurch auch der Nabel geöffneter wird. Der erwachsene Zustand ist aber bei beiden Formen ganz verschieden.

Während Steph. coronatum auch dann seine Dicke behält und kugelig bleibt, wird Steph. Renardi flach. Die Windungen werden dann hoch und von den Seiten zussammengedrückt. Die Spiral der Nabelkante erweitert sich bedeutend zur Wohnkammer hin, wodurch die Knotenreihen ganz offen werden, was bei Steph. coronatum nicht der Fall ist, da bei dem letzteren die Wohnkammer kaum bemerkbar von der normalen Windungsspiral abweicht, von aussen immer abgeplattet und nach beiden Seiten erweitert bleibt.

Lobenlinie von derjenigen des Steph. coronatum nicht zu unterscheiden.

So ein erwachsenes Exemplar des Steph. Renardi erinnert an Steph. planula d'Orb. und ist als Zwischenglied derselben zu betrachten.

Elatma Oolithe, sowie in Gouvernement Rjasan. Ich habe ein hübsches Exemplar davon auch aus Frankreich (Sarthe) bekommen.

18. Steph. Tschefkini d'Orb.

Amm. Tschefkini d'Orb. Géol. Russ. p. 439, pl. 35, fig. 10—14.
Amalth. Tschefkini Nikit. 1878. p. 132, fig. 11.

Steph. Tschefkini Nikit. Jura v. Rybinsk. S. 64, Pl. III, fig. 21—24.

Die Beschreibung siehe im letzterwähnten Werke.

In der Umgegend von Elatma ist dieses Fossil durchaus selten.

19. Steph. Milaschevici Nik.

Tab. V. Fig. 26 a, b, 27.

Steph. Milaschevici Nikitin. Jura v. Rybinsk S. 66, Pl. III, fig. 25.

Diese im Oolithe von Elatma gewöhnlichste Form wurde auch von mir eingehend beschrieben. Ich gebe hier noch die Zeichnung eines mittelgrossen Exemplars, so wie einer Lobenlinie eines mehr erwachsenen Stückes.

20. Steph. stenolobum Nikit.

Tab. V. Fig. 28 – 30.

Amm. Tschefkini var. stenolobus Keys. Petschora p. 329. Tab. 20, fig. 7. Tab. 22, fig. 13, 14.

					Exemp. v. Petschora.
Durchmesser......	102	—	58	—	88.
Höhe. d. l. Umg. .	0,19	—	0,32	—	0,20.
Dicke. d. l. Umg. .	0,59	—	0,36	—	0,62.
Weite. d. Nabels. .	0,20	—	0,20	—	„
Diam. d. Nabelkante.	0,49	—	„	—	0,51.

Diese Form, welche sicher der Gruppe Steph.Tschefkini angehört, unterscheidet sich von allen Gliedern dieser Gruppe durch einen offenen weiten Nabel, wodurch sie ein flacheres Aussehen hat. Die Rippen sind so scharf ausgeprägt wie bei dem typischen Steph. Tschefkini und verschwinden in demselben Alter (bei 70—80 Mm. im Durchmesser). Die junge Muschel ist flach scheibenförmig. Die Rippen sind hier dichotom oder haben häufiger ein, zwei, oder im Alter sogar drei Secundärrippen zwischen den Hauptrippen. Die Berippung ist etwas nach vorn geneigt und verschwindet mit dem Alter vom Nabel aus, wird aber auf der Aussenseite dicker und flacher.

Einen ganz besonderen Unterschied zeigt uns die Lobenlinie des Steph. stenolobum, wie es schon Keyserling bemerkt hat, da diese Lobenlinie sich dem Typus Macrocephali nähert. Sie ist durchaus der des Steph. tumidum gleich. Die Haupteigenthümlichkeit besteht in Seitenloben, welche eng und lang sind.

Von dieser nordrussischen Form fand ich drei Stücke im Oolithe von Dmitriewy-Gory. Ich kenne sie jetzt auch aus anderen Localitäten der Moskauer Jura, dennoch ist sie im mittelrussischen Jura-Becken überall selten.

Es ist beachtungswerth, dass Steph. stenolobum die Gruppe Steph. Tschefkini mit

einer ganz eigenthümlichen Form aus dem nördlichen Ural verbindet, welche Eichwald als Amm. sagitta beschrieben hat. (Leth. ross. Tab. 35, fig, 1.) Die inneren Windungen dieser Form, wie ich mich selbst im Bergmuseum zu St. Petersburg überzeugen konnte, sind ganz der Gruppe Steph. Tschefkini gleich. Die flache scheibenförmige Wohnkammer aber gibt dem Fossil ein ganz anderes Aussehen.

Harpoceras Waagen.

21. Harpoc. punctatum Stahl.

Amm. punctatus Stahl. Würth. Corresp. Bl. Vol. VI, p. 48, fig. 8.
idem Zieten. Würth. p. 13. Pl. 10, fig. 4.
Amm. lunula d'Orb. Terr. jurass., p. 439 (pars). Pl. 157, fig. 1—4.
Amm. hecticus lunula Quenst. Ceph. p. 117, Pl. 8, fig. 2.
Amm. punctatus Opp. Jura p. 553.
Amm. hecticus lunula Quenst. Jura p. 545, Pl. 72, fig. 7. (non Amm. punctatus p. 544, Pl. 71, fig. 21.
Harp. punctatum Waagen. Kutch. p. 62. Pl. 13, fig. 9, 10.
Amm. Brighti d'Orb. Géol. d. l. Russie. Tab. 33, fig. 9, 10.

Einige Bruchstücke dieses Fossils habe ich auch im Oolithe der Umgegend von Elatma gefunden. Die Formengruppe Harp. hecticus und ihre Stellvertreter Harp. lunula, punctatum, Brighti sind sehr verbreitet im Rjasan'schen Jura; in allen übrigen Localitäten des mittelrussischen Jurabeckens sind sie selten. Da der Rjasan'sche Jura der Gegenstand einer Arbeit meines geehrten Freundes, Herrn Professor Lahusens ist, will ich auf die Beschreibung dieser Fossilien nicht weiter eingehen. Ich werde nur bemerken, dass die, von d'Orbigny in der „Géologie de la Russie“ unter dem Namen Am. Brighti beschriebene und gezeichnete Form dem Harp. punctatum angehören muss. Vom Harp. Brighti unterscheidet sie sich durch viel dichtere Berippung und minder rückwärts gebogene Rippen. Die gezeichnete doppelte Krümmung der Rippen (fig. 9) ist schwerlich normal, da ich noch niemals eine solche bemerkt habe, obwohl ich über ein Hundert Stück dieser Fossilien von diversen Localitäten des Mittelrussischen Jurabeckens durchgesehen habe. D'Orbigny schreibt, dass sein Musterstück aus Choraschowo bei Moskau abstamme; es ist aber ganz unmöglich, da bei Choroschowo nur die oberen Glieder der Juraformation existiren, wo eine solche Form ganz unnatürlich erscheint. Sie stammt gewiss aus Elatma, wie auch viele andere Fossilien, welche d'Orbigny als Moskauer species angiebt.

Amaltheus Montf.

22. Amalth. Galdrinus d'Orb.

Amm. funiferus Phill. Geol. of Jorksh. p. 113, Tab. 6, fig. 23
Amm. Galdrinus d'Orb. Terr. jurass. p. 438, Pl. 156.
Amm. funiferus Leckenby p. 11.
Amalth. Galdrinus Nikit. 1878 p. 120.

Ein bedeutendes Bruchstück dieser Form wurde von mir im Oolithe von Dmitriewy-Gory gefunden. Das Stück stellt uns einen Halbkreis vor, ist ganz mit Luftkammern gefüllt und hat etwa 90 Mm. im Durchmesser. Alle Kennzeichen, die wir in der Abbildung von d'Orbigny haben, sieht man genügend auf meinem Exemplare, um die Species genau zu bestimmen.

Muschel flach discoidal. Der Nabel ist äusserst eng. Die Form des Durchschnittes ist ein verlängertes Dreieck mit einer abgerundeten Aussenfläche. Die nach vorn gebogenen Rippen sind sehr stark und dick auf der Aussenfläche, verschwinden aber bald auf den Seitenflächen der erwachsenen Windungen. Auf den inneren Windungen laufen sie ununterbrochen bis zur Nabelkante fort. Die Aussenrippen glätten sich zur Wohnkammer aus. Die mittelgrossen Windungen zeigen keinen zugespitzten Kiel.

Die Lobenlinie ist stark zerschnitten. Die Loben und Sättel sind länger und schmäler als es bei d'Orbigny gezeichnet, was dadurch zu erklären ist, dass d'Orb. eine vergrösserte junge Lobenlinie wiedergegeben hat. Die allgemeine Form der Lobenlinie ist dieselbe. Der Aussenlobus ist breiter als der Hauptlateral, ihre Länge ist aber fast dieselbe. Der Radius des Aussenlobus schneidet den Hauptlaterallobus nur wenig ab. Der zweite Lateralsattel ist dichotom.

Amalth. Galdrinus ist dem Amalth. Chamouseti ähnlich, unterscheidet sich aber durch seine abgeplattete und kiellose Gestalt. Neumayer *) stellt ihn in die Zone von Aspidoc. perarmatum, giebt aber keine Gründe dafür an. D'Orbigny und Leckenby geben ihm unter den Kelloway-Versteinerungen Platz. Bei uns im Oolithe, das heisst im Oberen-Kelloway.

23. Amalth. Mariae d'Orb.

Fig. 25, a, b.

Amm. Mariae d'Orb. Terr. jurass. P. 486, pl. 179, fig. 1—6 (non 7, 8, 9).
Amm. vertumnus Leckenby. Kell. of Jorksh. Pl. 1, fig. 3, p. 9.

---

*) Ueber Cephalopodentypen im Jura Mittel-Europas. Jahrbuch d. geol. Reichsanst. 1878. Band XXVIII. 1. Heft, S. 62.

		d'Orb.
Durchmesser....	38 —	62
Höhe d. l. Umg.	0,32 —	0,32
Dicke d. l. Umg.	0,42 —	0,48
Weite d. Nabels	0,37 —	0,29

Flache Muschel mit aufgeblasenen aber eckigen Windungen. Der Durchschnitt fast herzförmig, aber ohne irgend welche Einsenkungen auf den Seitenflächen neben dem Kiel. Die grösste Dicke in gleicher Höhe mit dem Gipfel des vorhergehenden Umgangs. Die Windungen umfassen etwas mehr als $1/2$ der vorhergehenden. Die Rippen sind dick, scharf, auf dem Kiel besonders hervorragend, nach dem Typus des Amalth. Lamberti gebogen. Bei den Jungen theilen sie sich auf der Mitte der Seitenfläche in zwei. Bei den erwachsenen Exemplaren erscheint statt der Zweige zwischen den Hauptrippen eine kurze Secundärrippe.

Die Wohnkammer und die Lobenlinie ist mir unbekannt. Diese Form gehört zu der Gruppe Amalth. Lamberti, und ist von Amalth. Leachi, mit welchem sie immer verwechselt wurde, durch scharfe, undichte Berippung zu unterscheiden. Amm. vertumnus Leckenby ist gewiss derselbe Ammonit. Eine etwas eckigere Form des Durchschnittes kann keine bezeichnende Eigenthümlichkeit sein, da sie sich mit dem Alter bedeutend ändert.

Elatma im Oolithe, sowie in einigen Localitäten der Moskauer Kellowayformation.

24. Amalth. sp.

Einige kleine Muscheln der Gruppe Am. Lamberti befinden sich häufig im Oolithe von Elatma. Eine derselben hat auch d'Orbigny unter dem Namen Amm. Leachi beschrieben und abgebildet. (Géol. d. l. Russie p. 438, Pl. 35, fig. 7—9.) Zu dieser Species gehört sie durchaus nicht, ist aber dem Amalth. Rybinskii Nik. nahe. Ich kann aber wegen der Kleinheit der Stücke darüber nichts entscheidendes sagen.

25. Amalth. vertebralis Sow.

Amm. vertebralis Sow. Pl. 165.
Amm. cordatus d'Orb. Terr. jurass. Pl. 194, fig. 2, 3.
idem d'Orb. Géol. d. l. Russie Pl. 34, fig. 3, 4.
Amm. cordatus var. pinguis Rouill. 1846 Pl. A, fig. 1.
Amalth. vertebralis Nikit. 1878 p. 145.
Amalth. vertebralis Nikit. Jura v. Rybinsk. S. 57, Tab. II, fig. 18.

Siehe die Beschreibung in meinem letzterwähnten Werke. Die Art ist bei Elatma im Oxford-Thone selten.

26. Amalth. tenuicostatus Nikit.

Amalth. tenuicostatus Nikit. 1878 p. 146.
Amalth. tenuicostatus Nikit. Jura v. Rybinsk. S. 57, Tab. II, fig. 19.
Ebenda auch selten.

27. Amalth. cordatus Sow.

Amm. cordatus Sow. Pl. 17, fig. 2 und 4.
idem d'Orb. Terr. jurass. p. 514 (pars). Pl. 194, fig. 1.
idem d'Orb. Géol. d. l. Russie Pl. 34, fig. 1, 2.
Amalth. cordatus Nikit. 1878. p. 143.
idem Nikit. Jura v. Rybinsk. S. 55.
Ebenda, etwas häufiger als die vorhererwähnten Arten derselben Gruppe.

Ausser den vielen Elatom'schen Formen, welche *d'Orbigny* in der „Géologie d. l. Russie" beschrieben und abgebildet hat, steht bei ihm dort noch *Amm. okensis.* Meine eigenen Forschungen haben mir gezeigt *), dass diese Art den oberen Schichten der Juraformation Russlands angehört. Da aber keine Spur dieser Schichten irgendwo in der Umgegend von Elatma gefunden wurde, so muss der Amm. okensis als Elatom'sche Species gestrichen werden.

Inmitten einer langen Reihe von Formen, die Herr *Eichwald* in seiner „Lethaea rossica" fälschlich bestimmt hat, steht auch eine bedeutende Anzahl der Elatom'schen Species. Durch liebenswürdige Unterstützung der Herrn Professoren A. Inostranzew und J. Lahusen ist es mir gelungen, alle Originale der Eichwald'schen Sammlungen genau zu studiren. Ich überzeugte mich vollkommen, dass die von Eichwald als Elatom'sche Species beschriebenen Formen folgende sind:

1) *Amm. triplicatus* Eichw. (non Sow.)—unser Perisph. submutatus Nikit.

2) *Amm. modiolaris* Eichw. (non Lwyd)—Steph. Elatmae Nikit.

3) *Amm. okensis* (non d'Orb.). Unter diesem Namen liegt wieder ein kleines Stück (15 Mm.) von Perisph. submutatus Nikit.

4) *Amm. polygyratus* befindet sich nicht in den Sammlungen von Eichwald. Seine Beschreibung ist ungenügend, um irgend welche Schlüsse daraus zu ziehen.

5) *Amm. virgatus.* Unter diesem Namen liegt in der Sammlung von Eichwald ein äusserer Abdruck des Cosm. Jason, der nur einen sehr entfernten Eindruck der bekannten

*) S. Die Jura-Ablagerungen von Rybinsk. etc.

oberjurassischen Species vorstellt. Das Stück, welches Eichwald von der Anwesenheit der oberjurassischen (neocomischen nach Eichwald) Schichten bei Elatma überzeugt hatte, enthält ausser des erwähnten Abdruckes von Cosm. Jason noch eine sichere Kellowayspecies Rynch. personata Buch.

6) *Amm. pretiosus* Eichw. (non d'Orb.) befindet sich nicht in den Sammlungen. Man kann sich aber leicht vorstellen, dass unter diesen neocomischen Species Eichwald die Kellowayart Cosm. pollux aufgenommen hat. Eichwald gibt davon keine Zeichnung. Bei Elatma aber gehört der eisenschüssige Sandstein, in welchem nach Eichwald Am. pretiosus gefunden wurde, immer nur der Kellowayformation an.

7) *Amm. Agassizianus* Eichw. (non Pictet). Eine der wunderbarsten Definitionen von Eichwald. Unter diesem Namen liegt ein typischer Perisph. mutatus Trautsch

---

NAUTILIDAE.

Nautilus.

28. Nautilus Okensis Nik.

Fig. 35 a, b, c.

Eine aufgeblasene Muschel, von den Seiten etwas zusammengedrückt, von feinen Anwachsstrichen bedeckt, wenigstens auf den Seiten, wo die äussere Schicht gut erhalten ist. Auf den jungen Windungen (20 Mm. im Diameter) sieht man bei Anwendung einer Lupe ausser den Anwachsstrichen, noch der Länge nach gehende Linien. Die Windungen umfassen die inneren vollkommen, so dass keine Spur vom Nabel bleibt. Die Form des Durchschnittes ist in der Jugend ein Oval mit abgerundeten Seiten, dessen Dicke bedeutender als die Höhe ist. Mit dem Alter werden die Windungen höher, die Seitenflächen platt und die Aussenfläche bleibt abgerundet. Die grösste Dicke liegt etwas unter dem Gipfel des vorhergehenden Umganges. Von der Wohnkammer ist nur der hintere Theil erhalten. Seine Höhe ist hier etwas geringer als die Dicke; die Seiten sind nicht abgerundet sondern fallen steil ab.

Die Scheidewände sind im umbonalen Theil kaum nach vorn gerichtet, auf den Seitenflächen zeigt sich eine breite schwache Concavität; dann folgt beim Uebergange auf die Aussenfläche eine starke Wölbung und in der Mitte derselben von neuem eine leichte Concavität. Auf der Innenseite der Scheidewände zeigt sich eine centrale schmale Einbuchtung.

Der Sipho—bedeutend unter der Mitte.

Die unserer Art am nächsten stehenden Formen unterscheiden sich: Naut. clausus

d'Orb. durch die Lage des Sipho, durch eine bedeutendere Concavität der Scheidewände auf den Seitenflächen, durch die Abwesenheit einer solchen auf der Aussenfläche. Nautilus Baberi Morris et Lycett durch viereckige niedrigere Windungen (Die Lage des Sipho ist hier unbekannt.). Nautilus subtruncatus Morris et Lycett hat auch niedrigere Windungen. eine andere Gestalt der Scheidewände (Der Sipho wieder unbekannt.) und Nautilus giganteus, d'Orb., dorsatus Roem, hexagonus Sow. (non d'Orb.) haben auch einen eckigen Abriss. Von der Mehrzahl der jurassischen Species unterscheidet sich unsere Art durch völlig geschlossenen Nabel und niedrige Lage des Sipho

Im Oolithe von Elatma habe ich nur ein Stück davon erhalten, und, so viel ich weiss, ist es eine Unica.

29. Nautilus Wolgensis Nikit.

Fig. 33, 34 a, b.

Nautilus Wolgensis Nikit. Jura v. Rybinsk. S. 91.

Eine stark aufgeblasene Muschel, von den Seiten und der äusseren Oberfläche stark zusammengedrückt. Nach den erhaltenen Theilen der äusseren Schicht der Muschel war diese glatt, sogar ohne merkliche Anwuchsschichten,doch auf den innern Umgängen bemerkt man deutliche Längestreifen. Die Umgänge verdecken fast ganz die vorhergehenden. An den jungen Formen sieht man deutlich den geraden Nabel, der dann mit dem Wachsen der Muschel sich spiralförmig windend, auf die Oberfläche der Wohnkammer als kleine zusammengedrückte ovale Oeffnung hervortritt. Bei jungen Exemplaren ist die Form des Durchschnittes ein rundliches Oval, das im Nabeltheile abgerundet ist. Dann werden die Seitenflächen und die äussere Oberfläche zusammengedrückt, wodurch der Durchschnitt viereckig wird. Die Aussenfläche wird jedoch nicht ganz flach. Die breiteste Stelle des Durchschnittes kommt gegen den Gipfel des vorhergehenden Umganges zu stehen. Die ganz erhaltene Wohnkammer bietet eine fast viereckige Mündung, die so ausgebogen ist, wie an dem jetzt noch lebenden Nautilus pompilius.

Die Scheidewände zeigen einen gleichmässig welligen Umriss. Sie sind im Nabeltheile convex und mitten in der Seitenfläche eingedrückt, dann wieder beim Uebergange auf die Aussenfläche gewölbt, auf welcher letzteren sie von neuem eine leichte Concavität zeigen. Auf der Innenfläche der Umgänge sind die Scheidewände ein wenig eingedrückt.

Der Sipho liegt etwas höher als die Mitte des Durchschnittes. Die Lage des Siphons, die Form des Nabels und der Scheidewände und die Figur des Durchschnittes unterscheiden N. Wolgensis von allen mir bekannten jurassischen Arten dieser Gattung. So bei Naut. hexagonus d'Orb. (calloviensis Opp.), als eine am nächstenstehende Form, der Nabel ist offen, die Scheidewände weniger gekrümmt und der Sipho liegt höher.

Im Oolithe von Elatma häufiger, als die soeben beschriebene Art. Ich kenne davon schon über ein Dutzend Stück.

30. Nautilus latedorsatus Eich.

Leth. ross. II, p. 1028, Tab. 34, fig. 1—2.

Diese ganz eigenthümliche Form wurde aus der Umgegend von Elatma beschrieben und abgebildet. Obwohl sie Eichwald für neocomische Species hält, wurde sie doch in der Kellowayformation gefunden, da Eichwald's „grès néocomien ferrugineux" sicher dem Kellowayoolith angehört.

Diese Form, von der nur der innere Abruck bekannt ist, unterscheidet sich deutlich durch den fünfeckigen Durchschnitt mit fast scharfen Rändern, durch weiten Nabel und hohen Sipho. Die Scheidewände sind wellenförmig und haben eine Concavität auf der Aussenfläche, statt hier, wie allgemein, convex zu sein. Da die Nautiliden sehr selten in unserem Jura vorkommen, habe ich noch nirgends so eine Form gefunden. In Eichwald's Sammlungen befindet sich diese Art auch nicht, so dass mir, wenn wir die Ungenauigkeit der Abbildungen und Beschreibungen von Eichwald in Betracht nehmen, sogar die Existenz solcher Form zweifelhaft erscheint.

BELEMNITIDAE.

Belemnites.

31. Bel. subabsolutus Nik.

Fig. 31 a, b, 32.

Bel. absolutus d'Orb. (non Fisch.) Géol. d. l. Russie p. 421. Tab. 29, fig. 1—9.

Bel. subabsolutus Nikit. Jura v. Rybinsk. etc. S. 94.

Ein Belemnit von mittlerer Grösse, länglich kegelförmig, erst langsam, dann, je näher zum hinteren Ende desto rascher sich zuspitzend und endlich in eine lange Spitze übergehend. Auf gut conservirten Exemplaren ist das hintere Ende mit Längefalten bedeckt. Auf der unteren Fläche geht, von der Spitze beginnend, eine anfangs schmale, dann immer breiter und breiter werdende Furche, die sich dann allmählich ausgleicht und ungefähr zur der Alveola verschwindet, wonach die untere Fläche zum vordern Ende hin sich abrundet. Die Oeffnung ist rund, kaum merklich von oben zusammengedrückt. Die Form des Durchschnittes, ist je näher zur hintern Hälfte des Belemnits desto mehr zusammengedrückt. Die Achse ist stark excentrisch, besonders im mittleren Theile des Rostrum. Die Alveola gelangt nicht ganz bis zur Mitte des Rostrums, deren Winkel gegen 20°. Die Form verändert sich fast nicht mit dem Alter; an den jungen ist die Furche weniger tief. Die lancettenartige Form eines sehr jungen Exemplars, die bei d'Orb. ab-

gebildet, ist die Folge des Abfallens der oberen Kalkschichten am vordern Theile der Muschel. Die Form wird selten über 130—140 Mm. lang.

Die Beziehung dieser Form zum Bel. adsolutus Fisch. sowie die Vergleichung des Bel. subabsolutus mit ihm nahe stehenden Arten siehe meine oben erwähnte Arbeit.

Bel. subabsolutus befindet sich bei Elatma und Dmitriewygory in den unteren, so wie in den oberen Kellowayschichten sehr selten.

32. Bel. extensus Trauts.

Fig. 36, a, b. 37, 38.

Bel. extensus Trauts. Bul. d. Moscou 1862 III. Tab. VII, fig. 4.
Bel. extensus Nikit. Jura v. Rybinsk. etc. S. 94.

Ein stark verlängerter Belemnit in der ersten Hälfte seiner Länge fast cylinderförmig, zum lang gezogenen hintern Ende allmählich schmäler werdend. Von diesem Ende zieht sich längs der unteren Fläche eine kurze oberflächliche Furche, die sich ungefähr auf einem Drittel der ganzen Länge des Belemniten plötzlich ebnet. Die Seitenflächen sind den ganzen Belemniten entlang etwas zusammengedrückt, wodurch auch die Form des Durchschnittes ein zusammengedrücktes Oval bildet, an dem der verticale Durchmesser länger als der horizontale ist. Die Achse ist excentrisch, liegt seitwärts in der unteren Bauchfläche. Die Alveola ist bedeutend kürzer als die Hälfte des ganzen Belemniten und etwas gegen die untere Fläche geneigt. Sie bildet einen Winkel von 21—22°. In seiner Jugend ist dieser Belemnit besonders fein und lang, von den Seiten stark zusammengedrückt, zeigt eine kaum merkliche Furche. Es ist leicht möglich, dass der von d'Orbigny unter dem Namen Bel. borealis beschriebene Belemnit unsere Form im jugendlichen Alter ist. Die alten Belemniten erreichen eine beträchtliche Dicke und werden verhältnissmässig kürzer. Die Bemerkung, die ich in Bezug auf das Abschleifen des Endes an Bel. Panderianus gemacht habe, ist auch bei dieser Species vollkommen anwendbar. Ausserdem variirt diese Species bedeutend in Bezug auf Länge und Dicke, so, dass einige ausgewachsene Exemplare sich kaum von Bel. Panderianus zu unterscheiden lassen. Uebrigens unterscheidet er sich von jenem ausser grösserer Länge, noch durch einen ovaleren Durchschnitt, der von den Seiten weniger zusammengedrückt ist. Von B. Puzosianus d'Orb. unterscheidet sich unsere Art durch eine starke Excentricität der Achse, durch eine leichtere Furche und einen etwas grösseren Winkel 21—22° statt 16°. Bel. magnificus d'Orb. ist im hinteren Theile nicht von den Seiten, sondern von oben und unten zusammengedrückt.

In senkrechter Richtung beschränkt sich, wie es scheint, das Verbreitungsgebiet dieses Belemniten auf die Ober-Kelloway-Etagen, wo er in Menge vorkommt. Mir ist es nicht vorgekommen, diesen Belemniten in den Unten-Kelloway-Schichten mit Steph. macroceph. oder in den aller untersten Oxfordschichten zu finden.

33. **Bel. Panderinus** d'Orb.

Bel. Panderianus d'Orb. Géolog. d. l. Russie p. 423. Tab. 30.

Bel. Panderianus Nikit. Jura v. Rybinsk etc. S. 92.

Das Rostrum ist glatt, kegelförmig; im vordern Theile breiter, nach hinten zugespitzt und gerade; von den Seiten zusammengedrückt; mehr lang als breit. Von der Bauchseite zieht sich auf einer kurzen Strecke vom Gipfel an eine flache Rinne, die auf gut conservirten Exemplaren mit einer leicht zerbröckelnden Kalkmasse gefüllt ist, so dass sich an einigen Exemplaren ein ziemlich tiefer Kanal bildet, der wieder an andern durch einen schwachen Eindruck ersetzt wird, der in jedem Falle sich nur auf eine kurze Strecke vom Gipfel des Rostrums erstreckt. Längs der zusammengedrückten Seiten bemerkt man an gut erhaltenen Exemplaren schwach ausgeprägte Eindrücke, die der Länge nach gehen. Die Oeffnung, deren Höhe die Breite um vieles übertrifft, ist ebenfalls von den Seiten eingedrückt. Die Achse ist excentrisch, geht viel näher an der Bauchseite vorbei, einen schwachen Bogen bildend, der zur Bauchoberfläche gewandt ist. Die Alveola ist rundlich in der Richtung zur Bauchseite etwas gebogen, nimmt gegen die Hälfte des ganzen Rostrums ein. Der Winkel des Phragmoconus ist 22°. Der Belemnit verändert sich bedeutend mit dem Alter. In der Jugend ist er verhältnissmässig feiner und länger, dann wird er allmählig kürzer und kegelförmig. Bedeutend ist der Unterschied im Verhältniss der Länge zur Breite; die mehr oder weniger dicke, konische Form der Muschel hängt davon ab, dass am hintern, spitzen Ende die concentrischen Kalkschichten, aus denen das Rostrum besteht, allmählig abgerieben werden. Nur sehr selten gelingt es, ein Exemplar mit unbeschädigtem Gipfel zu finden; am öftesten erscheint derselbe wie unregelmässig abgeschliffen, heruntergeschnitten, die aufeinanderfolgenden Kalkschichten entblössend. Aller Wahrscheinlichkeit nach geschah diese Zerstörung noch zu Lebzeiten des Thieres. Dafür spricht die Seltenheit von Formen, die nicht durch Abschleifen der Schichten, besonders von der Bauchseite der Muschel, beschädigt seien, und die Unmöglichkeit irgend welche Ursachen aufzufinden, die nach dem Tode des Thieres diese Zerstörung der Kalkschichten ausschliesslich am Ende der Muschel bewerkstellen könnten, dabei alle übrigen Theile derselben unversehrt lassend. So ein alter Belemnit mit abgeriebenem Ende bekommt das Ansehen eines kurzen, dicken, stumpfen Kegels, der sich von den unbeschädigten Exemplaren scharf unterscheidet. Dass die kurzen und langen Exemplare eine und dieselbe Form sind, dafür bürgt, ausser dem immer abgeriebenen Ende der kürzen Exemplare, eine ganze Reihe Uebergangsstadien zwischen den längsten und kürzesten Exemplaren. Die jungen Formen dieses Belemniten bestehen zuweilen aus Kalk, der auch an dem vordern Theile des Belemniten, am Gipfel des Alveols leicht zerstörbar ist. Das Rostrum bekommt dann jenes merkwürdige spindelförmige Aussehen (fusiformis),

dass Prof. Müller Gelegenheit gegeben (1823 Geol. Soc. of Lond.) aus ähnlichen Formen eine besondere Gattung Actinocamax zu bilden, die nach d'Orbigny's Werk (1842) und besonders nach dem von Phillips (1865)—ihre Bedeutung eingebüsst hat.

Von Bel. extensus Trauts. und Puzosianus d'Orb. unterscheidet sich diese Form durch verhältnissmässig geringere Länge und bei derselben Länge durch bedeutendere Dicke. An beiden ersteren nimmt die Alveola niemals die Hälfte des ganzen Belemniten ein. Bel. Kirghisensis d'Orb. und nitidus Dolf. unterscheiden sich durch die Form des Durchschnittes. Eichwald's Bel. curtus ist zweifellos ein kurzer, abgeriebener Bel. Panderianus. Die Figuren des Durchschnittes Bel. curtus und Panderianus in Leth. rossic. sind von verschiedenen Höhepuncten des Belemniten abgebildet, weshalb dieselben auch verschieden sind.

Bel. Panderianus ist sehr verbreitet in der Umgegend von Elatma im Oolithe, sowie im Oxfordthone. Nur im unteren Macrocephalenthone scheint er mir zweifelhaft.

Herr *Eichwald* hat noch einige andere Belemniten aus Elatma beschrieben. Das genaue Studium seiner Sammlungen führten mich zu folgenden Schlüssen darüber:

1) *Bel. semihastatus* (non Blanv.) ist unzweifelhaft ein junges Exemplar von Bel. subabsolutus, da diese Species auch in der Jugend eine leichte Zusammenziehung des Rostrum bei dem Gipfel der Alveola zeigt.

2) *Bel. Beaumontianus* (non d'Orb.) ist ein echter Bel. subabsolutus. Der Unterschied wurde schon von mir angegeben.

3) *Bel. curtus* Eichw. Siehe oben meine Beschreibung des Bel. Panderianus.

4) *Bel. bicanaliculatus* (non Blanv.). Die Musterstücke, welche unter diesem Namen in Eichwald's Sammlungen liegen, haben keine Seitenrinnen und sind nichts mehr als junge Bel. subabsolutus.

5) *Bel. russiensis* (non d'Orb.). Unter diesem Namen, der, wie bekannt, einem Belemniten aus den oberen russischen Juraschichten angehört, liegt in der Sammlung von Eichwald ein kleines Stück 40 Mm. lang, über welches gar nichts zu sagen ist. Der eigentliche Bel. russiensis kann doch keineswegs bei Elatma existiren, da dort die oberen jurassischen Schichten fehlen.

6) *Bel. subfusiformis*. Ein junges Exemplar, das die Gestalt von Actinocamax hat. Eine solche Form kann, wie schon oben bemerkt wurde, vielen Species angehören.

7) *Bel. dilatatus* (non Blanv.). In der Sammlung von Eichwald liegt unter dieser Bezeichnung ein vom Wasser flach abgeriebenes Exemplar, das für irgend eine Bestimmung nicht brauchbar ist.

VI. Die Literatur.

Bruguière. Encyclopédie méthodique 1789.

Buch. Beiträge zur Bestimmung der Gebirgsformation in Russland. Berlin 1840.

Eichwald. Lethaea rossica. Second volume. Période moyenne. Stuttgart 1865—68.

Fischer von Waldheim. Bull. d. l. Soc. des Naturalistes à Moscou. 1843. I.

Gemmellaro. Sopra alcune faune giurese e liasiche di Sicilia. Studi paleontol. Palermo 1873—79.

Hyatt. Genetic. Relations of Stephanoceras. Proceedings of the Boston Society of Natural History. Vol. XVIII. Part. IV. Boston 1876.

Keyserling und Krusenstern. Wissenschaftl. Beobachtungen auf einer Reise in d. Petschora-Land. Petersb. 1846.

Leckenby. On the Kelloway Rock and fossils of the Yorkshire Coast. Quart. Journal of the Geol. Soc. of London. Vol. XV. 1859.

Milachewitch. Etudes paléont. sur les couches à Ammonites macrocephalus en Russie. Bul. d. l. Soc. d. Natur. de Mossou. 1880. № 3.

Morris et Lycett. Descr. of the Mollusca of the Great Oolite. London 1850—63.

Moesch. Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. 4-te Lieferung. Geol. Beschreib. d. Aargauer-Jura. Bern 1867.

Neumayer. Cephalop.-Fauna d Oolithe v. Balin. Abhandl d. Wiener geol. Reichsanst. 1871.

Neumayer. Ornatenthone v. Tschulkowo u. d. russ. Jura. Benecke's geogn. paleont. Beiträge. 2-te B. 3-te Heft 1876.

Nikitin. Аммониты группы Amalth. funiferus.Bull.d. l.Soc. d. Natur. d. Moscou. 1878.

Nikitin. Die Jura-Ablagerungen zwichen Rybinsk, Mologa und Myschkin. Mémoires d. l'Academie de St. Pétersb. 1881 und Матеріалы для геологіи Россіи. Vol. X. 1881.

Oppel. Die Juraformation Englands, Frankreichs u. des südwestlichen Deutschlands 1856—58.

Oppel. Paleont. Mittheilungen aus d. Museum des bayrischen Staates. Stuttgart 1862—65.

D'Orbigny. Géologie d. l. Russie. Terr. secondaires. Murchison, Verneuil et Keyserling. Geol. d. l. Russie. Vol. II. 1845.

D'Orbigny. Paléont. française. Terr. jurass. Céphalopodes. 1842.

Phillips. Illustrations of the geol. of Yorkshire 1829.

Pratt. Annals and Magazine of natural history. Vol. VIII. 1841.

Quenstedt. Petrefactenkunde Deutschlands. I Band. Cephalopoden. 1846—49.

Quenstedt. Der Jura. 1858. Tubingen.

Reinecke. Maris protogais Nautilos et Argonautes vulgo cornua Ammonis etc. Coburg. 1818.

Rouillier. Etudes paléont. sur les environs de Moscou. Bull. d. l. Soc. d. Natur. de Moscou 1846—49.

Schlotheim. Die Petrefactenkunde. Gotha 1820.

Sowerby. Mineral-Conchology of Great. Britain London 1812—46.

Sowerby. Transac. Geol. Soc. of London. II Ser. Vol. V.

Trautschold. Der glanzkörn. Sandstein bei Dmitriewy-Gory an d. Oka. Bull. d. Mos. 1863.

Waagen. Cephalopoda of the Jurassic Deposits of Kutch. Palaeontologia indica. Calcutta 1873—75.

Zieten. Versteinerungen Würtembergs. Stuttg. 1830—33.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

(Tab. I.) Tab. VIII.

Fig. 1. *Perisphinctes mutatus* Trautsch. Nur aus Luftkammern bestehendes Exemplar. Dmitriewy-Gory.
„ 2. Ein kleines Individuum desselben. Elatma.
„ 3. Lobenlinie desselben.
„ 4. *Perisph. submutatus* Nik. Ein vollkommen erwachsenes Exemplar. Elatma
„ 5. Dessen Lobenlinie.
„ 6. *Perisph. Bolobanowi* Nik. Exemplar des Bergmuseum zu St. Petersb.

(Tab. II.) Tab. IX.

Fig. 7. *Perisphinctes funatus* Opp. Ein Stück mit dem Anfang der Wohnkammer. Dmitriewy-Gory.
„ 8. Lobenlinie desselben.
„ 9. *Aspidoceras diversiforme* Waagen. Ein Theil der äusseren Windung. Elatma.
„ 10. Innere Windung desselben.
„ 11. Dessen Lobenlinie.

(Tab. III.) Tab. X.

Fig. 12. *Cosmoceras enodatum* Nik. Elatma. Das Exemplar mit fast vollkommener Wohnkammer.
„ 13. Lobenlinie desselben.
„ 14. *Cosmoceras Waldheimii* Nik. Elatma.
„ 15. a, b. *Stephanoceras macrocephalum* Schloth. mit einem Theil der Wohnkammer. Elatma. Die Rippen müssten etwas minder nach vorn geneigt wiedergegeben werden.
„ 16. Lobenlinie desselben.
„ 17. Lobenlinie eines jüngeren Exemplar's desselben. Elatma.
„ 18. *Stephanoceras tumidum* Rein. Elatma.
„ 19. Lobenlinie desselben.

(Tab. IV.) Tab. XI.

Fig. 20. *Stephanoceras Elatmae* Nik. Ein vollkommen erwachsenes Stück. Elatma.
„ 21. a, b. Idem ohne Wohnkammer.
„ 22. a, b. Innere Windungen davon.
„ 23. Lobenlinie desselben.
„ 24. a, b. *Stephanoceras Renardi* Nik. mit einem Theil der Wohnkammer. Elatma.

(Tab. V.) Tab. XII.

Fig. 25. a, b. *Amaltheus Mariae* d'Orb. Elatma.
„ 26. a, b. *Stephanoceras Milaschevici* Nik. Elatma.
„ 27. Lobenlinie desselben.
„ 28. *Stephanoceras stenolobum* Nik. Innere Windungen.
„ 29. Idem. Ein grösseres Exemplar nur mit Luftkammern gefüllt. Dmitriewy-Gory.
„ 30. Lobenlinie desselben.
„ 31. a, b. *Belemnites subabsolutus* Nik. Elatma.
„ 32. Ein junges Individuum desselben. Elatma.

(Tab. VI.) Tab. XIII.

Fig. 33. *Nautilus Wolgensis* Nik. Ein vollkommenes Stück. Elatma.
„ 34. a, b. Ein junges Exemplar desselben. Elatma.
„ 35. a, b, c. *Nautilus Okensis* Nik. mit einem Theil der Wohnkammer. Elatma.



Lith. W. Bachmann

7

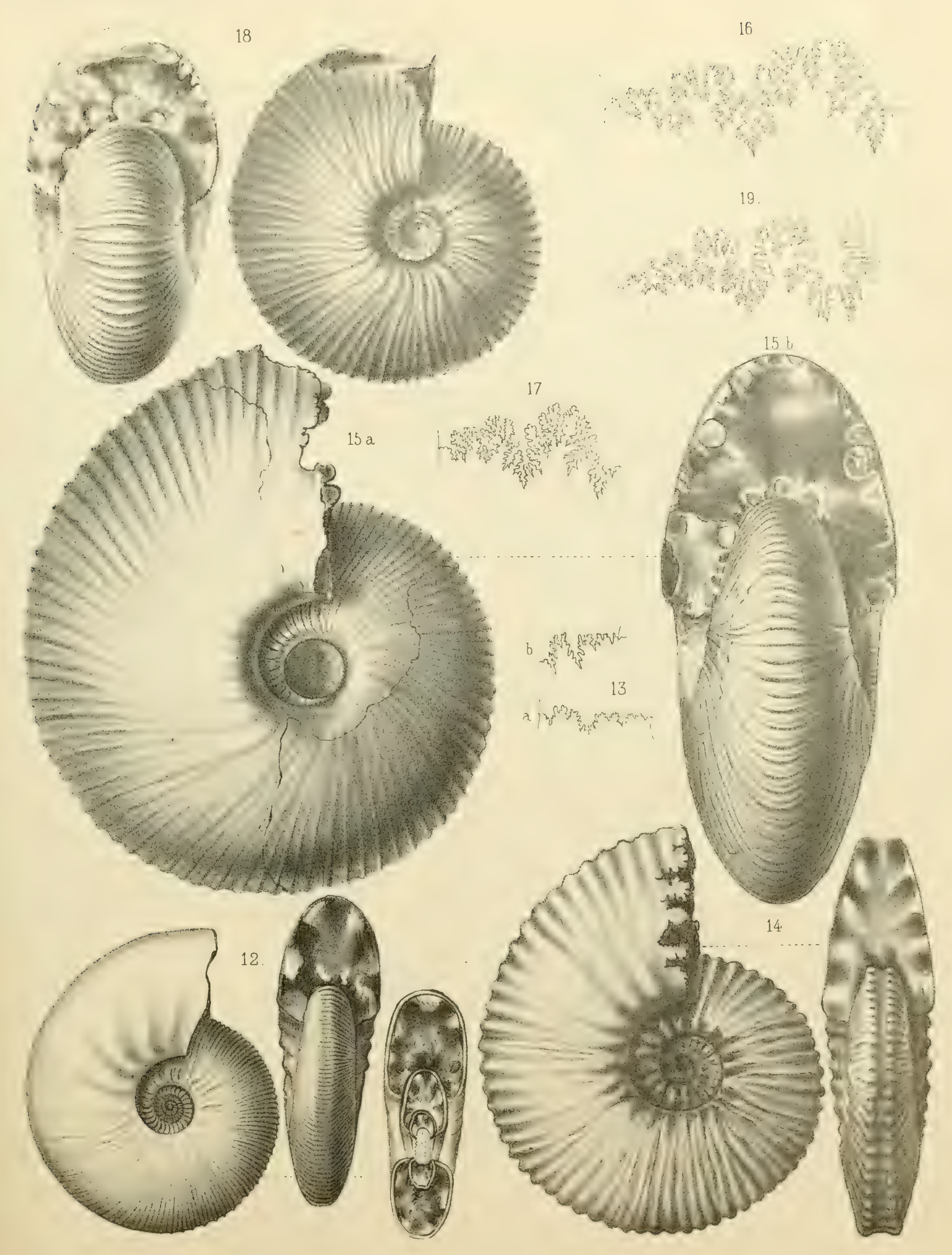
8.

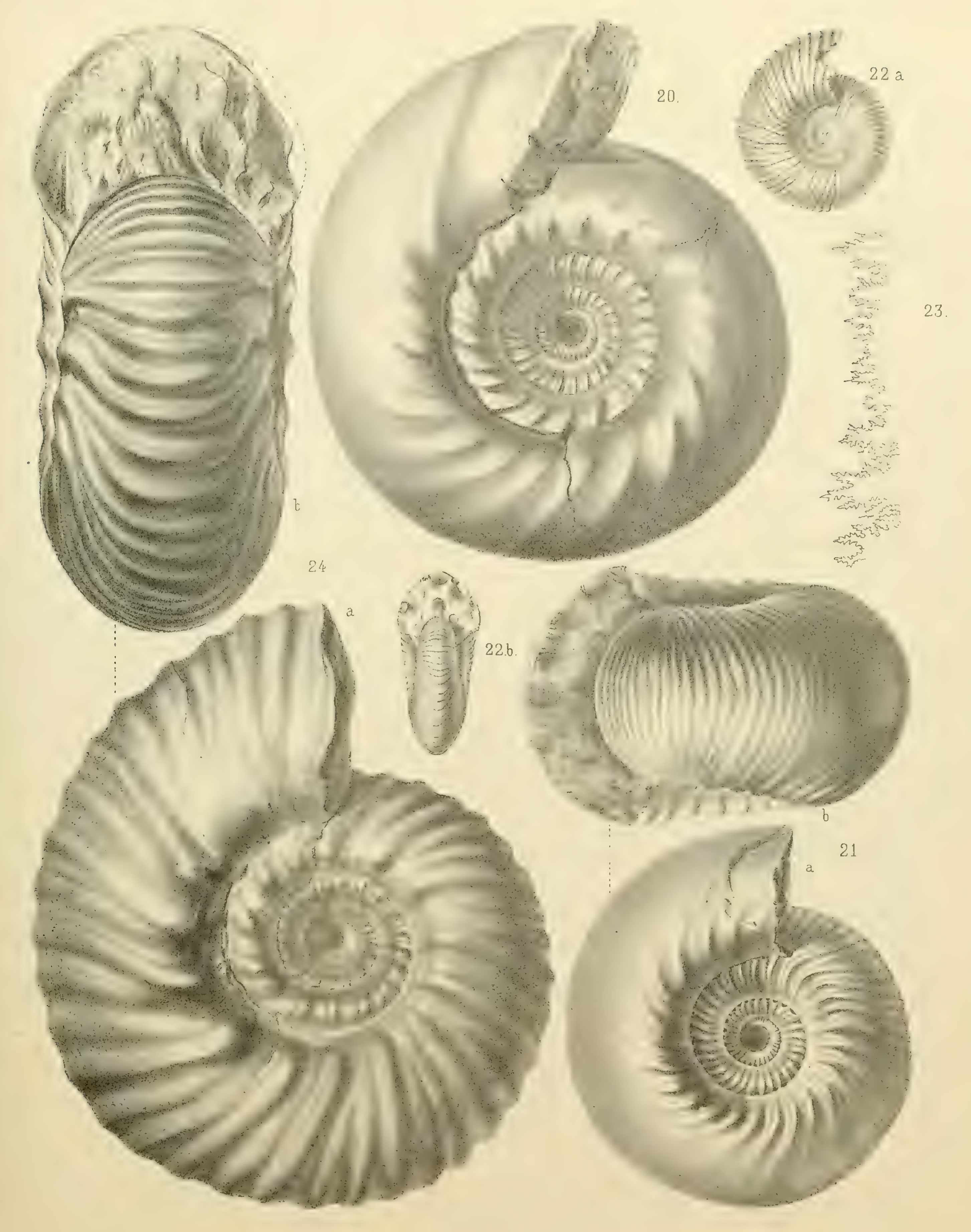
11.

9.

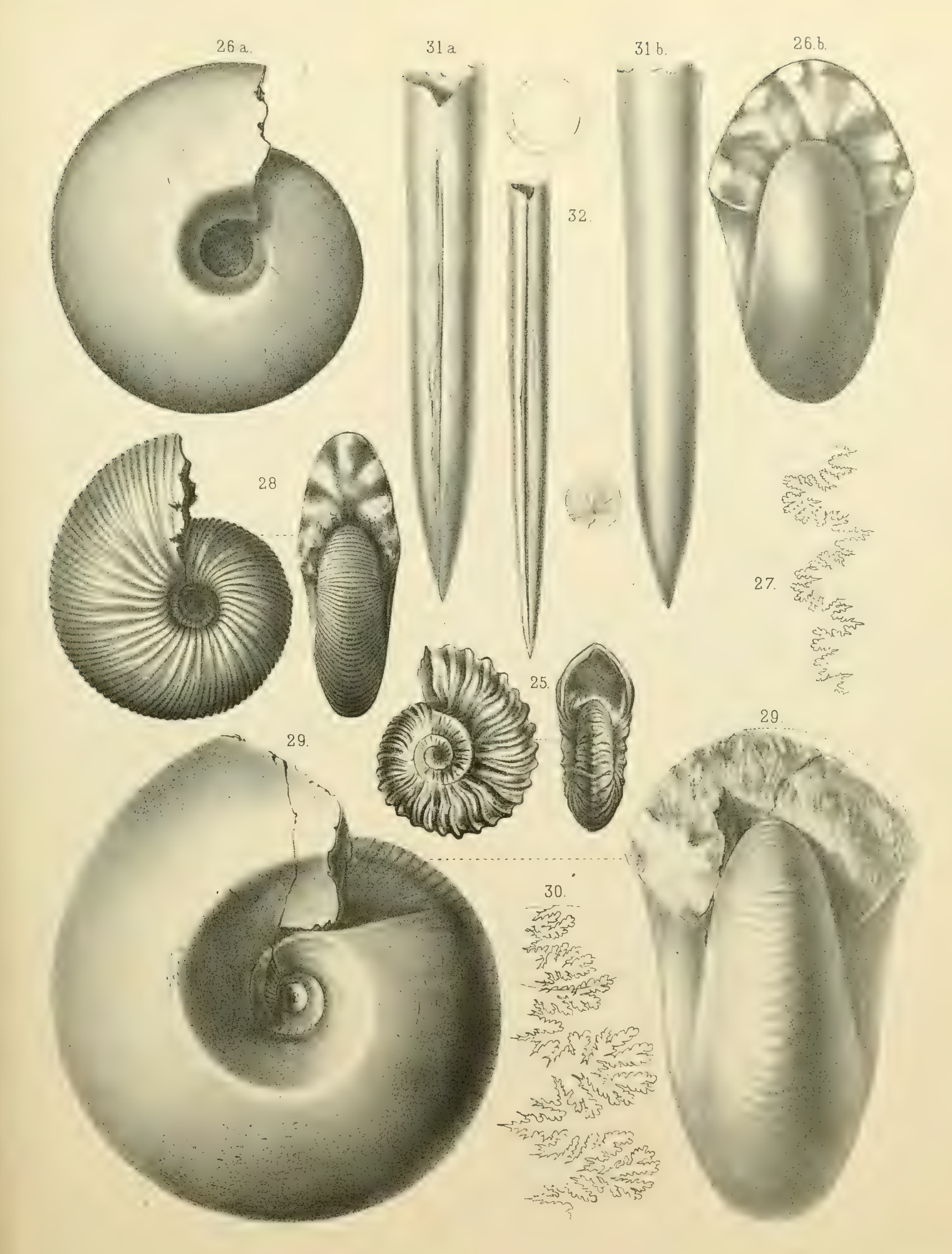
10.

Lith. W. Bachmann.

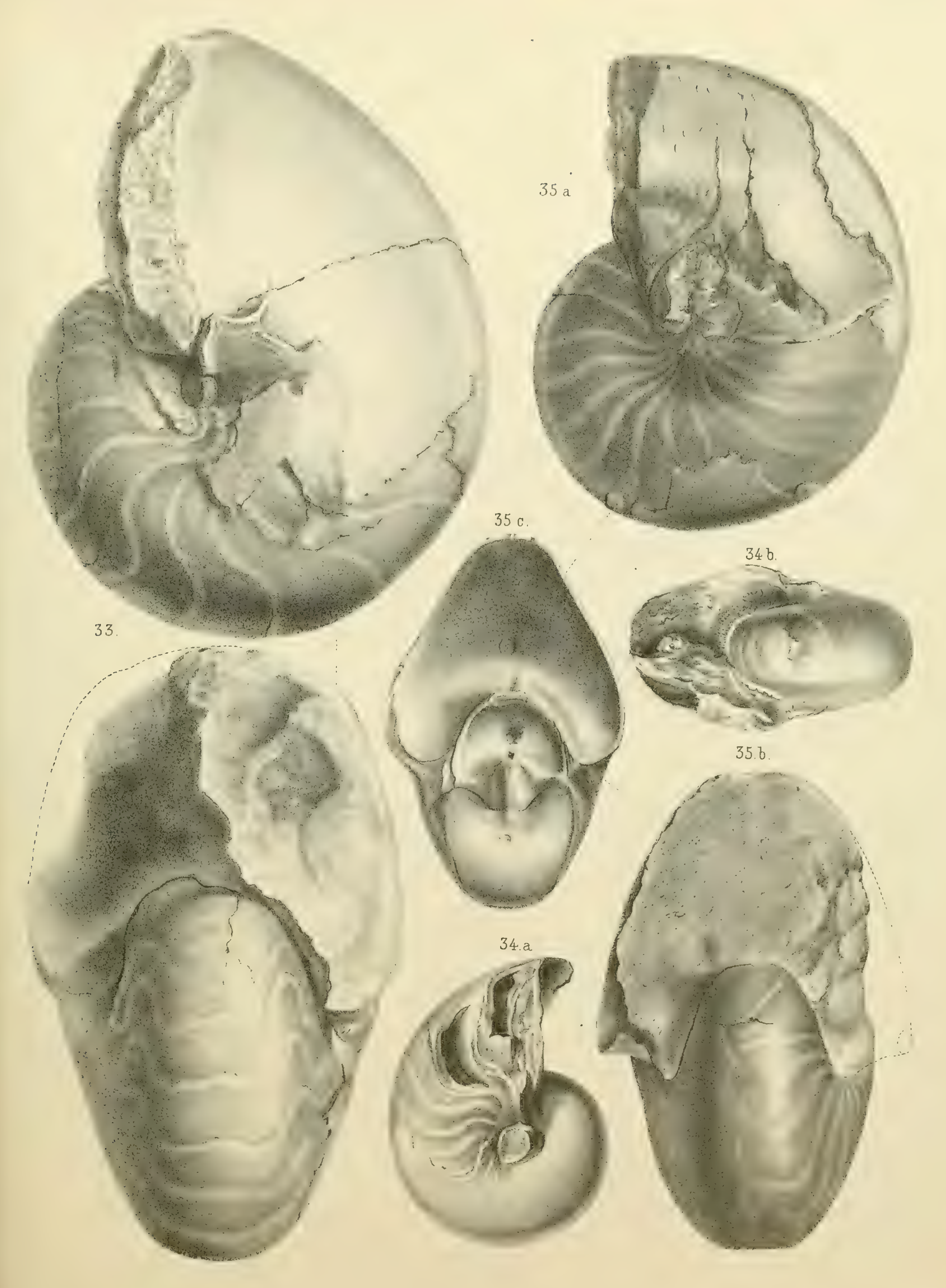

18
16
19.
15 b
17
15 a
b
13
a
14
12.



Lith. W. Bachmann.



Lith. W. Bachmann.



Lith. W. Bachmann.



NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV
formant le Tome XX de la collection.

Livraison 3.

Avec 2 planches.

MOSCOU.

1882.

NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV
formant le Tome XX de la collection.

Livraison 3.

Avec 2 planches.

MOSCOU.
Imprimerie de l'Université Impériale, (M. Katkoff),
Strastnoï boulevard.
1882.

UEBER DEN MUTHMASSLICHEN GESCHLECHTSAPPARAT
VON POTERIOCRINUS MULTIPLEX TRD.

FESTSCHRIFT

zum

50-JÄHRIGEN DOCTORJUBILAEUM

S[R] EXCELLENZ DES VICEPRÄSIDENTEN

der

KAISERLICHEN MOSKAUER GESELLSCHAFT DER NATURFORSCHER

HERRN KARL v. RENARD

GEWIDMET

von

H. Trautschold.

UEBER DEN MUTHMASSLICHEN GESCHLECHTSAPPARAT

VON

POTERIOCRINUS MULTIPLEX TRD.

von

H. TRAUTSCHOLD.

Bei der Abtheilung der Tesselatae der Crinoideen kommen gewisse Körpertheile vor, die theils nicht bei allen Individuen derselben Species entwickelt sind, theils sich durch ihre Form und Stellung sehr wesentlich von den übrigen Theilen des Thiers unterscheiden. Diese Verschiedenheit in der Form und Stellung weist auch auf eine verschiedene Bestimmung hin. Jedenfalls muss die Rolle, welche diese Organe in den Lebensverrichtungen gespielt haben, eine nicht unwichtige gewesen sein, da man voraussetzen darf, dass ein mit so verschiedener Form ausgestatteter Körpertheil nicht bloss zum Schmuck an seine Stelle gesetzt worden ist. — Stiel, Kelch, Arme zeigen überall symmetrischen Bau; der Stiel hat durchweg gleichartige Glieder, die Kelchplatten fügen sich nach einer gewissen Ordnung gleichmässig aneinander, die Arme bestehen aus Reihen gleichmässiger Glieder von analogem Bau. Eine Ausnahme von dieser allgemein herrschenden Symmetrie machen nur die bei gewissen Geschlechtern existirenden Analplatten des Kelchs, die sich an der Stelle befinden, wo zwischen der Basis der Arme Raum gefordert wurde zum Auswerfen der unverdaulichen Bestandtheile der Nahrung. Aber auch diese Analplatten haben eine den übrigen Platten analoge Structur und eine nur wenig abweichende Form.

Anders verhält es sich mit den auswuchsartigen, kegel- und röhrenförmigen Bildungen, die theils auf dem Gipfel der Kelchdecke, theils zwischen den Armen, theils auf den Analplatten ihren Platz haben. Diese Bildungen sind je nach der Bestimmung, die man ihnen zugeschrieben hat, von den Autoren ganz verschieden benannt worden. Johannes Müller spricht von Mundröhre, Ludwig Schultze von Afterröhre, Angelin nennt das Organ einmal tubus ventralis, ein andermal tubus analis, Wachsmuth sagt ventral sac, während der am meisten von den Paläontologen angewandte Ausdruck proboscis (trompe) ist. Ob diese Ausdrücke in den verschiedenen Fällen richtig gewählt sind, ist zweifelhaft; zum

1*

Greifen dürfte das Organ schwerlich gedient haben, noch weniger als Speiseröhre, aber als Auswurfskanal kann es in manchen Fällen Verwendung gefunden haben. Von den gebrauchten ist der neutralste terminus Angelin's tubus ventralis, da hier wenigstens dem Organ keinerlei bestimmte Function zugewiesen wird.

Dieser tubus ventralis fällt zuweilen durch seine Grösse, wie auch durch seine eigenthümliche Form stark in die Augen, und er ist desshalb auch der Beobachtung selbst der ältesten Forscher nicht entgangen. Schon J. S. Miller *) bildet die proboscis von Actinocrinus (t. II, f. 1. 2. 6.) und von Platycrinus (f. 7.) ab, wobei er letzteres genus für einen Actinocrinus hält, dem die proboscis nach Erschlaffung der Muskeln auf den Boden des Kelchs herabgesunken ist (p. 102). George Cumberland **) bildet gleichfalls zwei Kelche von Actinocrinus (amphora Cumb.) mit proboscis ab (t. A. und C.) und vergleicht sie mit einem dornartigen Fortsatz (p. 39). Nach Massgabe des vermehrten Materials erweiterten sich die Kenntnisse, und schon De Koninck und Le Hon ***) konnten verschiedene Arten von Rüsseln unterscheiden. Sie sagen (p. 57), dass manche Crinoideen einen mehr oder weniger langen Rüssel haben, der sich entweder nahe der Mitte der Kelchdecke befindet oder nahe dem Rande, und dass andere gar keinen Rüssel gehabt zu haben scheinen, sondern nur eine einfache Oeffnung zwischen dem Scheitel und dem Rande der Kelchdecke. Andere, fahren sie fort, haben eine Oeffnung zwischen zwei Armen und zwischen den Kelchplatten und denen der Kelchdecke. Indem sich diese Autoren, die gute Abbildungen von den betreffenden Theilen gegeben haben, sich auf die in Belgien häufigeren Actinocrinen und Platycrinen beziehen, beschreiben sie die proboscis als aus glatten, schagrinirten oder knotigen polygonalen Platten bestehend, die durch ihre Vereinigung eine an ihrem Ende geschlossene Röhre mit weiter Höhlung darstellen. Obgleich die Austin's ****) weniger gute Abbildungen geliefert haben, so sind sie doch die ersten von allen die Crinoideen behandelnden Autoren, welche zwei verschiedene Formen der proboscis, einem und demselben Geschlecht angehörend (Poteriocrinus) beobachtet, beschrieben und abgebildet haben. Nämlich auf t. 10. f. 1. ist P. radiatus mit einer proboscis dargestellt, wie sie die Platycrinus-Arten haben, d. h. eine drehrunde, kegelförmige, aus sechseckigen Platten zusammengesetzte. Auf derselben Tafel aber ist fig. 2. P. quinquangularis mit einer eckigen röhrenförmigen proboscis abgebildet, welche tiefe Querfurchen zeigt, und an der keinerlei Art von Platten sichtbar ist. Die Austin's haben sich auch zuerst eingehender auf Speculationen über die Bestimmung der proboscis eingelassen, ihnen grosse Beweglichkeit zugeschrieben und sie als zur Nahrungsaufnahme

---

*) A natural history of Crinoidea 1821.

**) Reliquiae conservatae-with descriptions of fossil Encrinites 1826.

***) Recherches sur les Crinoïdes du terrain carbonifère de la Belgique 1853.

****) T. Austin and T. Austin jun. A. monograph of recent and fossil Crinoidea.

geeignete Organe aufgefasst. Eine „Einspritzung ätzenden Safts zwischen die Schalen der Brachiopoden, und das Aussaugen der Fleischtheile derselben vermittelst der proboscis" ist eine so gewagte Behauptung (p. 73), dass von den Forschern der Neuzeit schwerlich jemand geneigt sein wird, ihr seinen Beifall zu schenken.

Die Paläontologen, welche sich nach J. S. Miller, den Austin's und de Koninck mit den Crinoideen beschäftigt haben, sind vor Allen Joh. Müller, L. Schultze, Shumard, James Hall, Meek & Worthen, Angelin, Quenstedt, Wetherby, S. A. Miller, Wachsmuth und Zittel. Aus ihren Schriften, die meist von guten Abbildungen begleitet sind, habe ich die Bemerkungen ziehen können, die auf den folgenden Seiten über die Insertion und die Form der sogenannten proboscis zusammengestellt sind.

Nach der Insertion zerfallen die Rüssel oder Ventralröhren in zwei deutlich geschiedene Gruppen, nämlich in solche, die aus der Kelchdecke hervorgewachsen sind, und meist auf dem Gipfel der Kelchdecke sich befinden und in solche, die gleichsam eine Verlängerung der Analplatten sind. Bei den ersteren zieht sich die Wandung der Kelchdecke zu einer Röhre mit verhältnissmässig weitem Lumen aus und ist diese Röhre allseitig geschlossen, oder oben offen. Diese Art von Ventralröhre findet sich bei den Gattungen Actinocrinus, Batocrinus, Strotocrinus und Platycrinus. Die Species, bei welchen Exemplare mit einer solchen Ventralröhre gefunden und von denen Abbildungen in den Werken der oben aufgeführten Autoren vorhanden sind, sind folgende:

Actinocrinus	althaea Hall.
„	armatus de Kon. & Le Hon.
„	costus McCoy.
„	formosus Hall.
„	longirostris Meek & Worthen.
„	multibrachiatus Hall.
„	polydactylus Mill.
„	proboscidialis Hall.
„	stellaris de Kon. & Le Hon.
„	triacontadactylus Mill.
„	turbinatus Meek & Worthen.
„	unicornis Hall.
„	Whitei Hall.
Batocrinus	Christii M. & W.
„	pyriformis M. & W.
„	Verneuilianus M. & W.
Strotocrinus	liratus M. & W.
Platycrinus	Austinianus de Kon. & Le Hon.

Platycrinus laevis Mill.
„ Müllerianus de Kon. & Le H.
„ spinosus Aust.
„ trigintidactylus Aust.

Die zweite Art von Ventralröhren, nämlich die, welche eine Verlängerung der Analplatten darstellt, und die immer eine seitliche Stellung im Kelch hat, ist bei folgenden Species beobachtet worden:

Lecythocrinus Eifelianus Müll. (Taxocrinus briareus Schultze).
Ctenocrinus pentagonus Aust.
„ typus Br.
Poteriocrinus Casei Meek (Dendrocrinus).
„ crassus Mill.
„ curtus Wirtg. & Zeil.
„ pentagonus Aust.
„ polydactylus Shumard.
„ posticus Hall (Dendrocrinus).
„ Missouriensis Shumard.
„ quinquangularis Aust.
„ radiatus Aust.
„ rostratus Aust.
Cyathocrinus acinotubus Ang.
„ alutaceus Ang.
„ longimanus Ang.
„ muticus Ang.
„ ramosus Ang.
Botryocrinus ramosissimus Ang.
„ corallum Ang.
Gissocrinus macrodactylus Ang.
„ nudus Ang.
„ punctuosus Ang.
„ tubulatus Ang.
„ umbilicatus Ang.
Euspirocrinus spiralis Ang.
Crotalocrinus pulcher Ang.
Sicyocrinus cucurbitaceus Ang.
Ophiocrinus crotalurus Ang.
Cromyocrinus gracilis Wetherby.

Zweifelhafter Stellung sind Hypanthocrinus minor Ang. und H. regularis His., da weder aus der Zeichnung noch aus der Beschreibung Angelin's hervorgeht, ob sich die aus sechseckigen Platten gebildete Ventralröhre aus dem Grunde des Kelchs oder von dem Kelchrande erhebt. Zweifelhaft ist auch Poteriocrinus radiatus Aust., da die Basis der Ventralröhre von Gestein eingehüllt ist, doch ist anzunehmen, dass die Stellung dieselbe ist, wie bei den übrigen Poteriocrinen.

Ihrer Form nach lassen sich die Ventralröhren folgendermascen classifisiren:

1. Tubi fistulosi: a) aus polygonalen höckerigen Platten zusammengesetzte cylindrische Röhren. b) Aehnliche cylindrische Röhren, deren Platten keine Höcker haben. c) Cylindrische glatte Röhren ohne sichtbar getrennte Platten.
2. Conoidei, mehr oder weniger conische, aus sechseckigen Platten bestehende Gebilde.
3. Gyrosi. Gewundene cylindrische Röhren mit sechseckigen Platten und Querschlitzen.
4. Squamosi. Schuppige Ventralröhren.
5. Angulosi. Eckige Ventralröhren mit Querfurchen und Löchern.

Zu den Fistulosi gehören die Actinocrinen und verwandte Gattungen. Zu den Conoidei gehören Vertreter sehr verschiedener Gattungen, vorzugsweise aber Platycrinus. Die Form der Gyrosi haben nur zwei silurische Genera; die Form der Squamosi zeigen drei silurische Arten und die Form der Angulosi tritt namentlich bei Poteriocrinus auf.

1. Fistulosi.

a. Arten, bei denen cylindrische Ventralröhren vorhanden sind, aus höckerigen polygonalen Platten zusammengesetzt, haben sich bis jetzt folgende gefunden:

Actinocrinus althaea Hall.
„ formosus Hall.
„ multibrachiatus Hall.
„ polydactylus Mill.
„ proboscidialis Hall.
„ stellaris de Kon. & Le Hon.
„ triacontadactylus Mill.
Strotocrinus liratus M. & W.
Batocrinus Christii M. & W.
„ pyriformis M. & W.

b. Cylindrische Ventralröhren mit polygonalen Platten ohne Höcker weisen folgende Species auf:

Actinocrinus Whitei Hall.
Batocrinus Verneuilianus M. & W.
Cyathocrinus acinotubus Ang.
Platycrinus Austinianus de Kon. & Le Hon.
„ Müllerianus de Kon. & Le Hon.

c. Glatte cylindrische Ventralröhren ohne sichtbar getrennte Platten (nach den Abbildungen zu urtheilen) kommen vor bei:

Actinocrinus armatus De Kon. & Le Hon.
„ unicornis Hall.

2. Conoidei.

Mehr oder weniger kegelförmige aus regelmässigen sechseckigen Platten zusammengesetzte Ventralröhren finden sich bei folgenden Arten:

Platycrinus laevis Mill.
„ spinosus Aust.
„ trigintidactylus Aust.
Actinocrinus longirostris Hall.
Lecythocrinus Eifelianus Müll.
Cyathocrinus longimanus Ang.
Hypanthocrinus minor Ang.
„ regularis His.
Zeacrinus magnoliaeformis Troost.
Euspirocrinus spiralis Ang.
Gissocrinus umbilicatus Ang.
Cromyocrinus gracilis Wetherby.
Poteriocrinus radiatus Aust.
„ Missouriensis Hall.
„ polydactylus Shumard.
„ posticus Hall.

3. Gyrosi.

Zu den Arten mit gewundener cylindrischer Ventralröhre, die aus sechseckigen Platten zusammengesetzt ist und mit Querschlitzen versehen, gehören Sicyocrinus cucurbitaceus Ang. und Botryocrinus ramosissimus Ang. — Ophiocrinus crotalurus Ang. ist ohne Querschlitze.

4. Squamosi.

Ventralröhren mit schuppig gelagerten Platten kommen in drei Fällen vor, nämlich bei Gissocrinus macrodactylus Ang. mit verhältnissmässig grossen viereckigen Platten, G. nudus Ang. mit ähnlichen kleineren Platten und G. punctuosus Ang. Die Abbildung der letzteren Species bei Angelin zeigt zwar nicht die schuppige Structur, aber der Autor erwähnt derselben im Text.

5. Angulosi.

Die Ventralröhren sind eckig, mit Querfurchen und zum Theil mit Verzierungen versehen und zuweilen von reihenweis übereinander stehenden Löchern an den Ecken durchbohrt. Diese Form findet sich bei:

Poteriocrinus Casei Meek.
„ crassus Mill.
„ curtus Wirtg. & Zeil.
„ hysteus Hall.
„ multiplex Trd.
„ pentagonus Aust.
„ quinquangularis Aust.
„ rostratus Aust.
Dendrocrinus longidactylus Hall.
Gissocrinus tubulatus Ang.
Crotalocrinus pulcher Ang.

Aus dem Vorstehenden ist ersichtlich, dass die Form der Ventralröhren kein Material für die Zwecke der Classification liefert, wenigstens nicht bei dem gegenwärtigen Stande unseres Wissens von diesen Organen, obgleich wir zugeben müssen, dass, wie in allen Organismen, sich auch hier die verschiedenen Körpertheile in gegenseitiger Correlation befinden.

Es ist wahr, dass die Fistulosi vorzugsweise den Actinocriniden eigen sind, aber auch mehrere Platycrinen zeigen dieselbe Form der Ventralröhre; andererseits sind bei den Platycrinen die Conoidei gemein, aber auch bei einem Actinocrinus findet sich die Ventralröhre mit regelmässigen sechseckigen Platten, ganz abgesehen von den zahlreichen Gattungen, welche eine ähnliche Ventralröhre haben, aber in ihrem Bau wesentlich von den Actinocriniden und den Platycrinen abweichen.

Der Benutzung dieser Organe für die Classification stellt sich noch der Umstand entgegen, dass die meisten Individuen einer und derselben Species eine Ventralröhre nicht

besitzen, und dass man desshalb solche Exemplare in ein auf die Ventralröhren gegründetes System einzureihen gar nicht im Stande wäre.

Wie wenig diese Organe für die Classification geeignet sind, beweist namentlich die Abtheilung der Conoidei, unter welche neun verschiedene Genera fallen, die sich in ihrem Bau sehr wesentlich von einander unterscheiden.

Aber am meisten tritt diese Unverträglichkeit der sonstigen Charaktere mit den Formen der Ventralröhre bei der Gattung Poteriocrinus hervor. Wachsmuth *) hat nämlich diese Gattung in verschiedene subgenera vertheilt, und fallen in sein subgenus Scaphiocrinus die Species P. Missouriensis Hall und P. multiplex Trd.; P. Missouriensis aber hat eine konische Ventralröhre mit sechseckigen Platten, P. multiplex eckige Röhre mit Querfalten. Das subgenus Parisocrinus, wo P. curtus, P. quinquangularis und P. radiatus untergebracht sind, zeigt bei den beiden erstgenannten Arten eckige Ventralröhren, bei P. radiatus konische Röhre mit sechseckigen Platten. P. rostratus, das eine der äusseren Sculptur nach dem P. multiplex sehr ähnliche Ventralröhre hat, gehört nach Wachsmuth dem subgenus Scytalocrinus an, während P. multiplex dem subgenus Scaphiocrinus.

Aber da diese Organe doch jedenfalls zur Erreichung eines gewissen Zweckes geschaffen worden sind, auch möglicher Weise gewisse Functionen verrichtet haben, so ist die Frage, ob sich ihre Form, und namentlich ihre verschiedene Form in einer und derselben Gattung der Crinoideen nicht in anderer Richtung genügend mit der Natur dieser Thiere in Einklang setzen lässt.

Es ist schon oben angedeutet worden, dass geschlossene Röhren doch schwerlich den Namen Afterröhre verdienen, da die Secretion von Auswurfstoffen selbst mikroskopischer Nahrung doch immer einen Canal erfordert, der sichtbar sein muss. Eher lässt sich denken, dass innerhalb einer solchen geschlossenen Röhre sich Generationsstoffe entwickelt hätten, die flüssiger, als Auswurfstoffe es sind, leichter nach aussen hätten dringen können. Die erhaltenen Röhren, die ja im Ganzen selten sind, wurden jedoch in Bezug auf ihre Permeabilität noch nicht untersucht.

Aber es giebt auch Ventralröhren, die Querschlitze zeigen, wie die Gyrosa, und andere, die an gewissen Stellen Reihen von Poren haben, und diese geben einen besseren Anhalt, um über ihre Bestimmung sich eine, wenn auch nur hypothetische, Vorstellung zu machen. In Bezug auf längst erloschene Wesen, von denen fast nichts Analoges in der heutigen Lebewelt existirt, haben wir uns ja immer nur mit Vorbehalt auszusprechen, namentlich was die Functionen der verschiedenen Körpertheile betrifft.

Dass die Ventralröhre, wie die Austin's meinten, als Organ zur Aufnahme der Nahrung gedient hätte, ist selbst dann kaum zuzugeben, wenn die Röhre oben nicht geschlossen war, was aber doch wahrscheinlich, wenigstens bei den Poteriocrinen, immer

*) Revision of the Crinoidea 1879. I, p. 111.

der Fall war. Aber eben die Poteriocrinen bedürfen eines solchen Fressorgans garnicht, da sie in ihren pinnulae Organe zum Greifen und Zermalmen der Nahrung in höchst vollkommener Ausbildung besitzen und diese pinnulae auch die zermalmte Nahrung in den an der Innenseite der Arme befindlichen die Speiseröhre vertretenden Furche hinabbefördern konnten. In der Diagnose von Poteriocrinus crassus (p. 69 ihres Werks) sprechen die Austin's von einem centralen sehr langen und röhrenförmigen Mund, obgleich die Zeichnung (t. 9. f. 1.) dem entschieden widerspricht und deutlich zeigt, dass das in Rede stehende Organ seinen Ursprung in den Analplatten hat, also eine marginale Stellung einnimmt. In der speciellen Beschreibung heisst es, dass die Mundröhre von P. crassus die Länge von 4—5 Zoll erreicht und 2½ Zoll im Umfang hat und dass also diese Thiere wohl ausgestattet waren, um grösseren Raub zu verschlingen, als die meisten übrigen Crinoideen. Aus der citirten Abbildung ist wenig mehr ersichtlich, als dass das Organ aus mehreren nebeneinanderliegenden quergestreiften Röhren bestanden zu haben scheint. Andere Figuren sind in dem Werke der Austin's besser ausgeführt, doch nur in der Ventralröhre von P. quinquangularis (t. 10. f. 2. a) sind tiefe Querfurchen angegeben, die als Oeffnungen aufzufassen sind.

Auch Joh. Müller *) spricht noch von Mundröhre, aber in der Abbildung von Poteriocrinus curtus (t. 2. f. 3) sind bereits zwei Porenreihen angegeben, die der Aufmerksamkeit des berühmten Verfassers entgangen zu sein scheinen, da er ihrer im Text nicht erwähnt.

L. Schultze **) beschreibt den Analfortsatz des devonischen P. curtus genauer und begleitet die Beschreibung mit guten Abbildungen. Er sagt darüber p. 159 folgendes: „Ueber dem Interradius entwickelt sich aus dem Scheitel eine lange seitliche, aus zahlreichen Gliederreihen zusammengesetzte Afterröhre. Ihre drei ersten Kränze, von denen der unterste auf den beiden Interradialia ruht, sich theilweise an die beiden höheren Radialia noch anlehnend, besteht aus glatten, meist sechsseitigen, regelmässig alternirenden Stücken. Die Entwickelung der Afterröhre aus dem Scheitel, so wie dessen sonstige Bedeckung, sind leider nicht ersichtlich. Ueber dem dritten Kranze hört auffallender Weise das Alterniren der Glieder auf, und es folgen niedrige horizontale Kränze, die aus gleich grossen, querverlängerten Gliedern bestehen. Auf der Naht, in der je zwei Glieder zusammenstossen, befindet sich eine querelliptische Oeffnung, die mit den in einer Reihe darüber folgenden auf der Röhre deutliche Längsfurchen erzeugt. Ausserdem sind die Glieder mit zwei schmalen Querwülsten versehen, die, wenn abgerieben, deutliche Poren zeigen.“ Was L. Schultze die drei ersten Kränze der Platten nennt, das sind nach unserer heu-

*) Ueber neue Echinodermen des Eifeler Kalks 1857.
**) Monographie der Echinodermen des Eifeler Kalks 1867.

tigen Auffassung Analplatten, und auf ihnen ist die „Afterröhre" aufgesetzt. Fig. 46 t. 5. zeigt das ganz deutlich, und die vorgrösserte Abbildung fig. 4c. demonstrirt vorzüglich die elliptischen Oeffnungen und die Porenreihen. Wenn also Schultze sagt, dass die Entwickelung der Röhre aus dem Scheitel nicht ersichtlich ist, so ist das dahin zu interpretiren, dass die Entwickelung derselben aus den Analplatten ausserordentlich deutlich ist.

L. Schultze bildet auf derselben Tafel 5. noch eine aus sechsseitigen Platten gebildete „Afterröhre" von grossen Dimensionen ab (f. 7.), und spricht die Vermuthung aus, dass sie wahrscheinlich einem Poteriocrinus angehöre. Wenn das der Fall wäre, so würde das ein schönes Gegenstück liefern zu dem P. quinquangularis mit tubus angulosus und dem P. radiatus mit tubus conoideus, und wäre es vielleicht nicht zu gewagt, folgende Hypothese darauf zu gründen.

Da im Allgemeinen die Crinoideen mit Ventralröhre zu den Seltenheiten gehören, und die bei weitem meisten Individuen derselben entbehren, so wäre anzunehmen, dass die Mehrzahl geschlechtslos ist, d. h. keine Reproductionsorgane besitzt. Einzelne Individuen jedoch sind mit einem Generationsorgan begabt, und da dieses in einer und derselben Gattung eine verschiedene Gestalt hat, so lässt sich voraussetzen, dass das eine das männliche, das andere das weibliche genitale darstellt. Da in den Poteriocrinen mit tubus angulosus Reihen von Löchern verhanden sind, die als Ovarialöffnungen aufgefasst werden können, so würden die mit solchen Röhren ausgestatteten Individuen weiblich sein, die mit tubi conoidei männlich.—Ich brauche wohl kaum hinzuzufügen, dass ich diese Hypothese mit allem Vorbehalt gebe.

Beschreibung des tubus ventralis von Poteriocrinus multiplex Trd.

Unter den Hunderten von aus Mjatschkowa stammenden Exemplaren des P. multiplex, welche mir durch die Hände gegangen sind, habe ich nur vier entdeckt, an denen die Ventralröhre erhalten und sichtbar war oder vielmehr sichtbar wurde, nachdem das Fossil vom anhängenden Gestein befreit war. Zwei von diesen Exemplaren zeigen das betreffende Organ als spiral gewundene Ausbreitung zwischen den Armen der Crinoiden liegend. Bei den beiden anderen stellt sich die eckige gekrümmte Röhre als frei aufsteigend dar. Von den beiden zuerst erwähnten Individuen war das eine in so hartem Gestein eingebettet, dass sich die Ventralröhre nicht vollständig herausarbeiten liess, das andere, von weicherer Gebirgsmasse umgeben, konnte ganz freigelegt, und konnte auch sowohl Vorder- wie Hinterseite des Organs abgebildet werden. Von den beiden Individuen mit freier Ventralröhre ist das eine wegen seiner Kleinheit ein nicht zur Demonstration geeignetes Object, das andere aber ist an zwei Seiten der Röhre so vollkommen erhalten, dass die Sculpturen der Oberfläche sehr deutlich hervortreten.

Das vollkommnere Exemplar mit dem spiraligen Analfortsatz wurde zuerst von der Vorderseite freigelegt, und von dieser, so wie von der noch mit den Armen versehenen

Hinterseite gezeichnet; nachdem die Zeichnungen angefertigt waren, wurde auch zu der Entfernung zweier Arme der Hinterseite geschritten, um die Verbindung der Röhre mit den Analplatten klar zu legen, und die Darstellung der vollen Hinterseite zu ermöglichen.

Das auf solche Weise möglichst vom Gestein gereinigte Organ stellt eine Art eckiger Röhre dar, deren Seiten mit quer verlaufenden Erhöhungen, und deren Kanten mit Löchern versehen sind. Das Gebilde selbst besteht aus spathigem Kalk wie die übrigen Theile des Fossils und zeigt bei den beiden spiral gewundenen Individuen anderthalb Windungen, deren Ende zugerundet ist oder, was dasselbe ist, die in einen Blindsack verlaufen. Die auf den Seiten verlaufenden Erhöhungen bilden ein steiles Zickzack und sind manchmal nicht ganz regelmässig untereinander verbunden. Die vorspringenden Kanten sind oberhalb etwas abgeflacht, und sind mit einer Reihe von Löchern versehen, von denen ungefähr zwei auf einen Millimeter kommen. Während die nach innen liegenden Kanten glatt sind und ein zusammenhängendes Ganze darstellen, sind die nach aussen liegenden meist wie gekerbt oder eingebrochen, die Kerben weisen auf die in der Mitte der Kante befindlichen Löcher, und deuten auf eine gliedartige Structur der Röhre, obgleich dieselbe auf den Seitenflächen nirgend deutlich hervortritt. Die Befestigung der Ventralröhre an die Analplatten ist ziemlich unvermittelt. Auf die drei in einer Querreihe stehenden oberen Analplatten (sonst sind nur drei oder vier Analplatten vorhanden, bei den in Rede stehenden Exemplaren sind deren sechs) folgt sogleich die mit den charakteristischen Querfalten besetzte Röhre. Diese legt sich seitlich an die untersten Fiederglieder, so dass diese scheinbar einen Theil der Röhre zu bilden scheinen, aber auch weiter oben wird die Verbindung mit den unteren Gliedern der höheren pinnulae durch eine körnige Masse vermittelt, welche einem Haufen Eier nicht unähnlich sieht, der vor Kurzem aus der Ventralröhre ausgetreten ist, und theilweise die rechte Kante der Röhre bedeckt (rechts auf der Abbildung von der Vorderseite). Dass diese körnige Masse nur dazu gedient haben sollte dem Organ Stütze und Halt zu geben ist wegen der Form nicht wahrscheinlich, um so weniger, als anf der Hinterseite der Röhre sich ähnliche Körper iu ähnlicher Stelluug befinden. Die Windungen der Ventralröhre sind untereinander verbunden, was bei dem etwas niedergedrückten vollkommeren Exemplar auf der Vorderseite ganz deutlich hervortritt. Die Abbildung von der Hinterseite des Fossils zeigt, dass die Sculptur der Röhre auf allen Flächen derselben dieselbe ist, und dass alle Kanten von Löchern durchbohrt sind.

Wenn auch bei dem zweiten vorliegenden Exemplar die Einzelheiten der Sculptur auf der spiralen Röhre wegen des deckenden härteren Gesteins weniger deutlich hervortreten, so ist doch die allgemeine Form ganz dieselbe, wie bei dem eben beschriebenen Individuum. Es sind gleichfalls anderthalb untereinander verwachsene Windungen vorhanden, die in einem Blindsack endigen; die durchlöcherten Kanten springen ebenso vor, und die Verbindung mit den Analplatten ist ebenso deutlich nachweisbar, wie an dem best erhaltenen Exemplar, so dass an der Identität kein Zweifel haftet.

Bei dem guten Exemplar von P. multiplex mit frei aufsteigender Röhre ist die Erhaltung so vollkommen, und liess sich die Befreiung vom Gestein so vollständig erreichen, dass sich auf zwei der Aussenflächen die kleinsten Einzelheiten der Sculptur erkennen lassen. Nichtsdestoweniger ist die Röhre nicht vollständig, sondern am oberen Ende abgebrochen. An diesem Ende angeschliffen, zeigt sich der Durchschnitt der Röhre fast quadratisch. Der Bau der Röhre ist im Allgemeinen derselbe wie bei dem oben beschriebenen spiralen Organ. Auf den Kanten befinden sich Löcher, die etwas in die Länge gezogen sind, so dass sie sich der Form eines Schlitzes nähern. Die obere Seite der Röhre ist eben solchen zickzackförmigen queren Erhöhungen bedeckt, wie sie sich an der spiralen Röhre finden; die Fläche der rechten Seite zeigt eine etwas veränderte Sculptur, indem nämlich von der oberen und unteren Kante gabelige Erhöhungen nach der Mitte der Fläche zulaufen, die in der Mitte selbst sich zu sternförmigen Erhöhungen mit 5 — 6 fingerförmigen Strahlen umbilden, was indessen keine wesentliche Verschiedenheit, sondern nur eine Modification der zickzackförmigen Figuren darzustellen scheint. Im Querschnitt erscheinen die Wände der Röhre dünn, und sind innerhalb derselben Kanäle wie bei Crotalocrinus pulcher nicht wahrzunehmen.

Das kleinste der vorliegenden Exemplare stellt eine knieförmig gekrümmte eckige Röhre dar, deren Ende abgebrochen ist. Es ist daher zweifelhaft, ob die Röhre nicht ursprünglich eine spiral gewundene war. Die Vorderseite des Organs mit drei Seitenflächen sieht dem oben beschriebenen ersten Individuum sehr ähnlich. Auch die Sculptur ist ganz dieselbe, es fehlen weder die charakteristischen Zickzackfiguren noch die vorspringenden Kanten, bei denen freilich die Löcher noch nicht ausgebildet sind.

Verwandte Formen.

Von den Crinoideen, die eine Ventralröhre haben, kommen bezüglich der mehr oder weniger ähnlichen Form und des ähnlichen Baues nur wenige in Betracht. Die nächsten Verwandten sind mehrere Species der Gattung Poteriocrinus, wie P. rostratus, P. pentagonus, P. quinquangularis und P. curtus, demnächst Crotalocrinus pulcher, weniger nah steht Gissocrinus tubulatus und nur durch die gewundene Form mit blindsackähnlichem Ende Sicyocrinus cucurbitaceus.

Als Geschlechtscharakter der Gattung Sicyocrinus giebt Angelin *) p. 23. an: analia superiora tubum ventralem conficiunt. Als Charakter der Species S. cucurbitaceus führt er an: anale secundum radialibus majus, reliqua in tubum crassum, proboscidiformem, apice incurvatum, connata. Der zwei Reihen Querschlitze, welche sich auf der Zeichnung

*) Iconographia Crinoideorum 1878.

(t. 4. f. 9) finden, erwähnt Angelin im Text nicht, ebensowenig der sechseckigen Platten, aus denen die cylindrische Röhre zusammengesetzt ist. Die Querschlitze, die sechseckigen Platten und die Cylinderform schliessen eine nähere Vergleichung mit der Ventralröhre von Pot. multiplex aus. Den Analfortsatz von Crotalocrinus beschreibt Angelin folgendermassen (p. 26.): tubus analis excentricus, juxta basin duorum brachiorum positus, variat breviusculus, late conicus l. longissimus angustus; suboctangularis. acuminatus, basis canali centrali amplo, octoplicato. Ueber den Analfortsatz der Species Cr. pulcher sagt Angelin im Text garnichts, während er doch viele Figuren davon giebt. Es ist das um so mehr zu bedauern, als man nicht recht klar darüber wird, ob die Poren nach aussen münden, wie es nach den Abbildungen auf t. 8. und t. 17. scheint, oder ob die Poren Gänge innerhalb der Platten sind, welche nicht die Wände des Analfortsatzes durchbohren, sondern parallel mit ihnen von unten nach oben aufsteigen, wie es nach t. 25. f. 8. u. 13. den Anschein hat. Indessen sind auf t. 17. reihenweis geordnete Löcher deutlich abgebildet, desgleichen Querfurchen, was auf Verwandtschaft mit dem Fortsatz unseres Pot. multiplex deuten würde, aber das nicht Gewundene, die achteckige Form, die viereckigen Platten und die Abwesenheit jeder Sculptur auf den Aussenflächen unterscheiden den Analfortsatz von Crotalocrinus scharf von dem Fortsatz des Pot. multiplex.

Wichtiger als die beiden erwähnten Gattungen sind für die Vergleichung verschiedene Species der genus Poteriocrinus, und liefert für dieselbe das Werk der Austin's das reichste Material. Natürlich ist hierbei die Species P. radiatus zu eliminiren, da diese Form der Ventralröhre bei den Poteriocrinen von Mjatschkowa noch nicht angetroffen ist. Aber die Ventralröhre von P. quinquangularis Aust. ist ein dem Analfortsatz von P. multiplex analoges Organ. In der Diagnose der Species ist von den Austin's gesagt *): „Mund rüsselartig und central". In der Beschreibung heisst es: „die proboscis ist gross und central, der Mund liegt an der Spitze, die Oberfläche der Mundröhre ist bandartig quergestreift, die Streifen des einen Plattenbandes vereinigen sich an den Nähten mit denen der benachbarten Platten." Das stimmt einigermassen mit der Scupltur des Analfortsatzes unseres P. multiplex. Die Betrachtung der Austin'schen Figur bringt aber auch trotz ihrer mangelhaften Ausführung Aufklärung über das, was im Text verschwiegen ist, nämlich über die eckige Form, und beweist ausserdem ganz entschieden, dass die Lage der „proboscis" nicht central sondern marginal gewesen ist, denn obgleich die Fig. 2. d. von der Vorderseite gezeichnet ist, geht aus der Abbildung doch hervor, dass die Röhre auf der rechten Hinterseite angeheftet war, wo sich nach der Stellung des Fossils die Analplatten befinden müssen. Die Form ist also als eine der Ventralröhre des P. multiplex sehr nahestehende anzusehen.

---

*) Crinoidea p. 80. 81. t. 10. f. 2. d.

Die zweite Art von Poteriocrinus, an welcher die Austin's ebenfalls eine proboscis beobachtet haben, ist P. pentagonus (l. c. p. 86. t. 11. f. 2 e.). Hier heisst es in der Diagnose der Species: „der centrale Mund ist in eine rüsselförmige Röhre verlängert", und in der Beschreibung ist gesagt: „die Mundröhre scheint aus fünf verticalen Plattenbändern gebildet zu sein, aber die Stücke sind nicht mit erhabenen Streifen besetzt, wie bei den meisten anderen Poteriocrinen." Hiernach ist die Röhre fünfeckig gewesen, und aus der Zeichnung ist nur Querstreifung und scharfe Punktirung zwischen den Plattenreihen zu ersehen; die geringe Krümmung, welche in dem abgebildeten Bruchstück angegeben ist, erlaubt keinen weiteren Schluss. Dass die Stellung der „proboscis" auch hier nicht central gewesen, ist aus der fig. 2 c. zu ersehen, wo die Verlängerung des Ventralfortsatzes aus den Analplatten ganz deutlich dargestellt ist.

Von einer dritten Species P. rostratus geben die Austin's die folgende Beschreibung des Analfortsatzes: „die proboscis ist zusammengesetzt aus mehreren senkrechten Plattenreihen, die von der Basis bis zu der Höhe der pinnulae reichen, in ausgewachsenen Exemplaren drei bis 4 Zoll lang sind, und in einige dornartige Spitzen auslaufen (p. 76. t. 9. f. 2. d. und 2. e.). Abgesehen von den dornartigen Spitzen, die man für stehengebliebene Kanten eines abgebrochenen Analfortsatzes halten möchte, zeigt die Figur 2. d. vier Plattenreihen; Fig. 2. e. stellt ein vergrössertes Stück der Aussenfläche dar mit zickzackartig über die Fläche verlaufenden und die stumpfen Kanten der Röhre mit einander verbindenden Erhöhungen, welche in der allgemeinen Form der Sculptur des Analfortsatzes von P. multiplex sehr ähnlich sehen. Ueberhaupt möchte ich nach der Darstellung der Austin's den Ventraltubus von P. rostratus für die Form halten, welche der Form des P. multiplex am nächsten steht, namentlich wenn man annimmt, dass die Fig. 2. e. etwas schematisirt ist.

Die Austin's führen noch andere Poteriocrinen an, die mit Ventralröhren versehen sind, so Pot. crassus Mill. t. 8. f. 3. d. und t. 9. f. 1, dessen „proboscis" bedeutende Dimensionen erreicht, auch aus den Analplatten hervorwächst, aber sonst keine Anhaltspunkte für den Vergleich liefert. Bei der Beschreibung von Pot. dactyloides Aust. (p. 86. t. 11. f. 1. a.) begegnen wir der Bemerkung, dass die proboscis gross und von erhabenen Streifen durchkreuzt ist, die Figur giebt aber über diese Sculptur keinen weiteren Aufschluss.

Bestimmung der Ventralröhre von Poteriocrinus multiplex.

Da die Ventralröhre von Pot. multiplex in einem Blindsack endigt so ist von vorn herein ausgeschlossen, dass sie zur Aufnahme von Nahrungsstoffen oder zur Abführung von Auswurfstoffen gedient hat. Aber wenn sie auch nicht geschlossen wäre, würde sie doch weder dem einen noch dem anderen Zwecke gedient haben, denn Fressorgan sind

die pinnulae, welche die Zähne der höheren Thiere vertreten, und die mit ihren messerscharfen Schneiden sehr geeignet waren, selbst grössere Thiere zu zerkleinern und den Speisebrei ihrem Nahrungskanal zuzuführen. Die unverdauten Reste der Nahrung wurden durch die Ausweitung zwischen zwei Armen, welche durch die Einsetzung der unsymmetrischen Analplatten hervorgebracht ist, nach aussen geschafft. Selbst bei den mit einer Ventralröhre versehenen Individuen wird diese Ausgangspforte nicht versperrt, da die aus den Analplatten hervorgewachsene Röhre theils nach innen, theils nach der Seite gebogen ist, um dem Auswerfen der Excremente freien Raum zu lassen.

Wenn nun die Ventralröhre weder zur Aufnahme der Nahrung noch zur Secretion der Auswurfstoffe gedient hat, so fragt sich, welchem Zwecke sie denn gedient habe und welche Function namentlich die Reihen zahlreicher Oeffnungen in der Röhre übernommen haben. Wenn diese Oeffnungen die Rolle der sogenannten Hydrospiren gespielt hätten, müssten sie bei allen Individuen vorhanden sein, aber die Ventralröhre findet sich nur selten bei einzelnen Individuen, die Mehrzahl ist nicht mit diesem Organ begabt: es wird demnach zur höchsten Wahrscheinlichkeit, dass die Ventralröhre von P. multiplex Generationsorgan und dass möglicher Weise die Löcherreihen Ovarialöffnungen gewesen. Fortpflanzungsorgane müssen doch jedenfalls vorhanden gewesen sein, und da der ganze Körper der Crinoideen, namentlich der paläozoischen, aus soliden Kalkplatten zusammengesetzt war, so hat es nichts Wunderbares, dass auch die Generationsorgane von einer kalkigen Hülle bedeckt waren. Die Porenreihen auf dem Analfortsatz von Pot. curtus und pentagonus haben gewiss dieselbe Bestimmung gehabt, wie die von P. multiplex. Bei den jetzt lebenden Crinoideen vermuthet man den Sitz der Fortpflanzungsorgane in den Anschwellungen der Basis der Armgliedsubstanz, was übrigens kein Argument gegen die verschiedene Organisation bei den paläozoischen Crinoideen ist.

Welche Rolle die conoidei d. h. die mittelständigen kegelförmigen Ventralröhren gespielt haben, muss dahin gestellt bleiben, vorläufig giebt es noch keinen Anhalt für irgend eine plausible Hypothese. Ebenso räthselhaft sind die geschlossenen fistulosi, während die offenen verschiedene Bestimmungen in sich vereinigt haben können, die einer Afterröhre und die der Aussonderung von Generationssubstanz. Die squamosi schliessen auch jede Vermuthung über die Functionen des in Rede stehenden Organs aus, man müsste denn annehmen wollen, dass eine Ausschwitzung zwischen den schuppenartigen Platten stattgefunden habe. Erst bei den gyrosi d. h. bei den gekrümmten Ventralröhren der Sicyocrinus und Botryocrinus zeigen sich Merkmale, die auf Bewegungen von Flüssigkeiten von innen nach aussen deuten durch schlitzartige Oeffnungen, die von Angelin deutlich wiedergegeben aber nicht näher beschrieben sind. Nach einer gütigen Mittheilung des Prof. Lovén, die mir erst während des Reindrucks dieser Schrift zugegangen, ist auch bei Sicyocrinus cucurbitaceus eine scharfe Kante auf der Ventralröhre vorhanden, aber die meist elliptischen Oeffnungen befinden sich nicht auf—sondern zu beiden Seiten derselben.

Ausser den erwähnten Analfortsätzen giebt es noch andere, die keinen anderen Zweck erfüllen, als das Thier vor Angriffen von Aussen zu schützen. Bei der grossen Fähigkeit der Crinoideen, Kalksubstanz zur Bildung der verschiedenen Körpertheile auszusondern, wird es ihnen nicht schwer, Kalkplatte auf Kalkplatte einzuschieben (wie bei dem Stiel) oder an Stellen aufzuhäufen, wo es ihnen nöthig scheint. Eine gute Illustration hierfür liefert Cromyocrinus simplex Trd. von Mjatschkowa, ein Thier, welches den Verfolgungen eines Gastropoden, Capulus parasiticus, ausgesetzt war. Der letztere sog sich an die Analplatten fest, und nährte sich von den Auswurfstoffen der Crinoidee. Fast an der Hälfte aller gesammelten Exemplare findet sich dieser Parasit noch auf den Analplatten des Cr. simplex. Es haben sich nun unter Hunderten drei Exemplare gefunden, wo das Thier mit Hülfe von Auxiliarplatten den Raum über den Analplatten so ausgefüllt hat, dass dem Parasiten der Zugang zu dem Innenraum des Kelchs versperrt wurde. Bei einem dieser Individuen hat der Aufbau des Hindernisses stattgefunden, während der Parasit sich bereits auf den Analplatten angesiedelt hatte; er ist nach Fertigstellung der Barricade abgefallen, und der Eindruck der Saugmuskeln ist als Zeugniss der vergeblichen Bemühungen geblieben. Die Barricade selbst stellt ein Haufwerk von kleinen Platten dar, deren von oben ungefähr dreissig zu zählen sind. Die Höhe dieses Analfortsatzes ist nicht bedeutend, da auf die drei Analplatten nur noch zwei grössere Platten aufgesetzt sind. Ein ähnliches Exemplar ohne deutlichen Eindruck des Parasiten hat sieben kleinere Platten auf die Analplatten aufgesetzt, der Fortsatz ist aber weniger breit als bei dem ersten, und die Zahl der Gipfelplättchen ist viel geringer. Ein drittes kleineres Individuum, ganz unbeschädigt, scheint vorsorglich frühzeitig angefangen zu haben, den Schutzapparat zu bauen und hat auf die drei ursprünglichen Analplatten noch dreizehn sechseckige aufgesetzt, zwischen den beiden Armen eine Art von Pyramide errichtend.

Einen ähnlichen Ventraltubus zeigt Cromyocrinus gracilis Wetherby *) aus dem untere Bergkalk von Kentucky, auch aus sechseckigen Platten bestehend und vielleicht denselben Zwecken dienend.

Man sieht daraus, dass diese Thiere sich zu helfen wussten, und dass man sich daher nicht wundern darf, wenn Organe der verschiedenen Species oder Genera, die einem und demselben Zwecke dienten, eine verschiedene Form erhalten haben.

Am. 8 Februar 1882.

---

*) Descriptions of new Crinoids from the Cincinnati group of the lower Silurian and the subcarboniferous of Kentucky.

ERKLÄRUNG DER TAFEL.

Fig. 1. Vorderseite von Poteriocrinus multiplex mit dem tubus ventralis. Zwischen der Ventralröhre und dem rechten Arm körnige Masse, vielleicht ein Haufen Eier. Natürliche Grösse.

„ 1 a. Ein Stück des Ventraltubus vergrössert.

„ 2. Hinterseite desselben Individuums mit den Armen. Natürl. Grösse.

„ 3. Hinterseite desselben Individuums nach der Entfernung der zwei Arme rechts, um die Verbindung der Ventralröhre mit den Analplatten zu zeigen. Doppelt vergrössert. Auch hier liegen auf der Ventralröhre rundliche Körper, vermuthlich Eier.

„ 4. Ein anderes Exemplar von Pot. multiplex mit Ventralröhre von der Vorderseite. Natürl. Grösse.

„ 4. a. Rechte Seitenfläche der Ventralröhre desselben Individuums. Vergrössert.

„ 4. b. Obere Seite der Ventralröhre desselben Individuums. Vergrössert.

„ 5. Cromyocrinus simplex mit einem Auswuchs der Analplatten und dem Muskeleindruck eines abgefallenen Capulus parasiticus.

„ 6. Dasselbe Individuum von oben. Natürl. Grösse.

„ 7. Cromyocrinus simplex mit pyramidalem Fortsatz der Analplatten.

Schriften, welche bei Abfassung dieser Abhandlung benutzt wurden.

N. P. Angelin. Iconographia Crinoideorum. 1878.

T. Austin and *T. Austin* jun. A monograph of recent and fossil Crinoidea. 1844.

J. Bigsby. Thesaurus devonico-carboniferus. 1878.

H. G. Bronn. Klassen und Ordnungen des Thierreichs. 1859.

George Cumberland. Reliquiae conservatae — of some remarkable fossil Encrinites 1826.

James Hall. Geological survey of Jowa. 1858.

James Hall. Description of new species of Crinoidea from the carboniferous rocks of the Mississippi valley. 1861.

L. de *Koninck* et H. Le Hon. Recherches sur les Crinoïdes du terrain carbonifère 1853.

F. B. Meek. Geological survey of Ohio. Palaeontology 1873.

F. B. Meek and *Worthen*. Geological survey of Illinois. Palaeontology 1866. 1868. 1873.

J. S. Miller. A natural history of the Criniodea. 1821.

S. A. Miller. American palaeozoic fossils. 1877.

Joh. Müller. Ueber neue Echinodermen des Eifeler Kalks. 1857.

F. A. Quenstedt. Petrefactenkunde Deutschlands. Asteriden und Echiniden. 1876.

L. Schultze. Monographie der Echinodermen des Eifeler Kalks 1867.

G. Wachsmuth and Frank *Springer*. Revision of the Palaeocrinoidea. 1879. 1881.

A. G. Wetherby. Description of new Crinoids. 1880.

A. Zittel. Handbuch der Palaeontologie. 1879.

LE MOUVEMENT SUR LA SURFACE DE LA TERRE

SOUS L'ACTION

DE LA SEULE FORCE D'ATTRACTION TERRESTRE.

par

Nicolas Svorykine.

Le mouvement sur la surface de la terre sous l'action de la seule force d'attraction terrestre.

par

NICOLAS SVORYKINE.

La forme de la terre, sa rotation autour de l'axe et son attraction de chaque point matériel sont des conditions indispensables pour tout mouvement sur la surface de la terre. Par conséquent, le mouvement d'un point matériel qui sur sa route ne rencontre ni frottement ni résistance et qui est soumis à l'action de la seule force attractive de la terre, présenterait le cas le plus simple de mouvement sur la surface de la terre; l'influence du mouvement de translation de la terre peut être laissée de côté à cause de sa nullité relative.

L'étude d'un tel mouvement du mobile présente une introduction naturelle pour une recherche exacte sur les autres mouvements plus compliqués, qu'on rencontre sur la surface de la terre et dans l'atmosphère; et cependant ce simple mouvement a été peu étudié jusqu'à présent.

Comme on le sait, c'est Hadley *) qui indiqua le premier quelle influence la rotation de la terre autour de son axe a sur un mouvement à sa surface, à savoir sur la direction des vents alizés. Il considérait (de même qu'après lui on le faisait à peu près jusqu'à nos jours) la direction du vent comme conséquence d'une impulsion initiale et de l'influence permanente de la rotation de la terre. Un tel mouvement a lieu d'après lui ainsi: le point mobile dévie suivant le parallèle vers E ou W, savoir dans l'hémisphère boréal toujours à droite, dans l'hémisphère austral à gauche; la valeur de la déviation est égale à la différence des vitesses linéaires des points situés sur le parallèle

*) Hadley. The cause of the general Trade-winds. Philosoph. Transact. 1735. p. 58.

du commencement du mouvement et de ceux situés sur le parallèle de la fin du mouvement, après avoir multiplié cette différence par la durée du déplacement d'un parallèle à l'autre. Ainsi la plus grande déviation pour la même vitesse de mouvement sera en cas du mouvement initial dirigé suivant le méridien; elle est nulle pour le mouvement suivant le parallèle.

Les savants allemands MM. Bäyer et Ohlert *) ont donné une expression analytique du mouvement selon Hadley, et M. Ohlert a déduit aussi l'équation de la courbe décrite par le mobile dans ce mouvement.

En 1859 MM. Babinet, Combes et Delaunay **), de l'Académie des Sciences, ont démontré l'insuffisance des vues de Hadley sur le mouvement à la surface de la terre et ils sont arrivés par des méthodes tout à fait différentes à la conséquence que nous pouvons formuler ainsi: chaque mouvement relatif sur la surface de la terre se passe comme si la terre était immobile, la force attractive terrestre—perpendiculaire à la surface de la terre, et le point mobile constamment sollicité par une force perpendiculaire à la direction du mouvement et dirigée dans le plan tangent à la surface de la terre, à droite dans l'hémisphère nord et à gauche dans l'hémisphère sud; cette force est égale à $2m\omega\, v\, sn\varphi$ ***), où φ désigne la latitude du point à un instant donné, v — la vitesse du mouvement relatif sur la terre, ω — la vitesse angulaire de la rotation de la terre autour de son axe, m—la masse du mobile.

Par conséquent, si nous faisons mouvoir un point suivant une courbe géodésique jouant sur la terre le rôle de la droite, il exercera dans le plan tangent à la surfuce de la terre la pression égale à $2m\omega\, v\, sn\varphi$ et dirigée à droite dans l'hémisphère boréal et à gauche dans l'austral. Pendant le mouvement sur une autre courbe quelconque, la pression dans le plan tangent à la terre se compose de deux pressions: l'une dépend de la forme de la courbe et est égale à $\frac{mv^2}{\rho}$, l'autre qui provient de ce que le mouvement a lieu sur la terre qui tourne, est la même que pour le mouvement sur la courbe géodésique; ρ est le rayon de courbure de la projection de la trajectoire du mobile sur le plan tangent à la surface de la terre en un point donné de la trajectoire; il est égal à $\frac{r}{cs\chi}$, r étant le rayon de courbure de cette trajectoire, et χ l'angle de la normale

*) Bäyer: Pogg. An. 1858, Bd. 104, s. 377.—Ohlert: Pogg. An. 1860, Bd. 110, s. 234.

**) Compt. rend. t. 49. Babinet: p. 638, 659, 686, 769;—Combes: p. 775;—Delaunay: p. 688.

***) Mohn et Guldberg, dans leurs études sur les mouvements de l'atmosphère (I partie p. 19), nomment $2m\omega v sn\varphi$ „la force centrifuge composée"; mais ce n'est pas exact parce que $2m\omega v sn\varphi$ n'est que la composante de „la force centrifuge composée" prise dans le plan horizontal. La composante de cette force suivant la normale à la surface de la terre, peut être positive ou négative selon la direction de mouvement; et c'est pourquoi, comme on le verra plus loin, la pression du mobile sur la surface de la terre est différente selon la direction du mouvement.

principale de la trajectoire avec le plan tangent à la terre; pour la courbe géodésique on a $\chi=90^{\circ}$.

On peut aussi en conclure que le mobile qui a une vitesse relative initiale et qui peut se mouvoir sur la surface de la terre sans résistance suivant une direction quelconque, dévie pour un court intervalle de temps t de la direction initiale de mouvement, c. à d. de la courbe géodésique suivant laquelle se faisait la vitesse initiale, dans l'hémisphère septentrional à droite, dans le méridional à gauche, et la valeur de déviation est égale à $\omega v t^2 sn\varphi$ *), en supposant que φ reste à peu près invariable pendant le temps t; ainsi la valeur de déviation ne dépend aucunement de la direction initiale de mouvement.

Une déviation analogue dans le cas d'une projectile était indiquée depuis longtemps par Poisson **), dont la formule donne pour la déviation les mêmes valeurs que l'expression précédente.

M. Finger ***) nous donne, dans son étude sur le mouvement sur la terre, non seulement valeur de la pression dans le plan tangent à la terre pendant le mouvement suivant une courbe quelconque, mais aussi la pression suivant la normale à la surface de la terre. De ses équations il a voulu déduire aussi les équations différentielles du mouvement sous l'action de la seule force attractive de la terre, mais par erreur il a pris pour cela les équations (11) de son article ****) au lieu des équations (18) †) dont il fait usage pour déterminer la pression et dont on doit se servir aussi pour le but indiqué. C'est pourquoi les équations (27) ††) obtenues par lui correspondent, non pas au mouvement qu'il avait voulu déterminer, mais au mouvement qui pourrait arriver sur la terre, si la force attractive de la terre était perpendiculaire à la surface de la terre. Mais les équations (18) lui auraient donné, dans ce cas, précisement ce que nous trouvons, par exemple, dans l'article de M. Sprung †††), savoir, que v la vitesse du mouvement relatif est constante et que le rayon de courbure ρ de la projection de la courbe décrite sur le plan tangent à la terre est égale à $\frac{v}{2\omega\, sn\varphi}$. Mais c'est aussi ce qui résulte comme une conséquence nécessaire de la définition précédente qui caractérise le mouvement sur la surface de la terre: si la force déviatoire $2m\omega\, v\, sn\varphi$ est perpendiculaire à la direction du mouvement, la vitesse doit évidemment être constante; d'un autre côté, le point qui est en état de se

*) Martin de Brettes: Compt. rend. t. 63, 1866 septembre.

**) Poisson: Compt. rend. 1837, novembre 14.

***) Finger. Sitzungsberichte der Academ. d. Wissensch., Mathem.-Naturwissensch. Classe. Wien. Bd. 76. II Abtheil. p. 67.

****) Ibid. p. 79.

†) Ibid. p. 88.

††) Ibtd. p. 98.

†††) Sprung. Zeitschrift der österr. Gesellsch. für Meteorologie. 1880. Januarheft. Bd. XV. p. 8.

mouvoir librement sur la surface de la terre, ne peut exercer aucune pression dans le plan tangent et, par conséquent, la pression qui dépend de la forme de la courbe doit dans ce cas être égale et contraire à la pression dûe à ce que le mouvement a lieu sur la surface de la terre, c. à d. $\frac{mv^2}{\rho}=2m\omega\, v\, sn\varphi$ et la convexité de la courbe est dirigée à gauche dans notre hémisphère et à droite dans l'hémisphère sud.

Pour la pression suivant la normale à la surface de la terre M. Finger donne *) l'expression suivante:

$$p=q+2mw\frac{ds}{dt}\ cs\varphi\ sn\theta-\frac{m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{a}\left(1+\frac{\varepsilon^2cs^2\varphi\ cs^2\theta}{1-\varepsilon^2}\right)\sqrt{1-\varepsilon^2sn^2\varphi};$$

où p est la pression du mobile; q—son poids, c. à d. la pression en repos relatif; φ—sa latitude; ε—l'excentricité des méridiens de la terre; θ—l'angle que forme la direction du mouvement avec le méridien, en le comptant du point du sud; $\frac{ds}{dt}$—la même chose que v et w—la même chose que ω des formules précédentes. Cependant on peut présenter cette équation sous une forme un peu plus simple, en considérant que $\frac{1}{a}\left\{1+\frac{\varepsilon^2cs^2\varphi\ cs^2\theta}{1-\varepsilon^2}\right\}\sqrt{1-\varepsilon^2sn^2\varphi}=\frac{1}{R}$, R étant le rayon de courbure de la section normale à la surface de la terre, menée suivant la direction du mouvement; on aura:

$$p=q+2m\omega v cs\varphi\ sn\theta-\frac{mv^2}{R}.$$

Il résulte de ce qui précède que la pression du mobile peut être ou plus ou moins grande que son poids, suivant la direction du mouvement; du reste, si la vitesse v surpasse la valeur $\frac{2a\omega\ cs\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon^2sn^2\varphi}}$, la pression est toujours plus petite que le poids, mais elle en diffère par des valeurs différentes suivant la direction du mouvement; a est le rayon de l'équateur.

Une propriété analogue par rapport au mouvement des projectiles avait été indiquée depuis longtemps par Poisson **): il a trouvé que la portée des projectiles jetés vers l'est est plus grande que celle des projectiles jetés vers l'ouest, toutes les autres conditions étant les mêmes.

Par rapport à la forme de la courbe suivant laquelle le point se meut sous l'action de la seule force attractive de la terre, on peut déduire de ce qui précède une seule

---

*) Ibid. p. 100.

**) Voir plus haut.

conséquence: la vitesse relative du mouvement sur la terre étant très petite et φ étant un peu considérable, ρ peut être regardé comme quantité constante, c. à d. dans ce cas limite la trajectoire du mobile et diffère très peu du cercle. Nous n'avons pas encore d'autres données plus générales sur ce sujet *).

Le but du présent article est de compléter en partie cette lacune.

§ 1.

Supposons les axes fixes de coordonnées choisis de manière que celui des z coïncide avec l'axe de la terre et qu'il ait le pôle nord sur sa partie positive, que l'origine des coordonnées soit au centre de la terre, que les deux autres axes soient dans le plan de l'équateur et que l'axe des y rencontre la surface de la terre à 90° ouest de celui des x. Par conséquent dans l'angle normal la rotation de la terre sera dirigée de l'axe des y vers celui des x. Alors l'équation de la surface de la terre sera pour chaque moment du mouvement:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}-1=0,$$

a étant le rayon de l'équateur, b—le demi-axe de la terre.

Les équations différentielles du mouvement absolu sur une surface dont l'équation est $f=0$ sont, comme on le sait:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X+\lambda\frac{df}{dx};\quad m\frac{d^2y}{dt^2}=Y+\lambda\frac{df}{dy};\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=Z+\lambda\frac{df}{dz};$$

où X, Y, Z sont les projections des forces actives sur les axes de coordonnées;

$$\lambda=\frac{N}{\sqrt{\left(\frac{df}{dx}\right)^2+\left(\frac{df}{dy}\right)^2+\left(\frac{df}{dz}\right)^2}},$$

N étant la réaction de la surface, égale et contraire à la pression du mobile sur la surface.

---

*) Après avoir fini cette étude qui a été communiquée dans la séance de $^2/_{14}$ octobre 1881 de la section de physique de la Société des Amis des Sciences Naturelles etc. de Moscou, j'ai eu l'occasion de connaître l'article de M. Sprung (Ann. der Phys. u. Chem. v. Wiedemann. 1881. № 9.) qui, en montrant quelques propriétés importantes du mouvement dont il s'agit, donne aussi les équations de ce mouvement; mais il ne fait aucune recherche sur ses équations, si bien que l'on ne peut obtenir de cet article aucune idée determinée sur la trajectoire du mobile en cas général; c'est pourquoi notre conclusion ci-dessus vaut à présent à peu près autant qu'avant la publication de l'article cité.

Le mouvement du mobile par rapport à l'axe de la terre sera le mouvement absolu, parce que nous laissons de côté le mouvement de la terre dans l'espace. Dans notre cas la force active se réduit à la force d'attraction de la terre, que l'on peut regarder comme résultante de deux forces dont l'une est égale à la gravité mg, l'autre est égale et contraire à la force centrifuge due à la rotation de la terre. La première composante étant normale à la surface de la terre, on peut la joindre au second terme du second membre, c. à d. à N ou à λ. La masse du mobile m soit $=1$. Alors les équations ci-dessus deviendront:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x + \lambda_1 \frac{2x}{a^2}; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y + \lambda_1 \frac{2y}{a^2}; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \lambda_1 \frac{2z}{b^2}; \qquad \text{(I)}$$

où ω est la vitesse angulaire de la rotation de la terre.

Ces équations nous en donnent les trois autres:

$$a^2 z \frac{d^2y}{dt^2} - b^2 y \frac{d^2z}{dt^2} = -a^2\omega^2 yz; \; b^2 x \frac{d^2z}{dt^2} - a^2 z \frac{d^2x}{dt^2} = a^2\omega^2 xz; \; y \frac{d^2x}{dt^2} - x \frac{d^2y}{dt^2} = 0. \qquad \text{(II)}$$

La dernière exprime le principe connu des aires par rapport à la projection du mobile sur le plan de l'équateur et pourra être remplacée par son intégrale:

$$y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} = C,$$

C étant une constante arbitraire.

Introduisons les autres coordonnées φ et L au lieu des x, y, z. φ est la latitude du mobile (l'angle formé par la normale à la surface de la terre avec le plan de l'équateur), en la prenant positive pour l'hémisphère septentrional et négative pour l'hémisphère méridional. L désigne la longitude (l'angle formé par le plan, mené par le mobile et l'axe de la terre avec le plan mené par les axes des y et z), en la comptant positive dans le sens de la rotation de la terre, c. à d. de l'axe des y vers l'axe des x.

Alors posant $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = e^2$, on a:

$$x = \frac{a\, cs\varphi\, snL}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi}}; \; y = \frac{a\, cs\varphi\, csL}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi}}; \; z = \frac{a(1 - e^2) sn\varphi}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi}}$$

Les dérivées des coordonnées par rapport au temps seront:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{a}{(1 - e^2 sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \left\{ cs\varphi\, csL (1 - e^2 sn^2\varphi) \frac{dL}{dt} - sn\varphi\, snL (1 - e^2) \frac{d\varphi}{dt} \right\}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{a}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\left\{cs\varphi\ snL(1-e^2sn^2\varphi)\frac{dL}{dt} + sn\varphi\ csL(1-e^2)\frac{d\varphi}{dt}\right\},$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{a(1-e^2)cs\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{d\varphi}{dt};$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\left\{cs\varphi\ csL(1-e^2sn^2\varphi)\frac{d^2L}{dt^2} - sn\varphi\ snL(1-e^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right.$$

$$-cs\varphi\ snL(1-e^2sn^2\varphi)\left(\frac{dL}{dt}\right)^2 - 2sn\varphi\ csL(1-e^2)\frac{dL}{dt}\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\left. -\frac{cs\varphi\ snL(1-e^2)(1+2e^2sn^2\varphi)}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{a}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\left\{cs\varphi\ snL(1-e^2sn^2\varphi)\frac{d^2L}{dt^2} + sn\varphi\ csL(1-e^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right.$$

$$+ cs\varphi\ csL(1-e^2sn^2\varphi)\left(\frac{dL}{dt}\right)^2 - 2sn\varphi\ snL(1-e^2)\frac{dL}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\left. + \frac{cs\varphi\ csL(1-e^2)(1+2e^2sn^2\varphi)}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\},$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\left\{cs\varphi\frac{d^2\varphi}{dt^2} - \frac{sn\varphi(1-e^2-2e^2cs^2\varphi)}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\}.$$

En introduisant les expressions obtenues des dérivées des coordonnées par rapport au temps dans les équations (II), celles-ci deviendront:

$$\frac{1}{1-e^2sn^2\varphi}\left\{sn\varphi\ cs\varphi\ snL(1-e^2sn^2\varphi)\frac{d^2L}{dt^2} + csL(1-e^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right.$$

$$+ sn\varphi\ cs\varphi\ csL(1-e^2sn^2\varphi)\left(\frac{dL}{dt}\right)^2 - 2sn^2\varphi\ snL(1-e^2)\frac{dL}{dt}\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\left. + 3e^2sn\varphi\ cs\varphi\ csL\frac{1-e^2}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\} = -\omega^2 sn\varphi\ cs\varphi\ csL;$$

$$\frac{1}{1-e^2sn^2\varphi}\Big\{sn\varphi\, cs\varphi\, csL(1-e^2sn^2\varphi)\frac{d^2L}{dt^2}-snL(1-e^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$$-sn\varphi\, cs\varphi\, snL(1-e^2sn^2\varphi)\left(\frac{dL}{dt}\right)^2-2sn^2\varphi\, csL(1-e^2)\frac{dL}{dt}\frac{d\varphi}{dt}$$

$$-3e^2sn\varphi\, cs\varphi\, snL\frac{1-e^2}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\Big\}=\omega^2sn\varphi\, cs\varphi\, snL;$$

$$\frac{a^2cs^2\varphi}{1-e^2sn^2\varphi}\frac{dL}{dt}=C.$$

En multipliant la première de ces équations par csL et la seconde par snL, et puis en soustrayant l'une de l'autre, nous aurons

$$(1-e^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}+3e^2\frac{sn\varphi\, cs\varphi(1-e^2)}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2+sn\varphi\, cs\varphi(1-e^2sn^2\varphi)\left(\frac{dL}{dt}\right)^2$$
$$-\omega^2sn\varphi\, cs\varphi(1-e^2sn^2\varphi)=0.$$

Remplaçons ici $\frac{dL}{dt}$ par sa valeur obtenue de la troisième des équations ci-dessus et divisons le tout par $(1-e^2sn^2\varphi)^3$:

$$\frac{1-e^2}{(1-e^2sn^2\varphi)^3}\frac{d^2\varphi}{dt^2}+3e^2\frac{sn\varphi\, cs\varphi(1-e^2)}{(1-e^2sn^2\varphi)^4}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2+sn\varphi\, cs\varphi\frac{C^2}{a^4cs^4\varphi}-\frac{\omega^2sn\varphi\, cs\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)^2}=0.$$

Remplaçons $\frac{C}{a^2}$ par A et représentons l'équation obtenue de manière suivante:

$$(1-e^2)\frac{1}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\frac{d\varphi}{dt}\right\}+sn\varphi\, cs\varphi\frac{A^2}{cs^4\varphi}-\frac{\omega^2sn\varphi\, cs\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)^2}=0.$$

En multipliant tous les termes de l'équation par $2\frac{d\varphi}{dt}dt$ et les intégrant, on a:

$$\frac{1-e^2}{(1-e^2sn^2\varphi)^3}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2+\frac{A^2}{cs^2\varphi}-\frac{\omega^2sn^2\varphi}{1-e^2sn^2\varphi}=B,$$

B étant une constante arbitraire.

Nous avons donc, au lieu des équations (II), les deux suivantes:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dL}{dt}&=A\frac{1-e^2sn^2\varphi}{cs^2\varphi},\\ \frac{d\varphi}{dt}&=\pm\frac{1-e^2sn^2\varphi}{\sqrt{1-e^2}}\sqrt{\omega^2sn^2\varphi-\frac{A^2}{cs^2\varphi}(1-e^2sn^2\varphi)+B(1-e^2sn^2\varphi)}\end{aligned}\right\}\text{(III)}$$

Comparant les équations obtenues aux équations du mouvement du pendule conique*), il est facile d'en remarquer la ressemblance. Nos équations en diffèrent d'abord en ce qu'elles contiennent l'excentricité des méridiens e (parce que dans notre cas le mouvement a lieu sur la surface de l'ellipsoïde de rotation), et le degré du premier terme sous le radical n'est pas le même. Le rôle de l'axe de la terre correspond à celui de la verticale. Dans le cas du pendule la force motrice est égale à $gcs\varphi$, où φ est l'angle que le pendule forme avec le plan horizontal; dans notre cas la force motrice est la projection de la force d'attraction de la terre sur le plan tangent, laquelle est égale à $\frac{a\omega^2 sn\varphi\, cs\varphi}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi}}$ et située dans le plan méridien. Les deux mouvements seront évidemment analogues lorsque $sn\varphi$ diffère peu de l'unité et que son degré n'a que peu d'importance.

Par rapport aux équations (III) remarquons que, lorsque A et B dans deux cas différents du mouvement ont la même valeur absolue, mais que A est positive dans l'un cas et négative dans l'autre, elles nous donnent la même valeur pour $\frac{d\varphi}{dt}$ dans les deux cas, et deux valeurs égales et contraires pour $\frac{dL}{dt}$. Par conséquent, ces deux mouvements ne diffèrent qu'en ce que le plan méridien mené par le mobile tourne autour de l'axe de la terre suivant l'une ou l'autre direction.

Pour obtenir les équations du mouvement relatif introduisons la variable l qui a la même signification dans le mouvement relatif que L dans le mouvement absolu, c. à d. c'est la longitude géographique du mobile; alors on a $L = l + \omega t$ et $\frac{dL}{dt} = \frac{dl}{dt} + \omega$. La latitude φ est identique dans l'un et l'autre mouvement. Ainsi pour le mouvement relatif on aura:

$$\frac{dl}{dt} = A\,\frac{1-e^2sn^2\varphi}{cs^2\varphi} - \omega; \qquad \text{(IV)}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \pm\frac{1-e^2sn^2\varphi}{\sqrt{1-e^2}}\sqrt{\omega^2sn^2\varphi - \frac{A^2}{cs^2\varphi}(1-e^2sn^2\varphi) + B(1-e^2sn^2\varphi)} \qquad \text{(V)}$$

Après avoir éliminé t de ces équations, on trouve:

$$dl = \pm\left\{A\,\frac{1-e^2sn^2\varphi}{cs^2\varphi} - \omega\right\}\frac{\sqrt{1-e^2}.\, d\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)\sqrt{\omega^2sn^2\varphi - \frac{A^2}{cs^2\varphi}(1-e^2sn^2\varphi) + B(1-e^2sn^2\varphi)}} \qquad \text{(VI)}$$

l'équation différentielle de la courbe décrite par le mobile sur la surface de la terre dans le mouvement relatif.

---

*) Durège. Theorie der elliptischen Functionen; 1868. p. 303. les équations (5) et (7).

Si l'on multiplie l'équation (IV) par le rayon du parallèle $\frac{a\,cs\,\varphi}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi}}$ et l'équation (V) par le rayon de courbure du méridien en un point situé sur le parallèle φ, $\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$, et qu'ayant élevé au carré l'une et l'autre, on fait l' addition, on aura le carré de la vitesse linéaire du mouvement relatif:

$$v^2 = a^2\frac{(1-e^2)^2}{(1-e^2sn^2\varphi)^3}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \frac{a^2cs^2\varphi}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 = a^2\left\{\omega^2 + A^2e^2 - 2A\omega + B(1-e^2)\right\} \quad \text{(VII)}$$

Il résulte de là que v est constante.

Si, après avoir trouvé les composantes de la vitesse linéaire suivant le méridien et le parallèle, on prend le rapport de la dernière composante à la première, on obtient *tang* de l'angle que forme la tangente à la trajectoire du mobile dans le mouvement relatif avec le méridien. La tangente trigonométrique obtenue peut avoir pour la même latitude φ des signes différents parce que $\frac{dl}{dt}$ a toujours la même valeur et le même signe pour la même valeur de φ, mais $\frac{d\varphi}{dt}$ peut avoir les signes différents: ainsi les tangentes à la courbe en un point situé sur quelque parallèle φ, forment avec le méridien ou les angles égaux, ou les angles qui se complétent l'un l'autre jusqu'à π.

Quant à la position de la normale principale à la trajectoire du mobile (c. à d. à son angle avec le plan tangent à la terre), et à la valeur du rayon de courbure de la trajectoire r, on peut les déterminer facilement, en ayant égard aux relations entre r et ρ, r et R, à savoir: $r = \rho\,cs\chi$, $r = R sn\chi$, ρ étant le rayon de courbure de la projection de la courbe sur le plan tangent à la terre, R étant le rayon de courbure de la section normale menée par la tangente à la trajectoire. Les valeurs de ρ et de R ont été données dans notre introduction.

Avant de commencer l'analyse des équations (IV), (V) et (VI), trouvons l'expression de la pression du mobile sur la surface de la terre. Pour cela faisons usage de la troisième des équations (I):

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \lambda_1\frac{df}{dz} = (N-g)\frac{\frac{df}{dz}}{\sqrt{\left(\frac{df}{dx}\right)^2 + \left(\frac{df}{dy}\right)^2 + \left(\frac{df}{dz}\right)^2}} = (N-g)\;sn\varphi$$

En remplaçant ici $\frac{d^2z}{dt^2}$ par son expression en fonction de φ et l, on a

$$\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\left\{cs\varphi\frac{d^2\varphi}{dt^2}-\frac{sn\varphi(1-e^2-2e^2cs^2\varphi)}{1-e^2sn^2\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\}=(N-g)sn\varphi;$$

d'où

$$N=g+\frac{a}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi}}\left\{\omega^2cs2\varphi+\omega^2e^2sn^4\varphi-B(1-e^2sn^2\varphi)^2\right\} \qquad \text{(VIII)}$$

Il en résulte que la pression du mobile n'est pas égale au poids et qu'en général elle est variable.

$\frac{d\varphi}{dt}$ est exprimé, comme on le voit de l'équation (V), par un radical dont la valeur, pour φ variant de zéro à $\frac{\pi}{2}$, peut être réelle ou imaginaire; c'est pourquoi la latitude φ du mobile peut varier seulement entre les limites déterminées, entre lesquelles $\frac{d\varphi}{dt}$ conserve une valeur réelle, c. à d. le polynôme sous le radical a une valeur positive. Il résulte de là que φ oscille périodiquement entre lesdites limites, tantôt en croissant, tantôt en décroissant, comme le montrent les deux signes du radical. Egalant au zéro le polynôme sous le radical:

$$\omega^2sn^2\varphi-\frac{A^2}{cs^2\varphi}(1-e^2sn^2\varphi)+B(1-e^2sn^2\varphi)=0, \qquad \text{(IX)}$$

on en aura les valeurs limites de φ, correspondant à $\frac{d\varphi}{dt}=0$; ce sont les racines de cette équation qui seront les valeurs limites cherchées.

Cette équation résolue par rapport à $sn\varphi$ donne:

$$sn\varphi=\pm\sqrt{\frac{\omega^2+A^2e^2-B(1+e^2)\pm\sqrt{\{\omega^2+A^2e^2-B(1+e^2)\}^2+4(\omega^2-Be^2)(B-A^2)}}{2(\omega^2-Be^2)}} \qquad \text{(X)}$$

Ainsi pour φ nous avons quatre valeurs dont les deux ne diffèrent des deux autres que par le signe. Il est possible maintenant: 1° que toutes les quatre racines de l'équation (IX) seront réelles et finies; 2° que deux racines seront réelles et finies et les deux autres nulles; 3° que deux racines seront réelles et les deux autres imaginaires.

Il est facile de reconnaître les conditions de ces trois cas d'après la formule elle-même (X) et l'équation (V) représentée sous cette forme:

$$\frac{d\varphi}{dt}=\pm\frac{1-e^2sn^2\varphi}{\sqrt{1-e^2}}\sqrt{\omega^2sn^2\varphi-A^2tang^2\varphi(1-e^2sn^2\varphi)+(B-A^2)(1-e^2sn^2\varphi)}. \qquad (V_1)$$

Soit ω^2-Be^2 une valeur positive. Toutes les quatre racines seront réelles pour $B-A^2<0$, parce qu'alors on aura $B<\omega^2$ et, par conséquent, la somme des termes qui

sont sous le radical extérieur est positive et plus grande que le radical intérieur qui est moindre que $\omega^2 - Be^2 - (A^2e^2 - B)$; de cette dernière remarque il résulte que le numérateur sous le radical est moindre que $2(\omega^2 - Be^2)$, c. à d. $sn\varphi$ est moindre que l'unité et l'arc φ, par conséquent, est réel.

Deux racines sont nulles et les deux autres réelles, finies et < 1, lorsque $B - A^2 = 0$.

Deux racines seront réelles et moindres que l'unité et les deux autres imaginaires, pour $B - A^2 > 0$, parce que le radical intérieur est alors plus grand que la somme des termes qui sont sous le seul radical extérieur et, par conséquent, on a une valeur négative sous le radical extérieur ou une valeur imaginaire pour $sn\varphi$, si l'on prend le radical intérieur avec le signe négatif, et une valeur > 0 et < 1 si l'on prend le radical intérieur avec le signe positif.

Soit $\omega^2 - Be^2$ une valeur négative. $B - A^2$ peut alors être uniquement positive ce que fait voir l'équation (V); dans ce cas le radical intérieur est moindre que la somme des termes qui sont sous le seul radical extérieur; cette somme est négative, de même que le dénominateur. Nous avons donc pour $sn\varphi$ toujours une valeur réelle; mais celle-ci est plus grande que l'unité et, par conséquent, φ est une valeur imaginaire, si l'on prend le radical intérieur avec le signe négatif, parce que dans ce cas le radical intérieur est plus grand que $\omega^2 - Be^2 - (A^2e^2 - B)$. Il est évident que ce cas qui donne deux valeurs imaginaires pour φ, doit être joint au dernier des cas précédents qui est caractérisé par la même condition $B - A^2 > 0$.

Dans le premier cas, $B - A^2 < 0$, lorsque toutes les racines sont réelles et qu'elles diffèrent de zéro, $\frac{d\varphi}{dt}$ est une valeur réelle, si φ varie d'une racine positive vers l'autre aussi positive, ou d'une racine négative vers l'autre aussi négative, c. à d. le mobile reste tout le temps entre deux parallèles situés du même côté de l'équateur et ne peut pas traverser ce dernier.

Dans le second cas, $B - A^2 = 0$, lorsque toutes les racines sont réelles mais que deux d'entre elles sont nulles, $\frac{d\varphi}{dt}$ est une valeur réelle si φ varie entre la racine positive et zéro, ou entre la racine négative et zéro, c. à d. la trajectoire du mobile est située toute entière entre l'équateur et un parallèle qui se trouve sur l'un ou l'autre côté de l'équateur; dans ce cas aussi, le mobile ne peut pas, traverser l'équateur, parce que $\frac{d\varphi}{dt}$ est nulle pour $\varphi = 0$.

Dans le troisième cas, $B - A^2 > 0$, lorsque deux racines sont réelles et les deux autres imaginaires, $\frac{d\varphi}{dt}$ est une valeur réelle si φ varie entre la racine positive et la négative, c. à d. le mobile oscille entre des parallèles situés symmétriquement de deux côtés de l'équateur.

Lorsque toutes les quatre racines sont imaginaires ou nulles, ou que deux d'entre elles sont imaginaires et les deux autres nulles, ça fait voir que les données initiales sont impossibles, ou que le mobile reste toujours sur l'équateur; nous laissons de côté ces cas.

Après avoir intégré les équations (IV), (V) et (VI), on aura en général des intégrales elliptiques de la troisième espèce. Les transformations préliminaires qui sont ici nécessaires, seront essentiellement différentes selon les racines du polynôme qui figure sous le radical dans les équations (V) et (VI). C'est pourquoi la recherche ultérieure doit être divisée en trois parties selon les trois cas indiqués: 1° toutes les racines sont réelles, ou le mobile ne peut pas traverser l'équateur; 2° deux racines sont nulles, ou le mobile peut parvenir à l'équateur, mais non pas le traverser; 3° deux racines sont réelles et deux autres imaginaires, ou le mobile traverse l'équateur.

§ 2.

Discutons d'abord le premier cas et considérons le mouvement dans l'hémisphère septentrional.

Soient φ_1 et φ_2 les parallèles limites, et soit $\varphi_1 > \varphi_2$. Si A et B sont connues on trouve φ_1 et φ_2 au moyen de l'équation (X); le signe $+$ correspond à φ_1 et le signe $-$ à φ_2. Réciproquement, si φ_1 et φ_2 sont connues, on peut déterminer A et B en fonction de φ_1 et φ_2, en remplaçant φ dans l'équation (IX) par φ_1 et φ_2. Ainsi on a:

$$\left.\begin{aligned} A &= \pm \frac{\omega cs\varphi_1 . cs\varphi_2}{\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}; \\ B &= \omega^2\frac{cs^2\varphi_1 - sn^2\varphi_2(1-e^2sn^2\varphi_1)}{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)} = \omega^2\frac{cs^2\varphi_2 - sn^2\varphi_1(1-e^2sn^2\varphi_2)}{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^9\varphi_2)} \end{aligned}\right\} \quad \text{(XI)}$$

Si l'on substitue ces expressions de A et B dans l'équation (VII), on aura

$$v = a\omega\left\{\frac{cs\varphi_2}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_2}} \mp \frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right\} \quad \text{(XII)}$$

Dans les expressions de A et de v, on doit prendre simultanément les deux signes supérieurs, ou les deux inférieurs.

Donc, si l'on connait φ_1 et φ_2, on aura toutes les données nécessaires pour déterminer le mouvement. Mais à chaque paire de valeurs de φ_1 et φ_2 correspondent deux mouvements de différente espèce. Analytiquement ils ne diffèrent l'un de l'autre que par le signe de A; le signe de A dépend de la direction suivant laquelle tourne le plan méridien mené par le mobile, dans le mouvement absolu; A étant positive, cette rotation du plan méridien du mobile se fait dans le même sens que la rotation de la terre; A étant négative, celle-là se fait dans le sens contraire. Par conséquent, ces deux espèces de mouvement relatif correspondent à deux mouvements absolus qui ne diffèrent l'un de l'autre que par la direction de la rotation du plan méridien du mobile. Si la rotation de la terre avait changé sa direction, les trajectoires des mouvements relatifs seraient les mêmes, mais elles correspondraient aux mouvements absolus inverses et seraient parcourues en sens contraire.

L'équation (XII) montre que dans le cas donné de mouvement v ne peut pas être plus grand que $2a\omega$. Ensuite, il est facile de voir que, si φ_2 est une valeur donnée et que φ_1 varie entre φ_2 et $\frac{\pi}{2}$, v est toujours compris entre zéro et $\frac{2a\omega\, cs\,\varphi_2}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi_2}}$.

Si, dans l'équation (IV), on substitue à A son expression (XI), il viendra

$$\frac{dl}{dt} = \pm\, \omega \frac{cs\varphi_1 cs\varphi_2}{cs^2\varphi} \frac{1-e^2sn^2\varphi}{\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}} - \omega \qquad \text{(XIII)}$$

Il en résulte que, A ayant une valeur négative, $\frac{dl}{dt}$ conserve tout le temps une valeur négative et sa valeur absolue est plus grande que ω; donc, le temps croissant, la longitude décroit constamment. A étant une valeur positive, $\frac{dl}{dt}$ change de signe; pendant le mouvement, donc l ira tantôt en croîssant, tantôt en diminuant.

Lorsque le mobile passe par le parallèle φ_3 qui satisfait à la condition

$$\frac{cs\varphi_3}{1 - e^2sn^2\varphi_3} = \frac{cs\varphi_1 cs\varphi_2}{\sqrt{(1 - e^2sn^2\varphi_1)(1 - e^2sn^2\varphi_2)}},$$

$\frac{dl}{dt}$ devient égale à -2ω si l'on a A négative et $\frac{dl}{dt}$ s'annule c. à d. le mobile se meut, dans cet instant, suivant le méridien, si l'on a A positive.

Si φ_1 tend vers φ_2, $\frac{dl}{dt}$ tend vers le zéro pour le signe supérieur, et vers -2ω pour l'inférieur, c. à d. dans le premier cas on a pour limite un repos relatif, dans le second

cas—le mouvement suivant le parallèle de l'est vers l'ouest avec la vitesse constante
$v = \frac{2a\omega\, cs\varphi}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi}}$.

A étant nul ou $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, c. à d. la trajectoire passant par le pôle, $\frac{dl}{dt}$ est toujours égal à $-\omega$, excepté le cas $\varphi = \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ lorsque l'on a $\frac{dl}{dt} = \pm\infty$.

On peut comprendre le sens de cette expression indéterminée, en ayant égard à ce que, pendant le passage du mobile par le pôle, sa longitude varie, au bout d'un temps infiniment petit, d'une valeur finie $\pm\pi$. Maintenant on a le seul mouvement correspondant à φ_1 et φ_2 dont la vitesse relative v est égale à $\frac{a\omega\, cs\varphi_2}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi_2}}$.

En considérant les équations du mouvement absolu (III), on peut voir que pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ la première nous donne $\frac{dL}{dt} = 0$, excepté le cas $\varphi = \frac{\pi}{2}$ où l'on a $\frac{dL}{dt} = \pm\infty$; par conséquent, si l'on a $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, le mobile reste tout le temps du mouvement dans le même plan méridien fixe; l'expression indéterminée, lorsque l'on a $\varphi = \frac{\pi}{2}$, peut être expliquée, de même que dans le mouvement relatif. Donc dans ce cas le mobile se meut de la manière analogue à l'oscillation du pendule simple dans un plan. Il est clair que, pendant le passage du mobile par le pôle, la vitesse absolue est la même que la vitesse relative.

De ce que nous venons de dire on peut tirer la conclusion intéressante qui caractérise la relation entre la force d'attraction de la terre, la forme de la terre et la vitesse de sa rotation; savoir: si un point situé en repos relatif sur une parallèle φ_2 perdait toute sa vitesse absolue ou, ce qui est la même chose, recevait la vitesse relative égale à celle-là et dirigée de l'est vers l'ouest, il commencerait le mouvement vers le pôle et passerait par celui-ci avec une vitesse égale à celle perdue, c. à d. à $\frac{a\omega\, cs\varphi_2}{\sqrt{1 - e^2 sn^2\varphi_2}}$.

Le pendule conique a la même propriété seulement lorsque l'angle d'écart de la verticale reste très petit. Dans ce cas, le pendule dévié de l'angle α passe par sa position d'équilibre avec la vitesse égale à $\alpha\sqrt{gl}$ et il doit avoir la même vitesse pour décrire un cône circulaire, en faisant constamment avec la verticale l'angle α.

Revenons aux équations (V) et (VI) et, après avoir fait quelques transformations, intégrons les premiers membres et indiquons seulement l'intégration des seconds membres:

$$t - t_0 = \pm\sqrt{1 - e^2}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{(1 - e^2 sn^2\varphi)R}, \qquad \text{(XV)}$$

$$l - l_0 = \pm \sqrt{1-e^2}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\left\{\frac{A}{cs^2\varphi} - \frac{\omega}{1-e^2 sn^2\varphi}\right\}\frac{dsn\varphi}{R}. \qquad \text{(XVI)}$$

où est $R^2 = -(\omega^2 - Be^2)sn^4\varphi + [\omega^2 + A^2e^2 - B(1+e^2)]sn^2\varphi + B - A^2$; φ_0, l_0, t_0, φ, l, t sont valeurs correspondantes initiales et finales.

L'équation $R^2=0$ résolue par rapport à $sn\varphi$, a quatre racines: $sn\varphi_1$, $sn\varphi_2$, $-sn\varphi_1$, $-sn\varphi_2$; supposons que l'on ait $sn\varphi_1 > sn\varphi_2$.

Pour produire d'autres transformations, faisons usage des formules données par M. Durège *):

$$\frac{x-p}{x-q} = -\sqrt{\frac{(p-\pi)(p-\varkappa)}{(q-\pi)(q-\varkappa)}}\cdot\frac{1-z}{1+z}; \quad \frac{x-\pi}{x-\varkappa} = -\sqrt{\frac{(p-\pi)(q-\pi)}{(p-\varkappa)(q-\varkappa)}}\cdot\frac{1-kz}{1+kz};$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A'(x-p)(x-q)(x-\pi)(x-\varkappa)}} = +\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{A'(p-q)(\pi-\varkappa)}}\cdot\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}};$$

$$\frac{1-k}{1+k} = +\sqrt{\frac{(p-\pi)(q-\varkappa)}{(p-\varkappa)(q-\pi)}}.$$

On y suppose que l'ancienne variable x et la nouvelle z augmentent et diminuent simultanément de manière que les valeurs de z: $+\frac{1}{k}, +1, -1, -\frac{1}{k}$, correspondent à celles de x: π, p, q, $\varkappa$.

Dans notre cas: $x = sn\varphi$, $\pi = -sn\varphi_1$, $p = sn\varphi_1$, $q = sn\varphi_2$, $\varkappa = -sn\varphi_2$, $A' = -(\omega^2 - Be^2)$; z est la nouvelle variable, k — le module.

En substituant ces valeurs dans les formules ci-dessus, on a

$$\left.\begin{aligned}
k &= \left\{\frac{\sqrt{sn\varphi_1} - \sqrt{sn\varphi_2}}{\sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2}}\right\}^2;\\
sn\varphi &= \sqrt{sn\varphi_1\, sn\varphi_2}\,\frac{\sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2} + (\sqrt{sn\varphi_1} - \sqrt{sn\varphi_2})z}{\sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2} - (\sqrt{sn\varphi_1} - \sqrt{sn\varphi_2})z};\\
z &= \frac{\sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2}}{\sqrt{sn\varphi_1} - \sqrt{sn\varphi_2}}\cdot\frac{sn\varphi - \sqrt{sn\varphi_1\, sn\varphi_2}}{sn\varphi + \sqrt{sn\varphi_1\, sn\varphi_2}};\\
\frac{dsn\varphi}{R} &= \frac{2dz}{(\sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2})^2\sqrt{\omega^2 - Be^2}\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}.
\end{aligned}\right\} \quad \text{(XVII)}$$

*) Durège. Theorie d. elliptischen Functionen 1868 p. 50.

Ensuite, posant, pour abréger:

$$\sqrt{sn\varphi_1 \; sn\varphi_2} = b, \; \sqrt{sn\varphi_1} + \sqrt{sn\varphi_2} = c, \; \sqrt{sn\varphi_1} - \sqrt{sn\varphi_2} = \partial,$$

et ayant égard aux équations que nous venons d'obtenir, on a des équations (XV) et (XVI):

$$t - t_0 = \pm \frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2\sqrt{\omega^2 - Be^2}} \int_{z_0}^{z} \frac{dz}{\left\{1 - e^2b^2\left(\frac{c+\partial z}{c-\partial z}\right)^2\right\}\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}$$

$$l - l_0 = \pm \frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2\sqrt{\omega^2 - Be^2}} \int_{z_0}^{z} \left\{\frac{A}{1 - b^2\left(\frac{c+\partial z}{c-\partial z}\right)^2} - \frac{\omega}{1 - e^2b^2\left(\frac{c+\partial z}{c-\partial z}\right)^2}\right\} \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}.$$

z et z_0 correspondent à φ et φ_0.

Ici encore on a le signe double parce que, t croissant, la variable z tantôt croît, tantôt décroît, de même que φ; à la variation de φ de φ_1 à φ_2 correspond celle de z de $+1$ à -1 et vice-versà.

Au lieu de z prenons, comme on le fait ordinairement, une autre variable angulaire ψ qui satisfasse à la condition $z = sn\psi$. Il est facile de voir dans les formules (XVII) que les valeurs correspondantes de ψ et φ seront:

$$\psi = \ldots 0 \ldots \frac{\pi}{2} \ldots \pi \ldots \frac{3\pi}{2} \ldots 2\pi \ldots$$

$$\varphi = \ldots \varphi_4 \ldots \varphi_1 \ldots \varphi_4 \ldots \varphi_2 \ldots \varphi_4 \ldots$$

La latitude φ_4 satisfait à l'égalité

$$sn\varphi_4 = \sqrt{sn\varphi_1 \; sn\varphi_2}.$$

On peut voir de là que, lorsque le temps croît et que φ varie de φ_1 à φ_2 et à l'inverse, ψ peut être regardée comme valeur successivement croissante; donc après avoir introduit ψ au lieu de z, on n'a que le signe $+$:

$$t - t_0 = \frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2\sqrt{\omega^2 - Be^2}} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\left\{1 - e^2b^2\left(\frac{c+\partial sn\psi}{c-\partial sn\psi}\right)^2\right\}\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}, \qquad \text{(XVIII)}$$

$$l - l_0 = \frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2\sqrt{\omega^2 - Be^2}} \int_{\psi_0}^{\psi} \left\{\frac{A}{1 - b^2\left(\frac{c+\partial sn\psi}{c-\partial sn\psi}\right)^2} - \frac{\omega}{1 - e^2b^2\left(\frac{c+\partial sn\psi}{c-\partial sn\psi}\right)^2}\right\} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}; \qquad \text{(XIX)}$$

ψ et ψ_0 correspondent à t et t_0.

On peut voir facilement que, dans les équations précédentes, les intégrales prises de $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ à $\psi = \frac{3\pi}{2}$ ont les mêmes valeurs que celles prises de $\psi_0 = \frac{3\pi}{2}$ à $\psi = \frac{5\pi}{2}$ etc., c. à d. la trajectoire du mobile se divise en parties égales dans les points correspondant à $\psi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \ldots$, ou à $\varphi = \varphi_1$ et $\varphi = \varphi_2$. Appelons „tour du mobile“ ou „tour de la trajectoire“ une partie de la trajectoire parcourue par le mobile pendant que ψ varie de 2π. Il est évident que $\psi - \psi_0$ étant égale à 2π, la valeur de nos intégrales ne dépend pas de ψ_0. Les valeurs $t_{\psi_0 + 2\pi} - t_{\psi_0}$ et $l_{\psi_0 + 2\pi} - l_{\psi_0}$ ne dépendent donc pas de ψ_0. Par conséquent, la différence des longitudes de deux points correspondants situés sur la même parallèle et appartenant à deux tours successifs de la trajectoire, est une valeur constante.

Dans ce qui va suivre nous nous bornons à une approximation qui est tout à fait suffisante pour faire connaître le mouvement dont il s'agit. Transformons les équations (XVIII) et (XIX) pour le cas où k^2 est si petit qu'on le puisse supposer nul sans commettre une erreur sensible. Ce cas a lieu, en effet, si φ_1 et φ_2 ne sont pas trop petites et qu'elles ne diffèrent l'une de l'autre que peu.

Le tableau suivant contient les valeurs de $lg\, k^2$ pour les valeurs diverses de φ_1 et φ.

v^m	φ_1	φ_2	$lg\ k^2$
10^m	11°59′,8	1° 0′	9.0035388—10
1^m	3°54′,4	1° 0′	8.0630924—10
9^m,9606	32°23′,1	30° 0′	2,9421012—10
1^m	30°14′,8	30° 0′	9.0672820—20
169^m,399	70° 0′	45° 0′	5,404376 —10
328^m,489	90° 0′	45° 0′	5,7465956—10
231^m,948	90° 0′	60° 0′	4,222560 —10

lg désigne le logarithme vulgaire.

La première colonne donne la vitesse en une seconde de temps sidéral; pour la calculer on a fait usage de la formule (XII) avec le signe supérieur.

Quant à l'erreur que l'on fait dans les valeurs de $l - l_0$ et $t - t_0$, supposant $k^2 = 0$, on peut de la manière suivante déterminer la limite que cette erreur ne dépasse pas. En posant $k^2 = 0$, on diminue les valeurs de tous les éléments de l'intégrale dans la formule (XVIII);

cette diminution est la plus grande pour les éléments ayant $sn^2\psi=1$. Si tous les éléments d'intégrale avaient le facteur $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$ ou $1+\frac{k^2}{2}$ au lieu de $\frac{1}{\sqrt{1-k^2 sn^2\psi}}$, on ferait, en posant $k^2=0$, une erreur plus grande; par conséquent, le produit $\frac{k^2}{2}(t-t_0)$ nous donne la limite cherchée pour l'erreur de $t-t_0$. Dans l'équation (XIX) les deux termes sous l'intégrale, le positif et le négatif, se changent dans le même sens, si l'on suppose $k^2=0$; c'est pourquoi l'erreur de la différence sera toujours bien moindre que l'erreur du plus grand terme; donc le plus grand terme sous l'intégrale multiplié par $\frac{k^2}{2}$ peut être pris pour limite cherchée de l'erreur de $l-l_0$. Quant aux valeurs numériques de ces erreurs pour les différents cas, on les trouve dans les exemples ajoutés à la fin.

Après avoir posé $k^2=0$, nos intrégrales ne sont plus elliptiques.

Au moyen de quelques transformations simples, on ramène les équations (XVIII) et (XIX) à la forme:

$$t-t_0=\frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2(1-e^2b^2)\sqrt{\omega^2-Be^2}}\int_{\psi_0}^{\psi} d\psi\left\{1+\frac{4e^2b^2c\, sn\psi}{\partial(1-e^2b^2)\left\{sn^2\psi-\frac{2c(1+e^2b^2)}{\partial(1-e^2b^2)}sn\psi+\frac{c^2}{\partial^2}\right\}}\right\},$$

$$l-l_0=\frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2\sqrt{\omega^2-Be^2}}\int_{\psi_0}^{\psi} d\psi\left[\frac{A}{1-b^2}\left\{1+\frac{4b^2c\, sn\psi}{\partial(1-b^2)\left\{sn^2\psi-\frac{2c(1+b^2)}{\partial(1-b^2)}sn\psi+\frac{c^2}{\partial^2}\right\}}\right\}\right.$$
$$\left.-\frac{\omega}{1-e^2b^2}\left\{1+\frac{4e^2b^2c\, sn\psi}{\partial(1-e^2b^2)\left\{sn^2\psi-\frac{2c(1+e^2b^2)}{\partial(1-e^2b^2)}sn\psi+\frac{c^2}{\partial^2}\right\}}\right\}\right].$$

En intégrant ces expressions, on a

$$t-t_0=\frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^2(1-e^2b^2)\sqrt{\omega^2-Be^2}}\left\{\psi+2eb\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1+eb)}{c(1-eb)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}\right\}\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1-eb)}{c(1+eb)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\right\}\right]\right\}_{\psi_0}^{\psi}, \qquad \text{(XX)}$$

$$l-l_0=\frac{2\sqrt{1-e^2}}{c^3\sqrt{\omega^2-Be^2}}\left\{\frac{A}{1-b^2}\left[\psi+2b\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+b}{1-b}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1+b)}{c(1-b)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+b}{1-b}\right)^2}}\right\}\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-b}{1+b}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1-b)}{c(1+b)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-b}{1+b}\right)^2}}\right\}\right)\right]$$

$$-\frac{\omega}{1-e^2b^2}\left[\psi+2eb\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1+eb)}{c(1-eb)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}\right\}\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\,arc.\,tg\left\{\frac{tg\frac{\psi}{2}-\frac{\partial(1-eb)}{c(1+eb)}}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\right\}\right)\right]\right\}_{\psi_0}^{\psi}. \qquad \text{(XXI)}$$

Posant $\psi_0=0$ et $\psi=2\pi$, on trouve la durée d'un tour du mobile et la variation de la longitude géographique du mobile après un tour. Après avoir remplacé A et B par les expressions (XI), il viendra

$$T=\frac{4\pi\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}{\omega c^2(1-e^2b^2)}\left\{1+eb\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\right]\right\}$$

$$=\tau.\frac{2\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}{c^2(1-e^2b^2)}\left\{1+eb\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\right)\right\}, \qquad \text{(XXII)}$$

$$l_{\psi_0+2\pi}-l_{\psi_0}=\frac{4\pi\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}{c^2}\left\{\frac{\pm cs\varphi_1.cs\varphi_2}{(1-b^2)\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}\left[1\right.\right.$$

$$\left.+b\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+b}{1-b}\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-b}{1+b}\right)^2}}\right)\right]$$

$$\left.-\frac{1}{1-e^2b^2}\left[1+eb\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+eb}{1-eb}\right)^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-eb}{1+eb}\right)^2}}\right)\right]\right\}, \qquad \text{(XXIII)}$$

où T est la durée d'un tour du mobile, τ—l'intervalle de 24 heures de temps sidéral.

Puisque dans l'équation (XXII) on n'a qu'un signe, la durée d'un tour, en cas de l'une et de l'autre espèce de mouvement entre φ_1 et φ_2, est la même; c'est ce que l'on devait attendre, en ayant égard à ce que nous avons dit plus haut sur la différence des deux espèces de mouvement.

La valeur de $l_{\psi_0+2\pi}-l_{\psi_0}$ que donne l'équation (XXIII), est toujours négative, tant pour le signe supérieur de A que pour le signe inférieur: elle est plus grande que 2π dans le cas du signe inférieur. C'est ce qu'on pouvait prévoir, en tenant compte de ce que le rayon de courbure de la projection de la courbe sur le plan tangent est plus grand dans les parties de la courbe plus proches de l'équateur que dans les parties de la courbe plus éloignées de l'équateur. Cette considération a plus d'importance dans le voisinage de l'équateur où nos équations (XXII) et (XXIII) ne sont pas suffisantes.

Si φ_1 et φ_2 s'approchent l'une de l'autre tellement que non seulement k^2, mais aussi k sont à peu près nuls, on peut, en prenant au lieu de φ_1 et φ_2 une valeur moyenne φ' dont le sinus est compris entre

$$\frac{sn\varphi_1+sn\varphi_2}{2} \quad \text{et} \quad \sqrt{sn\varphi_1\, sn\varphi_2},$$

ramener les équations (XXII) et (XXIII), la dernière en cas du signe inférieur, à la forme:

$$T=\frac{\tau}{2sn\varphi'}, \tag{XXIV}$$

$$l_{\psi_0+2\pi}-l_{\psi_0}=-\frac{2\pi}{sn\varphi'}. \tag{XXV}$$

L'équation (XXIII) donne pour le signe supérieur une valeur qui, $\varphi_1-\varphi_2$ décroissant, tend rapidement vers zéro, c. à d. chaque tour de la trajectoire tend dans sa forme vers une courbe fermée, à savoir un cercle.

On voit de l'équation (XXIV) que l'on peut prendre la durée d'un tour T pour une valeur indépendante de la vitesse de mouvement, si $\varphi_1-\varphi_2$ ou, ce qui est la même chose pour le signe supérieur, la vitesse v est si petite que l'on peut considérer la latitude du mobile pour tout le temps de mouvement comme valeur constante. Cette durée d'un tour T la moitié de celle d'une rotation du plan d'oscillation du pendule dans l'expérience de Foucault.

Il résulte aussi de l'équation (XXIV) que la plus courte durée d'un tour du mobile est égale à 12 heures de temps sidéral. Si, φ_2 ayant une valeur donnée, φ_1 varie de φ_2 à $\frac{\pi}{2}$, la durée d'un tour T reste tout le temps entre les limites $\frac{\tau}{2sn\varphi_2}$ et $\frac{\tau}{2}$.

φ_1 tendant vers φ_2, la valeur de $l_{2\pi} - l_0$ tend vers les limites 0 et $-\frac{2\pi}{sn\varphi_2}$; et si, φ_2 étant constante, on augmente φ_1 de φ_2 à $\frac{\pi}{2}$, $l_{2\pi} - l_0$ croît en valeur absolue en cas du signe supérieur et décroît en cas du signe inférieur; la différence entre les valeurs de $l_{2\pi} - l_0$ qui correspondent aux différents signes, diminue donc et a la valeur la plus petite 2π pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$. Dans ce dernier cas, deux espèces de mouvements se confondent. Si l'on suppose que la longitude du mobile varie de $+\pi$ pendant le passage par le pôle, on a la première espèce de mouvement; et, si l'on suppose que la longitude du mobile varie de $-\pi$, on a la seconde espèce de mouvement.

Quand φ_2 varie de $\frac{\pi}{2}$ jusqu'à une valeur aussi petite que l'on veut, $l_{2\pi} - l_0$ passe par toutes les valeurs depuis zéro jusqu'à une valeur aussi grande que l'on veut.

Si l'on a $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, l'équation (XXIII) devient indéterminée; à savoir, l'expression $\frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1 - \frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+b}{1-b}\right)^2}}$ que l'on obtient après avoir ouvert la parenthèse intérieure, se réduit pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ à la forme $\frac{0}{0}$. Après avoir éliminé cette expression indéterminée, on a

$$l_{\psi_0 + 2\pi} - l_{\psi_0} = \pm \frac{4\pi\sqrt[4]{sn\varphi_2}\sqrt{1+sn\varphi_2}}{\sqrt{2}\,.(1+\sqrt{sn\varphi_2})^2} - \frac{4\pi\sqrt{1-e^2}\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_2}}{(1+\sqrt{sn\varphi_2})^2(1-e^2sn\varphi_2)}\Bigg\{1$$

$$+ e\sqrt{sn\varphi_2}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1+e\sqrt{sn\varphi_2}}{1-e\sqrt{sn\varphi_2}}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\partial^2}{c^2}\left(\frac{1-e\sqrt{sn\varphi_2}}{1+e\sqrt{sn\varphi_2}}\right)^2}}\right)\Bigg\}. \qquad \text{(XXVI)}$$

Le terme au double signe n'est égal exactement à $\pm\pi$ que pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; c'est notre supposition $k^2 = 0$ qui produit cette différence. Mais celle-ci, comme on l'a vu plus haut, est toujours moindre que $\frac{k^2}{2}\pi$; ainsi pour $\varphi_2 = 45°$ le terme dont il s'agit diffère de $\pm\pi$ moins que de $-0{,}0000277\,\pi$ ou $-$ 17″,95. Quand φ_2 croît, cette différence diminue rapidement.

En ayant égard à tout ce que nous avons dit sur les variations de T et de $l_{2\pi} - l_0$, il est facile de voir que $L_{2\pi} - L_0$ qui est égale au terme avec le signe double de l'expres-

sion de $l_{2\pi}—l_0$, est toujours une valeur plus grande que $\pm\pi$, et n'est **égale** à $\pm\pi$ que pour $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$. La propriété analogue a lieu, comme on le sait, aussi pour le pendule.

Pour $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$ l'équation (XXIV) peut être représentée sous une autre forme. Dans ce cas, $sn\varphi'$ est compris entre $\frac{1+sn\varphi_2}{2}$ et $\sqrt{sn\varphi_2}$. Posant $\frac{\pi}{2}-\varphi_2=\alpha$, on a $sn^2\varphi_2=1-sn^2\alpha=1-\alpha^2$, ou $sn\varphi_2=1-\frac{\alpha^2}{2}$ parce que α est une valeur très petite; $sn\varphi'$ peut donc être remplacé par $1-\frac{\alpha^2}{4}$. En substituant cette valeur à $sn\varphi'$ dans l'équation (XXIV), il viendra:

$$T=\frac{\tau}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{4}\right). \qquad \text{(XXVII)}$$

Les oscillations du mobile sont donc, dans ce cas, à peu près autant isochrones que celles du pendule dans les conditions analogues.

Le tableau suivant donne T, la durée d'une oscillation du mobile qui passe par le pôle et s'en écarte jusqu'à la latitude φ_2.

φ_2	T
Auprès du pôle	$12^h\ 0^m\ 0^s$
89^0	$12^h\ 0^m\ 3^s,29$
60^0	$12^h\ 54^m\ 25^s,0$
45^0	$14^h\ 9^m\ 42^s,6$

Les deux derniers de ces exemples sont calculés d'après la formule (XXII).

Pour avoir la valeur de la pression, il faut substituer, dans la formule (VIII), à B sa valeur (XI); alors on a

$$N=g+a\omega^2(1-e^2sn^2\varphi)^{\frac{3}{2}}\left\{\frac{1-2sn^2\varphi+e^2sn^4\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)^2}-\frac{1-(sn^2\varphi_1+sn^2\varphi_2)+e^2sn^2\varphi_1 sn^2\varphi_2}{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}\right\}.$$

Puisque aucun terme de cette expression ne contient le double signe, il est évident que la pression a la même valeur pour les deux espèces de mouvement du mobile entre les parallèles φ_1 et φ_2.

Pour le mouvement suivant le parallèle de E à W la pression est constante, égale au poids du mobile.

φ variant de φ_2 à φ_1 et à l'inverse, c. à d. pendant chaque tour, la pression N sera comprise entre telles limites

$$g+\frac{a\omega^2}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\frac{(1-e^2)(sn^2\varphi_1-sn^2\varphi_2)}{\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}>N>g$$

$$-\frac{a\omega^2}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_2}}\frac{(1-e^2)(sn^2\varphi_1-sn^2\varphi_2)}{\sqrt{(1-e^2sn^2\varphi_1)(1-e^2sn^2\varphi_2)}}.$$

Dans le mouvement dans l'hémisphère méridional la variation de la latitude, et de la longitude du mobile se passe de même que dans l'hémisphère septentrional, parce que les équations différentielles du mouvement (IV) et (V) ne dépendent que du second dégré de $sn\varphi$. Les mouvements dans l'hémisphère méridional et septentrional que nous donnent les équations (IV) et (V), se passent symétriquement par rapport à l'équateur comme si le mobile dans l'hémisphère méridional était l'image virtuelle d'un mobile situé dans l'hémisphère septentrional, le plan de l'équateur étant la surface de réflexion d'un miroir.

§ 3.

Discutons maintenant le second cas de mouvement quand l'équateur est l'une des parallèles limites. Dans ce cas les racines de l'équation (IX) seront ± 0 et $\pm sn\varphi_1$; φ_2 s'annulant, le cas précédent de mouvement tend vers le cas actuel comme vers sa limite.

On a ici, comme on l'a remarqué plus haut, $A^2=B$.

Ensuite, des équations (VII), (IX) et (X) il résulte

$$A=\pm\frac{\omega\, cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}},\quad v=a\omega\left(1\mp\frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right),\ sn\varphi_1=\pm\sqrt{\frac{\omega^2-B}{\omega^2-Be^2}}.$$

Dans les expressions de A et de v on doit prendre simultanément les mêmes signes, supérieurs ou inférieurs.

Chaque valeur de φ_1 nous détermine deux espèces de mouvement dont la relation est la même que celle de deux espèces de mouvement entre φ_1 et φ_2 dans le cas précédent.

La vitesse v du mouvement est, dans le cas actuel, en général moindre que $2a\omega$. Ainsi, si v est plus grande que $2a\omega$, nous n'avons que le dernier cas où le mobile traverse l'équateur; mais le premier et le second cas sont alors impossibles.

Tout ce que nous avons dit plus haut au sujet de l'équation (IV), en traitant le cas précédent, s'applique complétement dans le cas actuel; il ne faut que prendre partout $\varphi_2 = 0$.

C'est pourquoi nous ne regarderons que les équations (V) et (VI) qui, après l'intégration, ne donnent pas dans ce cas d'intégrales elliptiques.

Les équations (V) et (VI) ou, ce qui est la même chose, (XV) et (XVI) peuvent être ici représentées de cette manière:

$$t-t_0 = \pm \frac{\sqrt{1-e_2}}{\sqrt{\omega^2-Be^2}} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{sn\varphi(1-e^2sn^2\varphi)\sqrt{sn^2\varphi_1-sn^2\varphi}}, \qquad \text{(XXVIII)}$$

$$l-l_0 = \pm \frac{\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{\omega^2-Be^2}} \left\{ A \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{sn\varphi(1-sn^2\varphi)\sqrt{sn^2\varphi_1 - sn^2\varphi}} \right.$$
$$\left. - \omega \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{sn\varphi(1-e^2sn^2\varphi)\sqrt{sn^2\varphi_1-sn^2\varphi}} \right\}. \qquad \text{(XXIX)}$$

Substituons à φ la nouvelle variable ψ telle que $\pm\sqrt{sn^2\varphi_1-sn^2\varphi}=(sn\varphi_1+sn\varphi)cs\psi$ ou $cs\psi = \pm\sqrt{\frac{sn\varphi_1-sn\varphi}{sn\varphi_1+sn\varphi}}$.

Le temps t croissant, on doit prendre le signe supérieur, si φ croît aussi, et le signe inférieur, si φ décroît. Donc, quand φ varie de 0 à φ_1, ψ croît de 0 à $\frac{\pi}{2}$; puis quand φ varie de φ_1 à 0, ψ continue à croître de $\frac{\pi}{2}$ à π etc. Après cette substitution on aura:

$$t-t_0 = -\frac{2\sqrt{1-e^2}}{sn\varphi_1(1-e^2sn^2\varphi_1)\sqrt{\omega^2-Be^2}} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{(1+cs^2\psi)\, dcs\psi}{sn^2\psi\left\{cs^4\psi+2cs^2\psi\frac{1+e^2sn^2\varphi_1}{1-e^2sn^2\varphi_1}+1\right\}}$$

$$l-l_0 = -\frac{2\sqrt{1-e^2}}{sn\varphi_1\sqrt{\omega^2-Be^2}} \left\{ \frac{A}{cs^2\varphi_1} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{(1+cs^2\psi)\, dcs\psi}{sn^2\psi\left\{cs^4\psi+2cs^2\psi\frac{1+sn^2\varphi_1}{1-sn^2\varphi_1}+1\right\}} \right.$$
$$\left. - \frac{\omega}{1-e^2sn^2\varphi_1} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{(1+cs^2\psi)\, dcs\psi}{sn^2\psi\left\{cs^4\psi+2cs^2\psi\frac{1+e^2sn^2\varphi_1}{1-e^2sn^2\varphi_1}+1\right\}} \right\}$$

En intégrant et en remplaçant A et B par leurs valeurs, nous aurons après quelques transformations:

$$t-t_0=-\frac{1}{\omega\, sn\varphi_1}\left\{2\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}\; lg\, ctg\frac{\psi}{2}+esn\varphi_1\, arc\, tg\left(\frac{2e\, sn\varphi_1\, cs\psi}{(1+cs^2\psi)\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right)\right\}_{\psi_0}^{\psi}, \quad \text{(XXX)}$$

$$l-l_0=-\frac{1}{sn\varphi_1}\left\{\pm\left[2cs\varphi_1\, lg\, ctg\frac{\psi}{2}+sn\varphi_1\, arc\ tg\left(\frac{2tg\varphi_1\, cs\psi}{1+cs^2\psi}\right)\right]\right.$$

$$\left.-\left[2\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}\; lg\, ctg\frac{\psi}{2}+e\, sn\varphi_1\, arc.tg\left(\frac{2e\, sn\varphi_1\, cs\psi}{(1+cs^2\psi)\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right)\right]\right\}_{\psi_0}^{\psi}; \quad \text{(XXXI)}$$

lg désigne ici le logarithme népérien.

Dans l'expression de $l-l_0$ il faut prendre le signe supérieur si A est positif, et l'inférieur si A est négatif.

Il est facile de voir que les expressions obtenues de $l-l_0$ et de $t-t_0$ tendent vers l'infini pour $\psi=0$, π, 2π,...; du reste, on pourrait le déduire aussi des équations (XXVIII) et (XXIX). Par conséquent, α et β étant des valeurs finies aussi petites que l'on veut, ψ ne peut varier, pendant le mouvement du mobile, que de α à $\pi-\alpha$, ce qui correspond à la variation de φ de β à φ_1 et inversement de φ_1 à β. Les variations de ψ de 0 à α, de $\pi-\alpha$ à $\pi+\alpha$ etc., ou les variations de φ de 0 à β et de β à 0, ont besoin d'un temps infiniment long, c. à d. elles n'ont point lieu en réalité. Ainsi, φ étant infiniment petite, le mobile s'approche ou s'éloigne de l'équateur avec une vitesse infiniment petite, et n'est pas en état de l'atteindre ou de s'en éloigner d'une distance finie, dans l'intervalle fini de temps, en passant toujours à peu près parallèlement à l'équateur de l'est vers l'ouest. En laissant de côté des quantités infiniment petites, on peut dire que le mobile, dans le cas donné de mouvement, parvient avec le temps à l'équateur et puis le suit constamment de l'est vers l'ouest.

Au point le plus éloigné de l'équateur, situé sur le parallèle φ_1 la courbe décrite par le mobile se divise en deux parties; par l'une d'entre elles le mobile s'éloigne de l'équateur, par l'autre il s'en approche, et elles sont symétriques par rapport au méridien de ce point, et se coupent sur ce méridien et sur un autre écarté du premier de 180°; l'équateur est l'asymptote des deux parties de la courbe.

Donc les variations de la latitude φ ne sont pas, dans ce cas, périodiques, ce qui a eu lieu dans le cas précédent et ce que l'on retrouve dans le cas suivant.

Pour $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$ de l'équation (XXX) il vient

$$t-t_0=-\frac{1}{\omega}\left\{2\sqrt{1-e^2}\;\; lg\;\; ctg\frac{\psi}{2}+e\, arc.\, tg\left(\frac{2e\;\; cs\psi}{(1+cs^2\psi)\sqrt{1-e^2}}\right)\right\}_{\psi_0}^{\psi}. \quad \text{(XXXII)}$$

Dans l'équation (XXXI) pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ le terme, $arc\ tg\left(\frac{2tg\varphi_1\ cs\psi}{1+cs^2\psi}\right)$, est égal à $\pm\ \frac{\pi}{2}$; le signe + a lieu pour $\psi > \frac{\pi}{2}$, et le signe— pour $\psi < \frac{\pi}{2}$. C'est pourquoi, si les deux limites ψ_0 et ψ sont simultanément plus grands ou moins grands que $\frac{\pi}{2}$, le terme à double signe disparaît entre des limites, c. à d. pour $\psi_0 > \frac{\pi}{2}$ et $\psi > \frac{\pi}{2}$, ou pour $\psi_0 < \frac{\pi}{2}$ et $\psi < \frac{\pi}{2}$ on a

$$l - l_0 = \left\{2\sqrt{1-e^2}\ lg\ ctg\frac{\psi}{2} + e\ arc\ tg\left(\frac{2e\ cs\psi}{(1+cs^2\psi)\sqrt{1-e^2}}\right)\right\}_{\psi_0}^{\psi}. \qquad \text{(XXXIII)}$$

Mais si l'on a $\psi_0 < \frac{\pi}{2} < \psi$, le terme à double signe nous donne, entre des limites, π, et il vient

$$l - l_0 = \pm\ \pi + \left\{2\sqrt{1-e^2}\ lg\ ctg\frac{\psi}{2} + e\ arc.\ tg\left(\frac{2e\ cs\psi}{(1+cs^2\psi)\sqrt{1-e^2}}\right)\right\}_{\psi_0}^{\psi} \qquad \text{(XXXIV)}$$

π a le signe +, A étant positif, et le signe—, A étant négatif.

L'expression indéterminée que l'on a ici pour $\varphi = \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, se laisse expliquer comme dans le cas précédent de mouvement pour les conditions analogues.

La formule qui donne la pression du mobile sur la surface de la terre, peut être représentée dans le cas actuel de la manière suivante:

$$N = g + a\omega^2(1 - e^2sn^2\varphi)^{3/2}\left\{\frac{1 - 2sn^2\varphi + e^2sn^4\varphi}{(1 - e^2sn^2\varphi)^2} - \frac{1 - sn^2\varphi_1}{1 - e^2sn^2\varphi_1}\right\}$$

La pression du mobile est moindre que son poids seulement en voisinage de la latitude φ_1, sur la partie relativement très petite de la courbe décrite; sur la partie la plus considérable de la courbe la pression est plus grande que le poids.

§ 4.

Considérons enfin le troisième cas de mouvement du mobile quand il traverse l'équateur; le mouvement se passe, dans ce cas, comme on l'a vu plus haut, entre deux parallèles équidistants de l'équateur, $+\varphi_1$ et $-\varphi_1$. Analytiquement on peut caractériser ce cas par l'inégalité $B - A^2 > 0$.

Maintenant on ne peut pas exprimer A et B en $\pm\varphi_1$ seulement; il est nécessaire d'introduire encore une quantité quelconque qui caractérise plus ou moins le mouvement dont il s'agit; pour cela on peut choisir l'angle θ que forme avec l'équateur la direction suivant laquelle le mobile traverse l'équateur en passant de l'hémisphère sud dans le nord; pour direction positive on prend sur l'équateur celle de l'ouest vers l'est.

L'équation (IV) donne entre A et v, pour $\varphi=0$ et pour $\varphi=\varphi_1$, les deux relations suivantes:

$$\frac{v\,cs\theta}{a}=A-\omega;\quad \pm\frac{v\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}{a\,cs\varphi_1}=A\frac{1-e^2sn^2\varphi_1}{cs^2\varphi_1}-\omega.$$

Dans la seconde égalité nous avons mis les deux signes $\pm$ avant le premier membre parce que pour $\varphi=\varphi_1$ $\frac{dl}{dt}$ peut être en général tant positive que négative, tandis que la vitesse v est une quantité absolument positive. Le signe de $\frac{dl}{dt}$, pour $\varphi=\varphi_1$, dépend de celui de A, et on doit prendre ici le signe supérieur pour A positif, et l'inférieur pour A négatif. Dans la première égalité on n'a pas besoin de deux signes parce que $cs\theta$ et $\frac{dl}{dt}$ ont toujours le même signe pour $\varphi=0$.

D'après ces égalités on a

$$\left.\begin{aligned}
v&=\pm\frac{a\omega\,sn^2\varphi_1(1-e^2)}{cs\varphi_1\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}\mp cs\theta(1-e^2sn^2\varphi_1)},\\
A&=\omega\left(1+\frac{v}{a\omega}cs\theta\right)=\frac{\omega\,cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\,\frac{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}\mp cs\theta\,cs\varphi_1}{cs\varphi_1\mp cs\theta\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}},\\
B&=\frac{A^2}{cs^2\varphi_1}-\frac{\omega^2sn^2\varphi_1}{1-e^2sn^2\varphi_1}.
\end{aligned}\right\}\quad\text{(XXXV)}$$

Dans les expressions de A et de v il faut prendre le signe supérieur quand A est positif, et l'inférieur quand A est négatif. S'il arrive donc que A a une valeur négative pour le signe supérieur, et une valeur positive pour l'inférieur, ou que v a une valeur négative, cela signifie que les conditions données de mouvement sont incompatibles et qu'un tel mouvement n'est pas possible.

La vitesse v peut, dans le cas dont il s'agit, avoir toutes les valeurs possibles, de zéro jusqu' à l'infini.

θ étant constant et v croissant, φ_1 croît pour A positif, et décroit pour A négatif.

On a vu plus haut que les latitudes limites, φ_1 et φ_2, déterminent deux espèces de mouvement qui ne se confondent que pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$. Dans le cas actuel, $\pm\varphi_1$ et θ déterminent aussi deux espèces de mouvement qui se confondent pour $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, mais seulement pour $\theta > \frac{\pi}{2}$; pour $\theta < \frac{\pi}{2}$ il n'y a de possible qu'un seul mouvement correspondant à $\pm\varphi_1$ et θ, qui répond au signe supérieur parce que, en prenant le signe inférieur, on trouve la vitesse v négative. En général θ et φ_1 ne sont pas tout à fait indépendants l'un de l'autre; savoir, pour $\theta < \frac{\pi}{2}$ il est nécessaire que l'on ait $\frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}} > cs\theta$, et pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ on doit avoir $\frac{cs^2\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}} < cs\theta$; autrement on n'aurait qu'un seul mouvement dans le second cas, et aucun mouvement dans le premier.

Si l'on a $\theta < \frac{\pi}{2}$, la valeur de A est toujours positive et plus grande que ω.

En cas de $\theta > \frac{\pi}{2}$, A est positif et moindre que ω, si la valeur absolue du terme $\frac{v}{a\omega} cs\theta$ est moins que l'unité, ou $-v\, cs\theta < a\omega$; si $-v\, cs\theta > a\omega$, A est négatif et compris entre les limites zéro et l'infini. Enfin pour $-vcs\theta = a\omega$ A est nul.

En ayant égard à tout ce que nous venons de dire, il suit de l'équation (IV) que, pour $\theta < \frac{\pi}{2}$, $\frac{dl}{dt}$ est tout le temps de mouvement une valeur positive, c. à d. le mobile passe constamment sous des méridiens plus orientaux; pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ et $-v\, cs\theta < a\omega$, $\frac{dl}{dt}$ sera alternativement positive et négative, en s'annulant pour $\varphi = \varphi_3$ qui satisfait à l'égalité $\frac{cs^2\varphi_3}{1-e^2sn^2\varphi_3} = \frac{A}{\omega}$; pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ et $-v\, cs\theta > a\omega$, $\frac{dl}{dt}$ est constamment négative, c. à d. le mobile passe toujours sous des méridiens plus occidentaux; enfin quand on a $-v\, cs\theta = a\omega$, ou $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\frac{dl}{dt}$ est toujours égale à $-\omega$. Dans cette dernière supposition le mouvement absolu du mobile se fait toujours dans le même plan méridien fixe, dans le cas actuel de même que dans les précédents que nous avons traités aux §§ 2, 3, mais maintenant le mobile passe par les deux pôles.

Les deux espèces de mouvement correspondant à $\pm\varphi_1$ et θ donnés, dans le cas actuel, n'ont pas la relation mutuelle que nous avons remarquée plus haut par rapport

à deux espèces de mouvement, en discutant aux §§ 2, 3 le premier et le second cas de mouvement. Le mouvement absolu qui répond à l'une espèce de mouvement, est essentiellement différent de celui qui répond à l'autre, parce que A qui ne représente autre chose que $\frac{dL}{dt}$ pour $\varphi=0$, diffère pour l'une et pour l'autre espèce de mouvement par sa valeur et son signe. Pour avoir les deux mouvements qui ont pour toutes les valeurs de t la même $\frac{d\varphi}{dt}$, et des valeurs de $\frac{dL}{dt}$ qui ne diffèrent l'une de l'autre que par leurs signes, on doit prendre, pour la même $\pm\varphi_1$, θ' et θ'' tels que

$$\frac{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}-cs\theta'.\,cs\varphi_1}{cs\varphi_1-cs\theta'\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}=-\frac{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}+cs\theta''cs\varphi_1}{cs\varphi_1+cs\theta''\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}$$

Il est facile de voir que $cs\theta'$ qui répond à A positif, doit être compris entre $\frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}$ et -1, et $cs\theta''$ qui répond à A négatif doit être compris entre $\frac{-cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}$ et -1; en général, θ'' est toujours plus grand que θ'.

Pour transformer les équations (XV) et (XVI) pour le cas actuel de mouvement, posons

$$\frac{2(\omega^2-Be^2)}{-\omega^2-A^2e^2+(1+e^2)B+\sqrt{\{\omega^2+A^2e^2-(1+e^2)B\}^2+4(\omega^2-Be^2)(B-A^2)}}=\lambda^2;$$

Alors R^2 peut être représenté sous la forme:

$$R^2=(\omega^2-Be^2)\frac{1}{\lambda^2}(sn^2\varphi_1-sn^2\varphi)(1+\lambda^2sn^2\varphi).$$

La transformation ultérieure sera différente suivant qu' a lieu l'inégalité $\omega^2-Be^2>0$, ou l'inégalité $\omega^2-Be^2<0$.

D'abord supposons que l'on ait $\omega^2-Be^2>0$; et posons en outre

$$sn\varphi=sn\varphi_1cs\psi\ ,\quad k^2=\frac{\lambda^2sn^2\varphi_1}{1+\lambda^2sn^2\varphi_1}=\frac{sn^2\varphi_1\,(\omega^2-Be^2)}{B-A^2e^2-(\omega^2-Be^2)\,cs2\varphi_1};$$

R^2 se réduit dans ce cas à la forme:

$$R^2=\frac{\omega^2-Be^2}{k^2}sn^4\varphi_1\,sn^2\psi\,(1-k^2sn^2\psi).$$

Après avoir remplacé, dans les équations (XV) et (XVI), R^2 par sa valeur que nous venons d'obtenir, il viendra

$$t-t_0=\frac{k}{sn\varphi_1(1-e^2sn^2\varphi_1)}\sqrt{\frac{1-e^2}{\omega^2-Be^2}}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\left(1+\frac{e^2sn^2\varphi_1}{1-e^2sn^2\varphi_1}sn^2\psi\right)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}, \quad \text{(XXXVI)}$$

$$l-l_0=\frac{k}{sn\varphi_1}\sqrt{\frac{1-e^2}{\omega^2-Be^2}}\left\{\frac{A}{cs^2\varphi_1}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{(1+tg^2\varphi_1 sn^2\psi)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}\right.$$

$$\left.-\frac{\omega}{1-e^2sn^2\varphi_1}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\left(1+\frac{e^2sn^2\varphi_1}{1-e^2sn^2\varphi_1}sn^2\psi\right)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}\right\}. \quad \text{(XXXVII)}$$

Quand φ varie de $+\varphi_1$ à $-\varphi_1$ et inversement, ψ varie de 0 à π et puis de π à 2π; par conséquent, t croissant, ψ croît aussi toujours et par cela aux seconds membres des équations ci-dessus on doit prendre le seul signe $+$.

Supposons maintenant que l'on ait $\omega^2-Be^2<0$; λ^2 sera alors une quantité négative, et posons $sn^2\varphi_1.\lambda^2=-k^2$; d'où il résulte $k^2=\frac{sn^4\varphi_1(Be^2-\omega^2)}{B-A^2}$.

Puis en posant $sn\varphi=sn\varphi_1\, sn\psi$, on trouve l'expression de R^2, dans ce cas, de cette forme:

$$R^2=\frac{Be^2-\omega^2}{k^2}sn^4\varphi_1 cs^2\psi(1-k^2sn^2\psi).$$

Ainsi les équations (XV) et (XVI) se réduisent, dans ce cas, à la forme suivante:

$$t-t_0=sn\varphi_1\sqrt{\frac{1-e^2}{B-A^2}}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{(1-e^2sn^2\varphi_1 sn^2\psi)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}; \quad \text{(XXXVIII)}$$

$$l-l_0=sn\varphi_1\sqrt{\frac{1-e^2}{B-A^2}}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}\left\{\frac{A}{1-sn^2\varphi_1 sn^2\psi}-\frac{\omega}{1-e^2sn^2\varphi_1 sn^2\psi}\right\}. \quad \text{(XXXIX)}$$

On y prend le seul signe $+$ par la même cause qu'un peu plus haut. $\psi=0$ a lieu ici pour $\varphi=0$, $\psi=\frac{\pi}{2}$ pour $\varphi=+\varphi_1$ etc.

Si l'on suppose que ψ_0 soit nul, les intégrales des équations (XXXVI), (XXXVII), (XXXVIII) et (XXXIX) sont réduites à la forme que Legendre tient pour forme normale des intégrales elliptiques de la troisième espèce.

Enfin dans le cas particulier quand on a $Be^2 - \omega^2 = 0$, nos intégrales cessent d'être elliptiques.

Dans ce cas nous avons:

$$\pm sn\varphi_1 = \pm \sqrt{\frac{B-A^2}{B-A^2e^2}}, \quad R^2 = (B-A^2e^2)(sn^2\varphi_1 - sn^2\varphi).$$

Ainsi les équations (XV) et (XVI) peuvent se mettre maintenant sous la forme:

$$t-t_0 = \pm \sqrt{\frac{1-e^2}{B-A^2e^2}} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{(1-e^2sn^2\varphi)\sqrt{sn^2\varphi_1 - sn^2\varphi}};$$

$$l-l_0 = \pm \sqrt{\frac{1-e^2}{B-A^2e^2}} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{dsn\varphi}{\sqrt{sn^2\varphi_1 - sn^2\varphi}} \left\{ \frac{A}{cs^2\varphi} - \frac{\omega}{1-e^2sn^2\varphi} \right\}.$$

Puis en vertu des formules (XXXV) nous trouvons en cas de $Be^2 - \omega^2 = 0$:

$$\left. \begin{aligned} A &= \pm \frac{\omega\, cs\varphi_1}{e\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}, \quad \sqrt{B-A^2e^2} = \frac{\omega}{e}\sqrt{\frac{1-e^2}{1-e^2sn^2\varphi_1}}, \\ v &= a\omega \frac{1-e^2}{e(1+e\,.\,cs\theta)}, \quad \frac{e+cs\theta}{1+e\,cs\theta} = \pm \frac{cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}. \end{aligned} \right\} \quad \text{(XL)}$$

Il est facile de voir que, si l'on prend une ellipse qui a $\frac{a\omega}{e}$ pour grand demi-axe, et e pour excentricité, le rayon vecteur représente la vitesse de mouvement v et l'angle que forme ce rayon vecteur avec le plus court, représente respectivement l'angle θ.

Pour déterminer les valeurs des intégrales ci-dessus, posons $tg\,\frac{\psi}{2} = \pm\sqrt{\frac{sn\varphi_1 + sn\varphi}{sn\varphi_1 - sn\varphi}}$; le signe $+$ a lieu quand φ croît, en passant d'une valeur négative à une valeur positive; le signe $-$ a lieu quand φ décroît. Donc lorsque φ varie de $-\varphi_1$ à $+\varphi_1$ et inversement, ψ varie de 0 à π et puis de π à 2π, c. à d. ψ croît constamment; et pour cela nous prenons plus loin le seul signe $+$.

Après avoir fait les substitutions nécessaires, quelques transformations et l'intégration, on aura

$$\left. \begin{aligned} t - t_0 &= \frac{e}{\omega}\left[arc\ tg\left(\frac{tg\psi}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right)\right]_{\psi_0}^{\psi}, \\ l - l_0 &= \left[\pm arc\ tg\left(\frac{tg\,\psi}{cs\varphi_1}\right) - e\ arc\ tg\left(\frac{tg\psi}{\sqrt{1-e^2sn^2\varphi_1}}\right)\right]_{\psi_0}^{\psi}. \end{aligned} \right\} \quad \text{(XLI)}$$

D'où il suit

$$T=\frac{2\pi e}{\omega}=\pi.e\,,\quad l_{\psi_0+2\pi}-l_{\psi_0}=2\pi(\pm 1-e).$$

La longueur d'un tour de la courbe décrite est égale à $\frac{2\pi a(1-e^2)}{1+e\,cs0}$. Cette longueur peut être considérée aussi comme rayon vecteur de l'ellipse qui a la même excentricité que les méridiens de la terre, et dont le demi-axe est égal à la longueur de l'équateur.

On peut illustrer de la manière suivante le caractère de ce cas curieux: dans un point quelconque soit concentré un nombre infini de points matériels ayant chacun suivant une direction spéciale une vitesse relative v dont la valeur est liée à la direction par la formule (XL); ces points, après avoir commencé leur mouvement en même temps, et s'étant dispersés suivant toute la surface de l'ellipsoïde, se réuniront de nouveau en un même point de l'équateur et en même temps, ce qui se fera après chaque demi-tour, dont la durée est égale à $\frac{\pi e}{2}$: chaque point de passage des points mobiles par l'équateur sera éloigné du point précédent de la distance $\pi(1-e)$ vers l'est, c. à d. de $165^\circ\, 17',67$ pour un ellipsoide comme la terre et de $113^\circ\, 24'$ pour Jupiter.

Puisque dans ce cas on a $L_{\psi_0+2\pi}-L_{\psi_0}=\pm 2\pi$, les positions absolues de deux passages successifs par l'équateur sont diamétralement opposées.

Les intégrales des équations (XXXVI), (XXXVIII) et (XLI) ont entre les limites $\psi_0=0$ et $\psi=\frac{\pi}{2}$ les mêmes valeurs qu'entre $\psi_0=\frac{\pi}{2}$ et $\psi=\pi$ ou $\psi_0=\pi$ et $\psi=\frac{3\pi}{2}$ etc; c'est pourquoi chaque tour de la courbe, c. à d. sa partie qui correspond à la variation de ψ par la quantité 2π, se divise en quatre parties égales aux points qui correspondent à $\psi=0, \frac{\pi}{2}, \pi \ldots$, ou à $\varphi=-\varphi_1, 0, +\varphi_1 \ldots$; donc chaque tour de la courbe sera divisé par l'équateur en deux parties égales. Les points d'intersection de la courbe avec l'équateur sont des points d'inflexion.

On peut voir dans les équations (XXXV) que la condition $Be^2-\omega^2 \lesseqgtr 0$ est équivalente à la condition $v \lesseqgtr a\omega\frac{1-e^2}{e(1+cs0)}$; il en résulte que la condition $Be^2-\omega^2>0$ n'a lieu que pour des vitesses très considérables, surpassant de plusieurs fois la valeur $a\omega$.

La vitesse étant infinie, le mouvement se passe évidemment comme si la rotation de la terre n'existait pas et que la force d'attraction de la terre était normale à sa surface, c. à d. suivant la courbe géodésique qui forme avec l'équateur l'angle 0 satisfaisant à

l'égalité $cs\theta = \frac{\pm cs\varphi_1}{\sqrt{1-e^2 sn^2\varphi_1}}$. Il est évident que l'on a ici $l_{\psi_0+2\pi} - l_{\psi_0} = L_{\psi_0+2\pi} - L_{\psi_0}$ et que cette valeur est comprise entre $\pm 2\pi$ et $\pm 2\pi\sqrt{1-e^2}$ selon la valeur de θ. La courbe géodésique donc n'est autre chose qu'un cas particulier des courbes discutées; son équation telle qu'on l'obtient de l'équation (XXXIX) pour la vitesse infinie, est de la forme

$$l - l_0 = \pm cs\varphi_1 \sqrt{1-e^2} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{(1-sn^2\varphi_1 sn^2\psi)\sqrt{1-k^2 sn^2\psi}},$$

où $k = e\, sn\varphi_1$.

Il va de soi que, en cas de v infinie, on doit supposer qu'il existe, outre la force d'attraction de la terre, une autre force normale à sa surface, qui ne permette au mobile de s'éloigner de cette dernière.

$l_{2\pi} - l_0$ a la plus grande valeur pour v infinie. La vitesse décroissant successivement $l_{2\pi} - l_0$ décroît aussi, en passant par $2\pi(\pm 1 - e)$ pour $v = \frac{a\omega(1-e^2)}{e(1+e\, cs\theta)}$; il est évident que, si $l_{2\pi} - l_0$ est négative, elle croît en valeur absolue.

Quand on a $\theta < \frac{\pi}{2}$ et par conséquent A constamment positif, $l_{2\pi} - l_0$ en diminuant parvient à sa plus petite valeur (zéro) pour $v=0$, parce qu'on peut voir de ce qui a été dit plus haut sur la dérivée $\frac{dl}{dt}$, que $l_{2\pi} - l_0$ ne devient jamais négative pour $\theta < \frac{\pi}{2}$.

θ étant constant et plus grand que $\frac{\pi}{2}$, et A négatif, φ_1 croît, comme on l'a remarqué plus haut, lorsque v diminue; c'est pourquoi, v décroissant, $l_{2\pi} - l_0$ en diminuant parvient à sa plus petite valeur, ou à la plus grande valeur absolue, quand φ_1 s'approche de $\frac{\pi}{2}$. Si la vitesse continue à décroître, A en passant par zéro devient positif et $l_{2\pi} - l_0$ devient discontinue, et varie de $+2\pi$.

Quant à la valeur de $l_{2\pi} - l_0$ pour $\theta > \frac{\pi}{2}$ et pour A positif, elle peut être positive, ou négative suivant l'angle θ et la vitesse v, et, puisqu'elle est une fonction continue de θ et de v, excepté le cas $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, il est nécessaire que l'on ait le cas intermédiaire, $l_{2\pi} - l_0 = 0$, quand la courbe toute entière est comprise entre deux méridiens, en ayant la figure semblable à celle du chiffre 8.

θ s'approchant de π et la vitesse v étant moindre que $2a\omega$, le module k devient nul et la valeur de B s'approche de la valeur de A^2, comme on peut le voir dans les formules données plus haut, c. à d. l'on passe au second cas de mouvement traité au § 3; par conséquent, $l_{2\pi}-l_0$ doit s'approcher de l'infini négatif, qui représente ainsi le minimum de $l_{2\pi}-l_0$.

D'où il suit que le second cas de mouvement du mobile est le cas intermédiaire entre le premier et le troisième, et que nous pouvons aussi, dans le second cas de mouvement, considérer la trajectoire du mobile comme composée de deux branches, l'une dans l'hémisphère nord et l'autre dans l'hémisphère sud, situées symétriquement par rapport à l'équateur.

La durée d'un tour T peut avoir, dans le troisième cas de mouvement, toutes les valeurs possibles de 0 à ∞.

Quand $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$, on a $A=0$, $B=\frac{\omega^2 tg^2\theta}{1-e^2}$.

L'équation (XXXVI) se réduit, dans ce cas, à

$$t-t_0=-\frac{cs\theta}{\omega\sqrt{1-e^2}}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\left(1+\frac{e^2}{1-e^2}sn^2\psi\right)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}, \qquad \text{(XLII)}$$

où $k^2=\frac{cs^2\theta-e^2}{1-e^2}$.

Dans l'équation (XXXVII) le terme qui contient le facteur A, s'annule pour $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$, excepté le cas $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$ où il devient indéterminé. Puisque nous savons que le mobile, en passant par les pôles, change sa longitude de $\pm\pi$, on peut chasser de l'intégrale l'élément qui correspond à $\psi=0, \pi, \ldots$ et rend l'expression indéterminée, en changeant $l-l_0$ de $\pm\pi$ chaque fois que le mobile passe par un pôle; ainsi nous posons le facteur A constamment nul, et alors il vient

$$l-l_0=\frac{cs\theta}{\sqrt{1-e^2}}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\left(1+\frac{e^2}{1-e^2}sn^2\psi\right)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}. \qquad \text{(XLIII)}$$

Au lieu des équations (XXXVIII) et (XXXIX) on a aussi pour $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$:

$$t-t_0 = -\frac{1-e^2}{\omega\, tg\theta}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{(1-e^2 sn^2\psi)\sqrt{1-k^2 sn^2\psi}}\,, \qquad \text{(XLIV)}$$

$$l-l_0 = \frac{1-e^2}{tg\theta}\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{(1-e^2 sn^2\psi)\sqrt{1-k^2 sn^2\psi}}\,, \qquad \text{(XLV)}$$

où $k^2 = \dfrac{e^2-cs^2\theta}{sn^2\theta}$.

Mais ici on doit changer $l-l_0$ de $\pm\pi$, si l'on trouve entre ψ_0 et ψ les valeurs $\psi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$ qui correspondent, dans ce cas, au passage par les pôles.

La formule (VIII) qui donne la pression du mobile, est un peu compliquée dans le troisième cas de mouvement; et on a seulement pour $Be^2-\omega^2=0$ une expression très simple de la pression : $N = g + \frac{a\omega^2}{\sqrt{1-e^2 sn^2\varphi}}\left(1-\frac{1}{e^2}\right)$; cette expression montre que la pression, pour $Be^2=\omega^2$, est indépendante de φ_1, c. à d. que tous les points matériels dont nous avons dit plus haut en discutant le cas $Be^2=\omega^2$, produisent la même pression N, en passant par le même parallèle φ; dans ce cas la différence entre la pression N et le poids g est, comme on peut le voir de l'expression ci-dessus, proportionelle à la partie de la normale à la surface, comprise entre la surface et l'axe de rotation de la terre.

En faisant usage de la formule de M. Finger, que nous avons donnée dans notre introduction, on peut obtenir quelques conséquences plus générales; mais on ne doit pas oublier que la lettre θ y a une autre signification que dans nos formules. Si l'on a $\theta < \frac{\pi}{2}$, la pression sera constamment plus petite que le poids, pour toutes les valeurs de v; mais si l'on a $\theta > \frac{\pi}{2}$, la pression peut être en général plus, ou moins grande que le poids. A étant négatif, la pression varie de la même manière que pour A positif ayant la même valeur absolue.

§ 5.

En resumé, les propriétés les plus remarquables du mouvement considéré peuvent être formulées ainsi:

1. Le mouvement absolu du point matériel sur la surface de la terre sous l'action de la seule force d'attraction terrestre, en supposant que l'axe de la terre soit fixe, est une oscillation périodique qui, si le mobile reste toujours dans le même hémisphère, est de beaucoup analogue à l'oscillation du pendule conique, l'axe de la terre jouant le même rôle que celui de la position d'équilibre du pendule.

2. Le point matériel qui est en repos absolu à l'instant initial, ou qui, ce qui revient au même, a la vitesse relative égale à $\frac{a\omega\, cs\varphi}{\sqrt{1-e^2 sn^2\varphi}}$ et dirigée de l'est vers l'ouest, tend au pôle le plus proche, et passe par ce pôle avec la même vitesse qu'il doit avoir pour décrire un cercle suivant l'une ou l'autre direction autour de l'axe de la terre, ou en restant en repos relatif sur la terre, ou en ayant la vitesse relative, égale à $\frac{2a\omega\, cs\varphi}{\sqrt{1-e^2 sn^2\varphi}}$ et dirigée de l'est vers l'ouest. Le pendule conique n'a cette propriété que pour des angles d'écart très petits.

3. Le mouvement considéré et celui du pendule ont à peu près au même degré la propriété d'isochronisme. La durée d'une oscillation du pendule est, comme on le sait, égale à $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{\alpha^2}{16}\right)$; la durée d'une oscillation de notre mobile, lorsqu'il ne s'écarte que peu du pôle, est égale à $\frac{\tau}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{4}\right)$; l'une et l'autre oscillation est supposée de se passer dans un plan fixe.

4. A chaque mouvement dans l'hémisphère nord correspond le mouvement dans l'hémisphère sud qui lui est lié comme s'il en était l'image virtuelle, le plan de l'équateur étant la surface de réflexion du miroir. Le mouvement du pendule uniquement dans l'hémisphère supérieur, est, comme on le sait, tout à fait impossible.

5. La vitesse relative du mouvement considéré est constante, et le rayon de courbure de la projection de la trajectoire décrite dans le mouvement relatif sur le plan tangent à la surface de la terre en un point donné de la trajectoire, est égal à $\frac{v}{2\omega\, sn\varphi}$.

6. En oscillant, le mobile reste toujours entre deux parallèles déterminées qui peuvent être toutes les deux du même côté de l'équateur, ou bien l'une d'elles coïncide avec l'équateur, ou, enfin, elles sont symétriquement situés des deux côtés de l'équateur. Les courbes décrites seront essentiellement différentes pour chacun de ces cas. Si la vitesse relative du mobile dépasse $2a\omega$, le troisième cas de mouvement peut seul avoir lieu. Les variations de la latitude du mobile sont en général périodiques; mais pour le second cas de mouvement, la période est infiniment longue.

7. Dans le premier et le second cas de mouvement chaque paire de parallèles limites détermine deux courbes différentes décrites par le mobile avec la vitesse relative différente selon la courbe et avec la vitesse absolue de même grandeur; deux mouvements absolus correspondant à mouvements relatifs ne diffèrent l'un de l'autre que par la direction de la rotation du plan méridien mené par le mobile. Dans le troisième cas de mouvement, entre deux parallèles limites on peut avoir un nombre infini de courbes différant l'une de

l'autre par l'angle qu'elles font avec l'équateur: à chaque angle correspondent une ou deux courbes. De telles courbes correspondantes dont nous venons de parler en traitant le premier et le second cas, forment avec l'équateur des angles différents.

8. Les variations de longitude du mobile ont la même période que celle des variations de latitude; mais dans le premier et le second cas, la longitude géographique du mobile devient après chaque tour de plus en plus occidentale; dans le troisième cas, elle peut être après chaque tour soit plus occidentale, soit plus orientale, et, comme cas intermédiaire, nulle.

9. La durée d'un tour du mobile, dans le premier cas de mouvement, est comprise entre $\frac{\tau}{2}$ et une valeur aussi grande que l'on veut: φ_1 étant la parallèle limite supérieure, et φ_2 l'inférieure, la durée d'un tour est comprise entre $\frac{\tau}{2sn\varphi_1}$ et $\frac{\tau}{2sn\varphi_2}$. Dans le second cas de mouvement, la durée d'un tour du mobile est infiniment grande. Enfin elle peut, dans le troisième cas, avoir toutes les valeurs comprises entre zéro et l'infini.

10. La pression du mobile, dans le premier cas, est pendant chaque tour tantôt plus grande, tantôt plus petite que son poids. Dans le second cas, la pression est moindre que le poids seulement sur une partie relativement très petite: elle est plus grande que le poids sur l'autre partie qui est infiniment grande. Dans le troisième cas, la pression peut être soit toujours moindre que le poids, soit en partie moins grande, en partie plus grande que le poids.

§ 6.

Une représentation plus claire du mouvement considéré, dans des conditions très différentes, est d'autant plus désirable que quelques unes des formules obtenues sont si compliquées qu'il est difficile de voir comment avec des conditions variables varie le mouvement. C'est pourquoi nous trouvons nécessaire de donner quelques exemples du mouvement dont la plupart sont dessinés sur notre planche.

1.	$\varphi_1=32^{\circ}\ 23',1$	$\varphi_2=30^{\circ}\ 0'$	$lg\ k^2=2,9421012-10$
	A positif	A négatif	$\frac{k^2}{2}T=0^s,00365$
	$v=9^m,9606$	$=793^m,997$	$T=23^h10^m54^s,7$
	$l_{\psi+2\pi}-l_{\psi}=-0^{\circ}\,9',6$	$=-695^{\circ}17',8$	$\frac{\tau}{2sn\varphi_2}=24^h0^m0^s$
L'erreur de	$l_{\psi+2\pi}-l_{\psi}<0'',057$	$<0'',109$	$\frac{\tau}{2sn\varphi_1}=23^h10^m53^s,6$
(à cause de la formule)			

La figure 1 représente le mouvement pour A positif; on suppose que la partie de la terre occupée par la courbe, coïncide avec le plan tangent.

2. $\varphi_1=90^\circ 0'$ $\varphi_2=60^\circ 0'$ $\varphi_4=68^\circ 31',8$ $lgk^2=4,222560-10$

$v=231^m,948$: $l_{\psi+2\pi}-l_\psi=-13^\circ 36',2$; $l_\pi-l_{\frac{\pi}{2}}=+41^\circ 34',4$; $\frac{k^2}{2}T=0^s,0388$

$T=12^h 54^m 25^s$

L'erreur de $l_{2\pi}-l_0<0'',58$

$\frac{\tau}{2sn\varphi_2}=13^h 51^m 23^s$

La figure 2 représente la projection de la courbe décrite par le mobile sur le plan perpendiculaire à l'axe de la terre.

3. $\varphi_1=70^\circ 0'$ $\varphi_2=45^\circ 0'$ $\varphi_4=54^\circ 36',1$ $lg\ k^2=5,404376-10$

A positif	A négatif	
		$\frac{k^2}{2}T=0^s,669$
$v=169^m,399$	$=487^m,580$	$T=14^h 38^m 45^s$
$l_{\psi+2\pi}-l_\psi=-10^\circ 25',2$	$=-428^\circ 57',2$	$\frac{\tau}{2sn\varphi_2}=16^h 58^m 14^s,0$
$l_\pi-l_{\frac{\pi}{2}}=+19^\circ 17',5$	$=-129^\circ 13',4$	
L'erreur de $l_{2\pi}-l_0<10'',05$;	$<19'',6$	

La figure 3 représente le mouvement pour A positif, savoir la projection de la courbe sur le plan qui forme l'angle de 30° avec le plan de l'équateur.

La figure 4 représente le mouvement pour A négatif, savoir la projection de la courbe sur le plan parallèle au plan de l'équateur.

4. $\varphi_1=90^\circ 0'$ $\varphi_2=45^\circ 0'$ $lg\ k^2=5,7465956-10$

$v=328^m,489$ $l_{\psi+2\pi}-l_\psi=-32^\circ 26',0$ $\frac{k^2}{2}T=1^s,42$

L'erreur de $l_{\psi+2\pi}-l_\psi<21'',28$ $T=14^h 9^m 42,^s 6$

La trajectoire du mobile, dans ce cas, est en général semblable à celle dessinée sur la figure 2.

5. $\varphi_1=3^\circ 54',4$ $\varphi_2=1^\circ 0'$ $\varphi_3=2^\circ 51',2$ $lg\,k^2=8,0630924-10$

pour A positif $\frac{k^2}{2}T=1^h 47^m 44^s$

$v=1^m$ $l_{\psi+2\pi}-l_\psi=-4^\circ 33',5$ $T=12^j 22^h 34^m 9^s$

$(l_{\psi+2\pi}-l_\psi)=-3^\circ,6$ $\frac{\tau}{2sn\varphi'}=12^j 22^h 33^m 58^s$

$(T)=13^j 7^h,5$

La formule (XXIII), dans ce cas, n'est pas suffisante pour déterminer $l_{\psi+2\pi}-l_\psi$ parce que l'erreur de chaque terme dans les grandes parenthèses dépasse beaucoup leur différence: la limite que les erreurs ne peuvent pas dépasser, est de 54°. C'est en dessinant la courbe qu'on peut facilement reconnaître le peu d'exactitude de la valeur de $l_{\psi+2\pi}-l_\psi$; aussi pour dessiner au moins approximativement la courbe dans ce cas qui puisse montrer distinctement le changement de la figure de la courbe quand φ_1 et φ_2 s'approchent de zéro, nous avons fait usage du procédé suivant: nous augmentons et diminuons la valeur $l_{2\pi}-l_0$ jusqu'à ce que, en ayant égard au rayon de courbure pour $\varphi=\varphi_1$ et pour $\varphi=\varphi_2$, et aussi à ce que la courbe et la parallèle φ_3 sont orthogonales, il fût évident que la valeur prise de $l_{2\pi}-l_0$ est impossible; nous adoptons comme vraie la valeur moyenne des valeurs extrêmes de $l_{2\pi}-l_0$, ainsi trouvées; cette valeur moyenne est désignée plus haut par $(l_{\psi+2\pi}-l_\psi)$.

La courbe obtenue de cette manière et représentée sur la figure 5, ne présente pas une erreur très sensible malgré la grossiéreté du procédé, parce que la durée d'un tour trouvée en mesurant la longueur de la courbe avec le compas et en divisant cette longueur par la vitesse v, ne diffère que très peu (3%) de la vraie; cette durée est désignée plus haut par (T).

La partie de la surface de la terre occupée par les deux tours est supposée coïncidante avec le plan tangent.

6. $\varphi_1=11^\circ 57',5$ $\varphi_2=0^\circ 0'$ $\varphi_3=8^\circ 28',3$

	A positif	A négatif
	$v=10^m$	$=917^m,555$
$l_{\varphi=9^\circ}-l_{\varphi_1}$	$=+3^\circ 10',6$	$=-440^\circ 26',0$
$l_{\varphi=6^\circ}-l_{\varphi_1}$	$=+2^\circ 29',7$	$=-727^\circ 22',6$
$l_{\varphi=3^\circ}-l_{\varphi_1}$	$=-0^\circ 45',3$	$=-1136^\circ 31',5$
$l_{\varphi=1^\circ}-l_{\varphi_1}$	$=-7^\circ 2',1$	$=-3543^\circ 42',3$

La figure 6 représente le mouvement pour $\varDelta$ positif. La différence des longitudes $l_\varphi - l_{\varphi_1}$ est donnée pour la partie de la courbe suivant laquelle le mobile s'approche de l'équateur. Les deux parties s'approchent rapidement de l'équateur et forment un nombre infini de points doubles dont les uns sont situés sur le même méridien que le point double dessiné sur la figure, les autres sur le méridien qui est éloigné du precédént de 180°.

7. $\varphi_1 = 90°0'$; $\varphi_2 = 0°0'$

$v = a\omega = 463^m,7776$

φ	$l_{\varphi_1} - l_\varphi$
60°	31°33′,6
50°	46°11′,3
30°	75°32′,1
15°	116° 9′,2
10°	139°29′,7
5°	178°25′,1
2°	231°34′,0
1°	271° 9′,1
0°15′	350°19′,2

l_{φ_1} désigne la longitude du méridien suivant lequel le mobile est venu du pôle; l_φ désigne la longitude du mobile sur la parallèle φ, le mobile s'approchant de l'équateur.

La figure 7 représente la projection sur le plan qui fait l'angle de 60° avec le plan de l'équateur; le plan des méridiens sur lesquels sont situés les points doubles, est perpendiculaire au plan de projections; le premier point double est situé dans le voisinage du tropique, le second sur la parallèle un peu supérieure à celle de 1° et sur la partie du globe qui n'est pas dessinée sur la figure, le troisième sur la parallèle inférieure à celle de 15′ etc.

Le mobile, après être venu du pôle et avoir changé sa longitude de 360°, passe si près de l'équateur que l'on ne peut qu'avec peine dessiner la trajectoire du mobile sans qu'elle vienne coïncider avec l'équateur.

Avant de traiter les exemples relatifs au troisième cas de mouvement, remarquons que, pour calculer les intégrales comprises dans les équations (XXXVI), (XXXVII), (XLII) et (XLIII) entre les limites zéro et $\frac{\pi}{2}$, on peut faire usage de la formule *) et des tables **) données par Legendre.

*) Legendre. Traité des fonctions elliptiques T. I. p. 134.
**) Ibidem. T. II.

Pareillement pour les équations (XXXVIII), (XXXIX), (XLIV) et (XLV), on peut faire usage de l'autre formule de Legendre *) analogue à la précédente.

En calculant, dans les exemples ci-dessous, les intégrales dont le paramètre désigné par n chez Legendre est égal à $\frac{e^2 sn^2 \varphi_1}{1-e^2 sn^2 \varphi_1}$, nous avons appliqué un procédé plus court et approximatif, à savoir: au lieu du facteur sous l'intégrale $\frac{1}{1+\frac{e^2 sn^2\varphi_1}{1-e^2 sn^2 \varphi_1} sn^2\psi}$ dont la valeur, pour la variation de ψ de zéro à $\frac{\pi}{2}$ et pour la petite valeur de e^2, est comprise entre l'unité et $1-\frac{e^2 sn^2\varphi_1}{1-e^2 sn^2\varphi_1}$, nous avons introduit le facteur $1-\frac{e^2 sn^2\varphi_1}{2(1-e^2 sn^2\varphi_1)}$ hors de l'intégrale; l'exactitude du procédé est tout-à-fait suffisante pour notre but.

Le tableau suivant comprend quelques exemples du troisième cas de mouvement.

	θ	φ_1	φ_3	k	v	$l_{\frac{\pi}{2}}-l_0$	T
I	178°0′	10°0′	7° 4′,7	sn 88°,961	7^m,002	—17°41′,4	19^{j}18^{h}45^m,5
II	142°30′	10°0′	6°39′,7	sn 71°,1009	7^m,8133	— 1°50′,0	8^{j}20^{h}44^m,2
III	120°0′	10°0′	5°46′,0	sn 59°,746	9^m,357	+ 1°32′,5	6^{j}19^{h}23^m,2
IV	120°0′	89°0′	79°24′,3	sn 30°,8584	895^m,981	+40°10′,1	13^{h}16^m,1
V	60°0′	10°0′	—	sn 60°,764	28^m,653	+12°28′,0	3^j 0^{h}10^m,6

Tous les exemples sont calculés pour A positif.

Les figures 8, 9, 10 représentent les trajectoires du mobile dans les exemples I, III et V; la partie de la surface de la terre comprise entre les parallèles $+\varphi_1$ et $-\varphi_1$, a été supposée cylindrique.

VI. $\varphi_1=90^0$; $\theta=142^0 30'$; $k=sn\ 52^0,353$;

$$v=\frac{a\omega}{cs\ 37^0 30'}=584^m,579;$$

$T=\tau=24^h 0^m 0^s$ de temps sidéral.

La longueur de toute la courbe $=\frac{2\pi a}{cs\ 37^0 30'}$.

φ	$l_{\varphi_1}-l_\varphi$
60°	24°30′
50°	33°24′
40°	42°58′
20°	64°30′
0°	90°0′

*) Ibid. T. I. p.p. 138, 141.

l_{φ_1} désigne la longitude du méridien suivant lequel le mobile est venu d'un pôle. l_φ désigne la longitude du mobile sur la parallèle φ quand le mobile s'éloigne du pôle.

La figure 11 représente la projection de la courbe, décrite par le mobile dans ce cas, sur le plan du méridien suivant lequel le mobile passe par les pôles.

L'angle θ doit être choisi tel que $\dfrac{cs\theta}{\sqrt{1-e^2}}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{(1+\frac{e^2}{1-e^2}sn^2\psi)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}}$ soit égale à $\frac{\pi}{2}$; la valeur de $\theta=142^\circ\ 30'$ remplit assez bien cette égalité.

Si $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ et A positif, la courbe fermée semblable à la figure 11 peut avoir lieu, en ayant égard aux exemples (II) et (III), pour θ plus petit que $142^\circ\ 30'$.

Si $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ et A négatif, une telle courbe ne peut avoir lieu que pour θ plus grand que $142^\circ\ 30'$; cependant dans ce cas on aura $l_\pi - l_0$ non pas$=0$, mais $= -2\pi$.

De la même manière on peut trouver θ qui remplit l'égalité

$$\frac{cs\theta}{\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{(1+\frac{e^2}{1+e^2}sn^2\psi)\sqrt{1-k^2sn^2\psi}} = \frac{3\pi}{2} \text{ ou } = \frac{5\pi}{2} \text{ .... etc.}$$

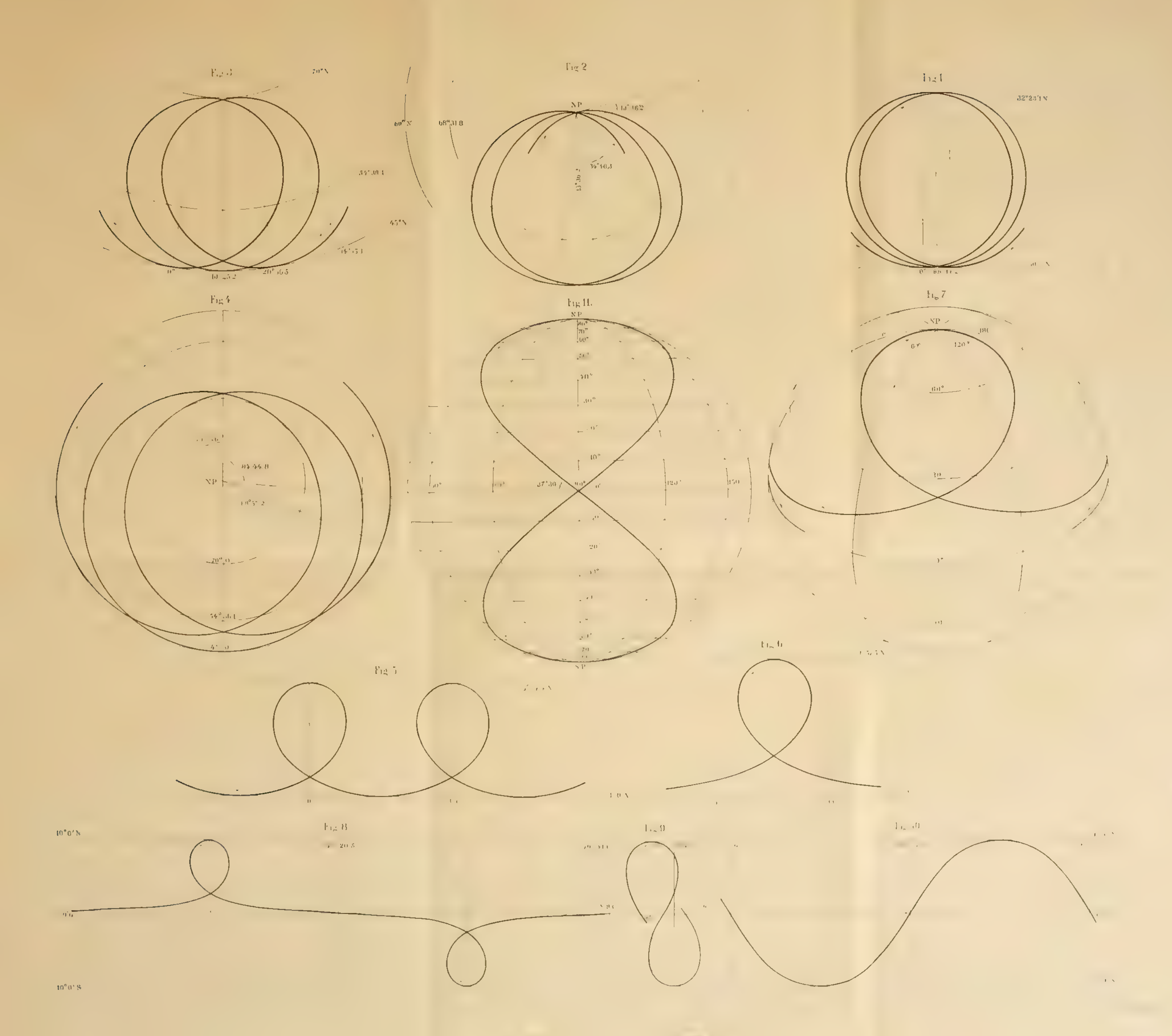
Dans ce cas, on a aussi une courbe fermée qui n'est composée que d'un tour; mais elle a quelques points doubles, savoir 3, 5 .... etc. La durée d'un tour est égale ici à 3, 5 .... etc. jours de temps sidéral. La forme de la courbe s'approche successivement de la figure 7.

Des courbes semblables peuvent avoir lieu aussi pour $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$.



Lith. W. Bachmann.

TRAJECTOIRES D'UN POINT MATÉRIEL QUI SE MEUT SUR LA SURFACE DE LA TERRE SOUS L'ACTION DE LA SEULE FORCE D'ATTRACTION TERRESTRE.



May 23, 1883

NOUVEAUX MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ IMPÉRIALE DES NATURALISTES

DE MOSCOU.

TOME XIV

formant le Tome XX de la collection.

Livraison 4.

Avec 1 planche et 4 cartes.

MOSCOU.

Imprimerie de l'Université Impériale.

Strastnoï Boulevard.

1883.



Ueber die gegenseitige Einwirkung permanenter Magnete.

Von

Dr. **Karl Weihrauch**

Professor der physik. Geographie und Meteorologie an der Universität Dorpat.

Die Frage nach der Wechselwirkung zweier permanenter Magnete aus relativ grosser Entfernung bei beliebiger gegenseitiger Lage ist wohl zuerst von Gauss[1]) genauer behandelt worden. Gauss gab dann noch[2]) ganz allgemeine „Vorschriften zur Berechnung der magnetischen Wirkung, welche ein Magnetstab in der Ferne ausübt", wodurch dies Problem in aller Strenge und Allgemeinheit gelöst wurde. Nach Gauss hat sich, wie es scheint, nur H. Lloyd mit derselben Frage beschäftigt[3]). Es gibt zuerst eine allgemeine Ableitung der schon von Gauss gefundenen Resultate unter der ein für alle Mal festgehaltenen Voraussetzung, dass die Magnete 1 und 2, um welche es sich zunächst handelt, in der nämlichen Horizontalebene schwingen können, erweitert aber dann das Problem durch Einführung eines dritten, in derselben Horizontalebene irgendwo befindlichen Magnets, den ich den Compensationsmagnet nennen will. Der Magnet 1 befinde sich im Meridian, wie ich hier durchweg der Kürze wegen statt „im magnetischen Meridian" sagen werde, der Magnet 2 liege normal zum Meridian; 1 und 2 mögen schwingen können, während der Magnet 3 fest sei. Lloyd bestimmt nun die Kraft, welche 2, resp. 1 und 3, auf ein magnetisches Theilchen in 1, resp. 2, ausüben, ferner die Componenten dieser Kraft normal zur Längsrichtung von 1 (2) und parallel dazu. Soll das Resultat der Einwirkung von 2 (1) und 3 auf 1 (2) Null sein, so müssen jene vier Componenten nach Lloyd verschwinden, und dadurch gewinnt er vier Gleichungen[4]), welche das Fundament seiner weiteren Untersuchungen bilden. Es entsprechen Nr. 11 und 12 den Componenten normal zur Längsrichtung des betreffenden Magnets, Nr. 10

---

1) Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins 1837, S. 22.

2) Ebenda 1840, S. 26.

3) Transactions of the royal irish academy, vol XIX, 1843: On the mutual action of permanent magnets, considered chiefly in reference to their best relative position in an observatory, Seite 159, und Supplement dazu Seite 249.

4) A. a. O. S. 167, Nr. 10, 11, 12, 13.

und 13 den Componenten parallel dazu. Aus später zu erörternden Gründen können diese Gleichungen nicht allgemein aufgelöst werden; Lloyd geht deshalb sofort zu einer Reihe von Specialfällen über. Er nimmt zuerst an, dass die Centra der drei Magnete in einer Geraden liegen; bei gegebenen magnetischen Momenten bleiben dann nur 3 Unbekannte übrig: die Entfernung des Centrums 3 vom Centrum 1 [die Centrale (1, 3), wenn die Centrale (1, 2) als Einheit genommen wird], das Azimut dieser Centralen (1, 3) und das Azimut des Magnets 3 gegen den Meridian. Lloyd bestimmt diese Grössen aus den Gleichungen Nr. 10, 11, 13 und lässt die Gleichung Nr. 12, die nichts anderes aussagt, als dass die auf den Magnet 2 ausgeübte drehende Kraft verschwinden müsse, unerfüllt. Dieselbe Bemerkung gilt von den übrigen Specialfällen, welche Lloyd in der ersten Abhandlung untersucht. In dem Supplement verwendet er gar nur Gleichungen, welche direct aus Nr. 10 und 13 gezogen sind [1]), so dass die Aufhebung der drehenden Kräfte hier für beide Magnete 1 und 2 ganz ausser Acht gelassen wird. Ich glaube daher sowohl die Lloyd'schen Specialresultate, als auch die Winke, welche er, auf seine Untersuchungen gestützt, betreffs der Erbauung magnetischer Observatorien gibt, als unbrauchbar bezeichnen zu müssen, da mir die Einführung eines dritten, compensirenden Magnets vor allem die Aufgabe zu haben scheint, die auf die Magnete 1 und 2 ausgeübten drehenden Kräfte zu annulliren. Für den Lloyd'schen Magnet 1, ein Declinatorium, ist dies an und für sich klar. Für den Magnet 2, ein Bifilar, könnten die magnetischen Drehkräfte durch Aenderung des Torsionswinkels aufgehoben werden, allein dann verliert das Bifilar eine seiner vorzüglichsten Eigenschaften, die nämlich, eine directe Vergleichung der Schwerkraft mit der erdmagnetischen Kraft zu gestatten. Ich habe den oben ausgesprochenen Gesichtspunkt zu verfolgen gesucht und gebe im Nachstehenden die Resultate meiner Untersuchung.

Die Voraussetzungen, von denen ich dabei ausgehe, sind folgende:

1) Die zur Verwendung kommenden Magnete befinden sich in der nämlichen Horizontalebene.
2) Die Schwingungsaxe der beiden zu compensirenden beweglichen Magnete ist vertical.
3) Die Entfernungen der Magnete von einander sind so gross, dass man bei der Untersuchung ihrer gegenseitigen Einwirkungen nur den reciproken Werth der dritten Potenzen der Centralen zu berücksichtigen braucht.
4) Vom Einfluss des Erdmagnetismus auf die Magnete wird ganz abgesehen.
5) Die Richtung einer Centralen werde durch den π nicht übersteigenden positiven Winkel bestimmt, den die Centrale mit der Meridianrichtung

---

1) A. a. O. S. 251, Nr. 1, 4, resp 6, 7.

Süd-Nord bildet, und zwar sollen die Winkel im Drehungssinne magnetisch Nord über magnetisch Ost positiv gerechnet werden.

6) Unter der Richtung eines Magnets sei immer der Winkel verstanden, den die vom Centrum des Magnets nach dessen Nordpol führende Gerade (magnetische Axe) mit dem durch das Centrum gehenden Meridian bildet. Diese Winkel bewegen sich daher innerhalb der Grenzen o und 2π, oder, was ich vorziehe, von o über $+\frac{\pi}{2}$ nach $+\pi$, und von o über $-\frac{\pi}{2}$ nach $-\pi$.

Ein Magnet a übt auf einen Magnet b ein Drehungsmoment und ein Directionsmoment aus; jenes, welches u_{ab} heissen mag, rührt her von den zur Richtung des Magnets b normalen Componenten der von den Theilchen des Magnets a auf die des Magnets b ausgeübten Kräfte; dieses, v_{ab}, entstammt den in die Richtung von b entfallenden Componenten der nämlichen Kräfte. Ein positiver (negativer) Werth des Drehungsmoments sagt aus, dass der Magnet a das Bestreben hat, den Winkel, welchen a mit dem Meridian bildet, zu vergrössern (zu verkleinern). Das Directionsmoment kann bei meiner obigen Voraussetzung 3) definirt werden als das Verhältniss der unendlich kleinen Aenderung des Drehungsmoments zu einer erfolgten unendlich kleinen Aenderung der Richtung des Magnets b, wenn diese Richtung auf die feste Richtung der Centralen (ab) bezogen wird. Man vergleiche darüber etwa Lamont [1]).

In der Regel wird v_{ab} als Directionskraft bezeichnet; mir erscheint dagegen das Wort Directionsmoment passender, einmal der oben gegebenen Definition wegen, dann aber auch, weil in v_{ab} das Product von Kraftcomponenten mit Liniengrössen vorliegt. Das Directionsmoment entspricht im Gleichgewichtszustande des Magnets der Kraft, mit welcher derselbe bei erfolgender unendlich kleiner Drehung aus der Gleichgewichtslage in letztere zurückzukehren strebt; ein positiver (negativer) Werth von v_{ab} bedeutet daher stabiles (labiles) Gleichgewicht. Ueber die praktische Bedeutung von v kann verglichen werden Gauss a. a. O. und Lloyd in den citirten Abhandlungen. — Meine Untersuchung gliedert sich in 3 Theile:

A. Wirkung zweier Magnete auf einander.
Neben längst bekannten Beziehungen findet man darin einige Resultate, die neu sein dürften.

B. Wirkung dreier Magnete auf einander.
Die Untersuchung geht von der Bedingung aus, dass für jeden der Magnete 1 und 2 die Summe der Drehungsmomente verschwinden soll.

C. Discussion von praktisch wichtigen Specialfällen.
Zu der in B. aufgestellten Bedingung tritt die weitere hinzu, dass auch die Summe der Directionsmomente für Magnet 1, wie für Magnet 2, verschwinden soll.

1) Handbuch des Erdmagnetismus, S. 17 und Handbuch des Magnetismus, S. 261 und 277.

A. Wirkung zweier Magnete auf einander.

Die beiden Magnete 1 und 2 mögen die magnetischen Momente m_1, m_2, die Centra o_1, o_2 und die Richtungen α_1, α_2 haben; die Centrale (1, 2) sei $e = o_1 o_2$, ihre Richtung ω (s. Voraussetzung 5) und 6). In den Figuren bezeichne ich den Nordpol (die positive Seite) eines Magnets immer durch die Ziffer desselben; der Meridian ist stets durch einen von magnetisch Süd nach magnetisch Nord fliegenden Pfeil angegeben. In Fig. 1 seien die Winkel, welche die positiven Seiten von 1 und 2 mit der Centrale e oder deren Verlängerung bilden, durch φ_1, φ_2 bezeichnet; diese Winkel sollen von e aus nach 1 und 2 hin gerechnet werden, derart, dass die positive Drehung hier (im Gegensatze zu den α und ω) von Nord über West, Süd, Ost geht. Man hat dann nach Lamont[1])

$$\left.\begin{aligned}
u_{12} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2) \\
v_{12} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) \\
u_{21} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2) \\
v_{21} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)
\end{aligned}\right\} \quad 1)$$

Man bemerkt hier sofort, der für v gegebenen Definition gemäss

$$v_{12} = \frac{du_{12}}{d\varphi_2} \qquad v_{21} = \frac{du_{21}}{d\varphi_1} \quad 2)$$

und weiter

$$v_{12} = v_{21} \quad 3)$$

Während also die Drehungsmomente im Allgemeinen verschieden ausfallen, sind die Directionsmomente für beide Magnete gleich gross, worauf man meines Wissens noch nicht aufmerksam gemacht hat. Aus Fig. 1 ergiebt sich, dass das System 1) auch geschrieben werden kann

---

1) Handbuch des Magnetismus, S. 278, 10) und 11).

$$\left.\begin{aligned} u_{12} &= \frac{m_1\, m_2}{e^3}\Big(2\ \cos(\omega-\alpha_1)\ \sin(\omega-\alpha_2)+\sin\ (\omega-\alpha_1)\ \cos\ (\omega-\alpha_2)\Big)\\ u_{21} &= \frac{m_1\, m_2}{e^3}\Big(2\ \sin\ (\omega-\alpha_1)\ \cos(\omega-\alpha_2)+\cos\ (\omega-\alpha_1)\ \sin\ (\omega-\alpha_2)\Big)\\ v_{12} &= v_{21} = \frac{m_1\, m_2}{e^3}\Big(2\cos(\omega-\alpha_1)\cos(\omega-\alpha_2)-\sin(\omega-\alpha_1)\sin(\omega-\alpha_2)\Big) \end{aligned}\right\} \quad 4)$$

was ich später benutze.

Soll $u_{12} = o$ sein, so erhält man aus 1) die Bedingung

$$\operatorname{tg}\,\varphi_1 = -2\operatorname{tg}\,\varphi_2 \qquad 5)$$

Hat man
$$\chi = \operatorname{arc\,tg}\,(-2\operatorname{tg}\,\varphi_2) \qquad 6)$$
so sind die Lösungen für 1)

$$\varphi_1 = \chi \qquad \varphi_1 = \pi + \chi \qquad 7)$$

Ist also Magnet 2 in einer bestimmten Lage φ_2 gegeben, so bestimmen sich durch 7) zwei Lagen von Magnet 1, in welchen 1 auf 2 das Drehungsmoment Null ausübt. In Fig. 2a und 2b ist die graphische Construction dieser Lagen unter der Voraussetzung $\varphi_2 \begin{smallmatrix} < \\ > \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \pi:2 \\ o \end{smallmatrix}$ gegeben; in allen anderen Fällen kann man analog verfahren. Es ist daselbst $o_1 a = \frac{1}{3} e$, $o_2 a = \frac{2}{3} e$, $ab \perp o_1 o_2$, $\operatorname{tg}\,\varphi_2 = \frac{ab}{o_2 a}$, $\operatorname{tg}\, b o_1 a = 2\ \operatorname{tg}\,\varphi_2$, also $c o_1 d = \chi$, $boc = \pi + \chi$. Die Directionsmomente werden, wegen

$$\sin\chi = -\frac{2\operatorname{tg}\,\varphi_2}{\sqrt{1+4\operatorname{tg}^2\varphi_2}} \qquad \cos\chi = \frac{1}{\sqrt{1+4\operatorname{tg}^2\varphi_2}} \qquad 8)$$

für $\varphi_1 = \chi$, Fig. $2a$, $v_{12} = \frac{2m_1\, m_2}{\sqrt{1+3\sin^2\varphi_2}}$; stabiles Gleichgewicht.

für $\varphi_1 = \pi + \chi$, Fig. $2b$, $v_{12} = -\frac{2m_1\, m_2}{\sqrt{1+3\sin^2\varphi}}$; labiles Gleichgewicht.

Die Bedingung $v_{12} = o$ führt nach 1) auf

$$\operatorname{tg}\,\varphi_1 = 2\cot\varphi_2 \qquad 9)$$

was wieder 2 Lagen des Magnets 1 entspricht, die sich um π unterscheiden. Unter der Voraussetzung $\varphi_2 \begin{smallmatrix} < \\ > \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} \pi:2 \\ o \end{smallmatrix}$ giebt die Fig. $2c$ eine graphische Construction der einen, $\varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ entsprechenden Lage. Es ist dort $oa = \frac{1}{3} e$, $ab \perp o_1 o_2$, $co_1 \perp bo_1$, $\cot\varphi_2 = \frac{o_2 a}{ab}$; $\operatorname{tg}\, o_1 ba = 2\cot\varphi_2$; $\sphericalangle\, co_1 d = \varphi_1$.

Sollen u_{12} und u_{21} gleichzeitig verschwinden, die Magnete sich also gegenseitig nicht ablenken, so müssen die Gleichungen

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = -2\operatorname{tg}\varphi_2 \text{ und } \operatorname{tg}\varphi_2 = -2\operatorname{tg}\varphi_1 \tag{10}$$

gleichzeitig erfüllt sein, d. h. es müssen φ_1 und φ_2 die Werthe o oder π, oder die Werthe $\pm\frac{\pi}{2}$ annehmen.

Ich gebe beispielsweise in Fig. 3 einige später wieder vorkommende Fälle:

$$\begin{array}{lll} \text{Lage 1.} & \varphi_1 = \varphi_2 = o & \\ \text{,, } 2. & \varphi_1 = o,\ \varphi_2 = \pi & \\ \text{,, } 3. & \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2} & \\ \text{,, } 4. & \varphi_1 = \frac{\pi}{2},\ \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} & \end{array} \quad v_{12} = v_{21} = \begin{cases} \frac{2m_1m_2}{e^3}, & \text{stabil.} \\ -\frac{2m_1m_2}{e^3}, & \text{labil.} \\ -\frac{m_1m_2}{e^3}, & \text{labil.} \\ \frac{m_1m_2}{e^3}, & \text{stabil.} \end{cases}$$

Die Untersuchung von u_{12} und v_{12} lässt sich noch etwas fortsetzen, und man gewinnt in folgender Weise eine genauere Uebersicht über die Abhängigkeit jener Momente von den Richtungen der Magnete. Es mögen m_1, m_2, e, φ_1 als Constanten, u_{12}, v_{12} und φ_2 als Variabele betrachtet werden. Ich nehme (Fig. 3a) o_1o_2 als Axe eines Polarcoordinatensystems, o_2 als den Ursprung, und betrachte die zu φ_2 gehörigen u_{12} und v_{12} als die der Anomalie φ_2 zukommenden Radienvectoren. Es sei

$$\frac{m_1m_2}{e^3} = 2A \qquad u_{12} = t \qquad v_{12} = \tau \qquad \varphi_2 = \varphi \qquad \varphi_1 = \alpha \tag{11}$$

Man erhält dann die Polargleichungen

$$\left.\begin{aligned} t &= 2A\,(2\cos\alpha\sin\varphi + \sin\alpha\cos\varphi) \\ \tau &= 2A\,(2\cos\alpha\cos\varphi - \sin\alpha\sin\varphi) \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

welche durch die Substitutionen

$$\begin{aligned} x &= t\cos\varphi & \xi &= \tau\cos\varphi \\ y &= t\sin\varphi & \eta &= \tau\sin\varphi \end{aligned} \tag{13}$$

übergehen in

$$\begin{aligned} (x - A\sin\alpha)^2 + (y - 2A\cos\alpha)^2 &= A^2\,(1 + 3\cos^2\alpha) \\ (\xi - 2A\cos\alpha)^2 + (\eta + A\sin\alpha)^2 &= A^2\,(1 + 3\cos^2\alpha) \end{aligned} \tag{14}$$

Die Curven sind also Kreise; die Radienvectoren durch die Mittelpunkte derselben haben Anomalien ψ, welche aus

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\psi_1 &= 2\cot\alpha \\ \operatorname{tg}\psi_2 &= -\tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha \end{aligned} \tag{15}$$

zu bestimmen sind. Für $\sigma = \text{arc tg } 2 \cot \alpha$ erhält man

$$\psi_1 = \sigma \quad \text{und} \quad \psi_1 = \pi + \sigma \tag{16}$$

$$\psi_2 = \frac{\pi}{2} + \sigma \text{ und } \psi_2 = \frac{3\pi}{2} + \sigma \tag{17}$$

Man erhält also 4 Kreise mit demselben Halbmesser $A \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$. Die Construction derselben ist sehr einfach. In Fig. 3a ist $o_1 b \perp o_1 c$, $o_1 a = \frac{1}{3} o_1 o_2$, $ab \perp o_1 o_2$; dann ist $\sphericalangle\, b o o_1 = \sigma$; ferner ist $qq' \perp pp'$, also $o_1 o_2 q' = \frac{\pi}{2} + \sigma$.

Das eine Kreispaar (in der Figur K_{+u} und K_{-u}) entspricht den $\pm$ Werthen von t oder u_{12}, das andre (K_{+v} und K_{-v}) den $\pm$ Werthen von τ oder v_{12}.

Man findet leicht, dass wenn φ einmal von $-\left(\frac{\pi}{2} - \sigma\right)$ über o bis $\frac{\pi}{2} + \sigma$, dann von $\frac{\pi}{2} + \sigma$ über π bis $\frac{3\pi}{2} + \sigma$ geht, die Zeichen von t in beiden Fällen verschieden ausfallen; dasselbe geschieht bei τ, wenn φ zuerst von σ über $\frac{\pi}{2}$ bis $\pi + \sigma$, dann von $\pi + \sigma$ über $\frac{3\pi}{2}$ bis σ geht.

Jeder unter beliebiger Anomalie φ von o_2 aus bis zum Schnitt mit zweien der Kreise gezogene Radiusvector stellt in den bezüglichen Sehnen die zu φ gehörigen u_{12} und v_{12} nach Grösse und Vorzeichen dar. In den Kreisen mit $+$ Index sind die Sehnen $+$, in denen mit $-$ Index dagegen $-$ zu nehmen.

Die Aufgabe, einen Magnet 3 so zu placiren, dass zwei andre Magnete, für welche die Momente m_1, m_2, die Richtungen φ aber α_1, α_2, die Centralen (1, 3) und (2, 3) e_1, e_2 sein mögen, das Drehungsmoment Null auf Magnet 3 ausüben, kann nun leicht graphisch gelöst werden. Man construire mit den Radien $\frac{m_1 m_3}{2 e_1^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha_1}$ und $\frac{m_2 m_3}{2 e_2^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha_2}$ die Kreise der Drehungsmomente, $K_{\pm u}$, $K'_{\pm u}$. Die den Kreisen K_{+u} und K'_{-u}, oder K_{-u} und K'_{+u} gemeinsamen Sehnen geben dann 2 Lagen, in welchen der Magnet 3 von den beiden andern nicht gestört wird.

Aus
$$\text{tg } \psi_1 = 2 \cot \alpha$$
folgt
$$d\psi_1 = -\frac{2 \cos^2 \psi}{\sin^2 \alpha} d\alpha \tag{18}$$

d. h. bei rechtläufiger Bewegung von α (von o bis 2π in der Richtung NWSE) befindet sich ψ in rückläufiger Bewegung. Man hat ferner (Fig. 3b)

Lage 1	$\alpha = o$	$\psi_1 = \frac{\pi}{2}$	$\psi_2 = \pi$	$t = 4A \sin\varphi$	$\tau = 4A \cos\varphi$
Lage 2	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\psi_1 = o$	$\psi_2 = \frac{\pi}{2}$	$t = 2A \cos\varphi$	$\tau = -2A \sin\varphi$
Lage 3	$\alpha = \pi$	$\psi_1 = -\frac{\pi}{2}$	$\psi_2 = o$	$t = -4A \sin\varphi$	$\tau = -4A \cos\varphi$
Lage 4	$\alpha = \frac{3\pi}{2}$	$\psi_1 = -\pi$	$\psi_2 = -\frac{\pi}{2}$	$t = -2A \cos\varphi$	$\tau = 2A \sin\varphi$

Der Mittelpunkt des Kreises K_{+v} liegt daher stets rückläufig gegen den des Kreises K_{+u} u. s. f.

Bei einer vollen rechtläufigen Drehung des Magnets 1 beschreibt das System der 4 Kreise eine volle rückläufige Drehung; die Radien r variiren dabei zwischen A und $2A$. Führt man in $r^2 = A^2 (1 + 3 \cos^2\alpha)$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = 2 \cot \alpha$$

$$x = r \cos \psi_1 \quad y = r \sin \psi_1 \qquad 19)$$

ein, so entsteht $4 x^2 + y^2 = 4 A^2$.

Die Centra der Kreise $K_{\pm u}$ beschreiben also bei einer vollen Drehung eine Ellipse mit den Halbaxen A und $2A$. Das nämlich findet bei den Kreisen $K_{\pm v}$ statt. Zur Anomalie ψ gehört der Radius $\frac{2A}{\sqrt{1 + 3 \cos^2\psi}}$

Von besonderem Interesse ist der Fall, wo der Magnet 1 die Richtung des Meridians, der Magnet 2 die darauf normale besitzt, also $\alpha_1 = o$, $\alpha_2 = \pm \frac{\pi}{2}$ ist. Das System 4) gibt dann

$$\left.\begin{aligned} u_{12} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (\pm 3 \sin^2\omega \mp 2) \\ u_{21} &= \frac{m_1 m_2}{e^3} (\pm 3 \sin^2\omega \mp 1) \\ v_{12} = v_{21} &= \pm \frac{3 m_1 m_2 \sin 2\omega}{2 e^3} \end{aligned}\right\} \qquad 21)$$

Aus $u_{21} = o$ erhält man die Gleichung

$$3 \sin^2\omega - 1 = o \qquad 22)$$

Setzt man $\quad \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} = \zeta = 35^0\, 15'\, 52'' \qquad 23)$

so gibt 22) $\quad \omega = \zeta \quad \text{oder} \quad \omega = \pi - \zeta \qquad 24)$

da ω in die Grenzen o und π eingeschlossen sein soll. Dabei ist angenommen, wie es auch künftighin immer geschehen soll, dass der Magnet 2 östlich von dem durch den Magnet 1 gehenden Meridian liege; aus 22) folgt auch noch

$$\omega = \pi + \zeta \quad \text{und} \quad \omega = 2\pi - \zeta \qquad 25)$$

was westlichen Lagen des Magnets 2 entspricht. Die Fälle der westlichen Lage kann man sofort aus den östlichen Lagen erhalten, wenn man als positive Drehungsrichtung Nord über West u. s. f. annimmt.

Es giebt also für den Magnet 2 vier (östliche) Lagen, in denen derselbe auf den Magnet 1 das Drehungsmoment Null ausübt [1]; Fig. 4*a* giebt diese Lagen.

$$\begin{array}{ll} \text{Lage } 1 \\ \;\;\text{„}\;\; 2 \end{array} \Big\} \alpha_1 = o \quad \alpha_2 = +\frac{\pi}{2} \begin{cases} \omega = \zeta \\ \omega = \pi - \zeta \end{cases} \qquad \begin{array}{ll} \text{„}\;\; 3 \\ \text{„}\;\; 4 \end{array} \Big\} \alpha_1 = o \quad \alpha_2 = -\frac{\pi}{2} \begin{cases} \omega = \zeta \\ \omega = \pi - \zeta \end{cases} \qquad v_{21} = \begin{cases} 3\,m_1\,m_2 \sin\zeta\cos\zeta \text{ stabil} \\ -3\,m_1\,m_2 \sin\zeta\cos\zeta \text{ labil} \\ -3\,m_1\,m_2 \sin\zeta\cos\zeta \text{ labil} \\ 3\,m_1\,m_2 \sin\zeta\cos\zeta \text{ stabil} \end{cases}$$

Der von Gauss zuerst eingeführte Winkel ζ spielt bei den folgenden Untersuchungen eine sehr wichtige Rolle; ich gebe deshalb hier einige Functionen desselben, welche später öfters gebraucht werden.

$$\zeta = 35^0\ 15'\ 52'' \qquad 2\zeta = 70^0\ 31'\ 44''$$

$$\frac{\pi}{2} - \zeta = 54^0\ 44'\ 8'' \qquad \frac{\pi}{2} - 2\zeta = 19^0\ 28'\ 16''$$

$$\frac{\pi}{2} + \zeta = 125^0\ 15'\ 52'' \qquad \frac{\pi}{2} + 2\zeta = 160^0\ 31'\ 44''$$

$$\pi - \zeta = 144^0\ 44'\ 8'' \qquad \pi - 2\zeta = 109^0\ 28'\ 16''$$

$$\sin\zeta = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \cos\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad \text{tg}\,\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2\zeta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \cos 2\zeta = \frac{1}{3} \qquad \text{tg}\,2\zeta = 2\sqrt{2}$$

$$\sin 3\zeta = \frac{5}{3\sqrt{3}} \qquad \cos 3\zeta = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \qquad \text{tg}\,3\zeta = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

Ich führe noch den Winkel λ ein, welcher durch die Gleichung

$$\lambda = \text{arc sin}\,\frac{1}{3\sqrt{3}} = 11^0\ 5'\ 45'' \qquad 27)$$

bestimmt wird. Die geometrische Construction von ζ und λ ist sehr einfach. In Fig. 4*b* ist $bc = 2ab$, $bd \perp ac$, $\measuredangle\, adc = \frac{\pi}{2}$, $ae = 3ad$; man hat dann

$$\measuredangle\, adb = \zeta \qquad \measuredangle\, aeb = \lambda.$$

---

1) Gauss, a. a. O. S. 23.

Des späteren Gebrauchs wegen mögen noch einige Formeln folgen.

$$\left.\begin{array}{ll}
\frac{\zeta+\lambda}{2} = 23^0\ 10'\ 49'' & \frac{\zeta-\lambda}{2} = 12^0\ 5'\ 3'' \\
\sin\ (\zeta \pm \lambda) = \frac{\sqrt{26} \pm \sqrt{2}}{9} & \cos\ (\zeta \pm \lambda) = \frac{2\sqrt{13} \mp 1}{9} \\
\sin \frac{\zeta+\lambda}{2} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{3} & \cos \frac{\zeta+\lambda}{2} = \frac{\sqrt{4+\sqrt{13}}}{3} \\
\sin \frac{\zeta-\lambda}{2} = \frac{\sqrt{4-\sqrt{13}}}{3} & \cos \frac{\zeta-\lambda}{2} = \frac{\sqrt{5+\sqrt{13}}}{3} \\
\sin \frac{3\zeta-\lambda}{2} = \sqrt{\frac{11+\sqrt{13}}{27}} & \cos \frac{3\zeta+\lambda}{2} = \sqrt{\frac{11-\sqrt{13}}{27}}
\end{array}\right\} \quad 28)$$

B. Wirkung dreier Magnete auf einander.

Es seien drei Magnete mit den Momenten m_1, m_2, m_3 und den Richtungen α_1, α_2, α_3 gegeben (Fig. 5); die Centralen seien $o_1\, o_2 = e_3$, $o_2\, o_3 = e_1$, $o_3\, o_1 = e_2$, die Richtungen dieser Geraden ω_3, ω_1, ω_2. Gemäss den Gleichungen 4) des vorigen Abschnitts erhält man dann folgendes System für die Drehungs- und Directionsmomente:

$$\left.\begin{aligned}
u_{12} &= \frac{m_1 m_2}{e_3^3}\Big(2\cos(\omega_3-\alpha_1)\sin(\omega_3-\alpha_2)+\sin(\omega_3-\alpha_1)\cos(\omega_3-\alpha_2)\Big)\\
u_{21} &= \frac{m_1 m_2}{e_3^3}\Big(2\cos(\omega_3-\alpha_2)\sin(\omega_3-\alpha_1)+\sin(\omega_3-\alpha_2)\cos(\omega_3-\alpha_1)\Big)\\
u_{13} &= \frac{m_1 m_3}{e_2^3}\Big(2\cos(\omega_2-\alpha_1)\sin(\omega_2-\alpha_3)+\sin(\omega_2-\alpha_1)\cos(\omega_2-\alpha_3)\Big)\\
u_{31} &= \frac{m_1 m_3}{e_2^3}\Big(2\cos(\omega_2-\alpha_3)\sin(\omega_2-\alpha_1)+\sin(\omega_2-\alpha_3)\cos(\omega_2-\alpha_1)\Big)\\
u_{23} &= \frac{m_2 m_3}{e_1^3}\Big(2\cos(\omega_1-\alpha_2)\sin(\omega_1-\alpha_3)+\sin(\omega_1-\alpha_2)\cos(\omega_1-\alpha_3)\Big)\\
u_{32} &= \frac{m_2 m_3}{e_1^3}\Big(2\cos(\omega_1-\alpha_3)\sin(\omega_1-\alpha_2)+\sin(\omega_1-\alpha_3)\cos(\omega_1-\alpha_2)\Big)
\end{aligned}\right\} \quad 29)$$

$$\left.\begin{aligned}
v_{12} = v_{21} &= \frac{m_1 m_2}{e_3^3}\Big(2\cos(\omega_3-\alpha_1)\cos(\omega_3-\alpha_2)-\sin(\omega_3-\alpha_1)\sin(\omega_3-\alpha_2)\Big)\\
v_{13} = v_{31} &= \frac{m_1 m_3}{e_2^3}\Big(2\cos(\omega_2-\alpha_1)\cos(\omega_2-\alpha_3)-\sin(\omega_2-\alpha_1)\sin(\omega_2-\alpha_3)\Big)\\
v_{23} = v_{32} &= \frac{m_2 m_3}{e_1^3}\Big(2\cos(\omega_1-\alpha_2)\cos(\omega_1-\sigma_3)-\sin(\omega_1-\alpha_2)\sin(\omega_1-\alpha_3)\Big)
\end{aligned}\right\} \quad 30)$$

Ganz allgemein geht nun die Aufgabe dahin, die Gleichungen aufzulösen, welche das Verschwinden der Drehungsmomente für jeden einzelnen Magnet ausdrücken, nämlich

$$\begin{aligned}
U_1 &= u_{21} + u_{31} = o\\
U_2 &= u_{12} + u_{32} = o\\
U_3 &= u_{13} + u_{23} = o
\end{aligned} \qquad 31)$$

d. h. etwa die ω als Functionen der α zu ermitteln, und dann die Werthe der Directionsmomente für jeden Magnet zu bestimmen. In 31) müssen zu diesem Zwecke die Verhältnisse der Strecken e_1, e_2, e_3 durch die Sinus der Winkel des Dreiecks $o_1\ o_2\ o_3$,

d. h. durch die Sinus und Cosinus der α und ω ersetzt werden; die Gleichungen 31) werden also bezüglich der letzteren vom fünften Grade, wodurch eine allgemeine Lösung des Problems ausgeschlossen ist. Man wird nur ganz specielle Fälle behandeln können, indem man einigen Variabeln derartige Werthe beilegt, dass die übrigen bestimmbar werden. Wollte man auch die Directionsmomente zum Verschwinden bringen, so kämen die Gleichungen

$$v_{21} + v_{31} = v_{12} + v_{32} = v_{13} + v_{23} = o \quad \text{oder} \quad v_{12} = v_{13} = v_{23} = o \qquad 32)$$

hinzu, und man erhält so scheinbar 6 Gleichungen für die 6 Variabeln; da indessen nur die Differenzen $\omega - \alpha$ vorkommen, so ist ersichtlich, dass eine Variabele, etwa α_1, gleich Null gesetzt werden kann, wonach alle anderen Richtungen auf die des Magnets 1, und nicht wie bisher auf den Meridian zu beziehen wären; es bleiben mithin nur fünf unabhängige Variabeln übrig. Aus diesem Umstande geht hervor, dass, falls einzelnen Variabeln, wie ich es immer thun werde, bestimmte Werthe beigelegt werden, die Directionsmomente im allgemeinen nicht mehr verschwinden können, immer unter der Voraussetzung, dass den Gleichungen 31) genügt werde. Nur wenn auch die magnetischen Momente als Variable betrachtet werden, lässt sich in gewissen Fällen, auf welche ich später eingehe, ein Ausweg finden. Ich nehme nun ein für alle Mal an, es sei der dritte Magnet, der Compensationsmagnet, in der Horizontalebene nicht drehbar; dadurch fällt die Gleichung $U_3 = o$ weg; meine weiteren Annahmen sollen sich immer auf die α beziehen, so dass nur die Bestimmung der ω nöthig wird. Entsprechend dem Hauptfalle der magnetischen Praxis, in welchem der erste Magnet für die Declination, der zweite als Bifilar für die Horizontalintensität bestimmt ist, sei fortan stets

$$\alpha_1 = o \qquad \alpha_2 = \pm \frac{\pi}{2} \qquad 33)$$

d. h. der Magnet 1 im Meridian, mit dem Nordende nach N, der Magnet 2 normal zum Meridian, mit dem Nordende nach E $\left(+\frac{\pi}{2}\right)$ oder nach W $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ gekehrt. Die zu behandelnden Gleichungen sind dann

$$\left.\begin{aligned} \frac{U_1}{m_1} &= \pm \frac{m_2}{e_3^3}(3\sin^2\omega_3 - 1) + \frac{m_3}{e_2^3}\big(2\cos(\omega_2 - \alpha_3)\sin\omega_2 + \sin(\omega_2 - \alpha_3)\cos\omega_2\big) = o \\ \frac{U_2}{m_2} &= \pm \frac{m_1}{e_3^3}(3\sin^2\omega_3 - 2) \pm \frac{m_3}{e_1^3}\big(-2\cos(\omega_1 - \alpha_3)\cos\omega_1 + \sin(\omega_1 - \alpha_3)\sin\omega_1\big) = o \end{aligned}\right\} 34)$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= v_{21} + v_{31} = m_1\left(\pm \frac{3m_2\sin 2\omega_3}{2e_3^3} + \frac{m_3}{e_2^3}\big(2\cos(\omega_2 - \alpha_3)\cos\omega_2 - \sin(\omega_2 - \alpha_3)\sin\omega_2\big)\right) \\ V_2 &= v_{12} + v_{32} = \pm m_2\left(\frac{3m_1\sin 2\omega_3}{2e_3^3} + \frac{m_3}{e_1^3}\big(2\cos(\omega_1 - \alpha_3)\sin\omega_1 + \sin(\omega_1 - \alpha_3)\cos\omega_1\big)\right) \end{aligned}\right\} 35)$$

In diesen Gleichungen correspondiren die Zeichen $\pm$ mit denen von α_2 in 33). Man kann hier wieder die Bemerkung machen, dass die Drehung eines Magnets um π einem Zeichenwechsel seines Moments gleichkommt. Einer allgemeinen Behandlung sind auch die Gleichungen 34) nicht zugänglich. Schreibt man dieselben in der Form

$$\left.\begin{array}{l} \pm \frac{m_2}{e_3{}^3} f_1 (\omega_3) + \frac{m_3}{e_2{}^3} f_2 (\omega_2, \alpha_3) = o \\ \pm \frac{m_1}{e_3{}^3} f_3 (\omega_3) \pm \frac{m_3}{e_1{}^3} f_4 (\omega_1, \alpha_3) = o \end{array}\right\} \quad 36)$$

so kommt man nur weiter, indem man etwa entweder $f_2 = o$ oder $f_4 = o$ setzt. Im ersten Falle wird zunächst ω_2 durch α_3 ausgedrückt, dann aus $f_1 = o$ der Werth von ω_3 bestimmt, und schliesslich ω_1 vermittelst der zweiten Gleichung durch eine Gleichung fünften Grades von α_3 abhängig gemacht. Ganz analog ist das Verfahren im zweiten Falle. In ähnlicher Weise habe ich alle Specialuntersuchungen gemacht, doch zeigt es sich sehr bald, dass man praktisch verwerthbare, einfache Resultate nur erhält, wenn der Grösse α_3 gewisse einfache Werthe beigelegt werden. Die magnetische Praxis (Variationsinstrumente) weist darauf hin, den Compensationsmagnet in den Meridian oder normal zu demselben zu stellen; ich habe deshalb für α_3 nur die Werthe o, π, $\pm \frac{\pi}{2}$ genommen und hierfür die Untersuchung durchgeführt. Die Lösung des Problems erfolgt also nur unter sehr bedeutenden Einschränkungen. Es lassen sich dann im Ganzen 8 Hauptfälle unterscheiden:

$$\begin{array}{llll} \text{I} & \alpha_1 = o, \quad \alpha_2 = + \frac{\pi}{2} & \text{II} & \alpha_1 = o \quad \alpha_2 = - \frac{\pi}{2} \\ \text{I}_1 & \alpha_3 = o & \text{II}_1 & \alpha_3 = o \\ \text{I}_2 & \alpha_3 = \pi & \text{II}_2 & \alpha_3 = \pi \\ \text{I}_3 & \alpha_3 = \frac{\pi}{2} & \text{II}_3 & \alpha_3 = \frac{\pi}{2} \\ \text{I}_4 & \alpha_3 = - \frac{\pi}{2} & \text{II}_4 & \alpha_3 = - \frac{\pi}{2} \end{array} \quad 37)$$

Wie sich sofort vermuthen lässt, bieten die Fälle 1 und 2, wie 3 und 4 vieles Gemeinsame dar; ich will sie deshalb zusammenfassend untersuchen.

I. Fälle I_1, I_2, II_1, II_2

($\alpha_2 = \pm \frac{\pi}{2}$, $\alpha_3 = o$ oder π)

Die Gleichungen 34) und 35) werden dann:

I_1, I_2

$$\left.\begin{array}{l} \frac{m_2}{e_3{}^3} (3 \sin^2 \omega_3 - 1) \pm \frac{3 m_3}{e_2{}^3} \sin \omega_2 \cos \omega_2 = o \ldots\ldots \\ \frac{m_1}{e_3{}^3} (3 \sin^2 \omega_3 - 2) \pm \frac{m_3}{e_1{}^3} (3 \sin^2 \omega_1 - 2) = o \end{array}\right\} \quad 38)$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= m_1 \left(\frac{3m_2 \sin 2\,\omega_3}{2e_3^3} \pm \frac{m_3}{e_2^3}(2 - 3\sin^2\omega_2)\right) \\ V_2 &= m_2 \left(\frac{3m_1 \sin 2\,\omega_3}{2e_3^3} \pm \frac{3m_3 \sin 2\,\omega_1}{2e_1^3}\right) \end{aligned}\right\} \quad 39)$$

Das obere Zeichen entspricht 1, das untere 2.

II_1, II_2.

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{m_2}{e_3^3}(3\sin^2\omega_3 - 1) \pm \frac{3m_3}{e_2^3}\sin\omega_2\cos\omega_2 = o \\ &\frac{m_1}{e_3^3}(3\sin^2\omega_3 - 2) \pm \frac{m_3}{e_1^3}(3\sin^2\omega_1 - 2) = o \end{aligned}\right\} \quad 40)$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= m_1 \left(-\frac{3m_2 \sin 2\,\omega_3}{2e_3^3} \pm \frac{m_3}{e_2^3}(2 - 3\sin^2\omega_2)\right) \\ V_2 &= -m_2 \left(\frac{3m_1 \sin 2\,\omega_3}{2e_3^3} \pm \frac{3m_3 \sin 2\,\omega_1}{2e_1^3}\right) \end{aligned}\right\} \quad 41)$$

Gemäss der Seite 217 erörterten Methode hat man zu setzen

entweder $3\sin^2\omega_3 - 1 = o$, woraus folgt a) $\omega_3 = \zeta$ 42)

b) $\omega_3 = \pi - \zeta$

oder $3\sin^2\omega_3 - 2 = o$, woraus folgt c) $\omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$ 43)

d) $\omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$

Für a und b entspringt dann $\sin\omega_2\cos\omega_2 = o$, woraus α) $\omega_2 = o$ folgt 44)

β) $\omega_2 = \frac{\pi}{2}$

während für c und d erhalten wird $3\sin^2\omega_1 - 2 = o$, woraus γ) $\omega_1 = \frac{\pi}{2} + \zeta$ folgt 45)

δ) $\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta$

Im Ganzen ergeben sich hier 32 Fälle, welche sich indessen durch eine spätere Betrachtung auf 24 reduciren; je 4 Fälle lassen sich gemeinsam behandeln, so dass 6 Gruppen von Fällen entstehen.

Erste Gruppe.

I 1 $a\alpha$, II 1 $a\alpha$, I 2 $a\alpha$, II 2 $a\alpha$.

Hier ist überall $\omega_3 = \zeta$, $\omega_2 = o$, so dass für ω_1 die Gleichung resultirt

$$3\sin^2\omega_1 - 2 = \pm\frac{m_1 e_1^3}{m_3 e_3^3} \quad (+ \text{ für } 1, - \text{ für } 2) \qquad 46)$$

In Fig. 6 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\measuredangle\, dpq = \zeta$; der Ort für den im Fall 1 nach N, im Fall 2 nach S gekehrten Magnet 3 ist dann die Gerade dd'; der Punkt p und seine Umgebung bis auf eine gewisse Entfernung sind gemäss der Voraussetzung 3) Seite 206 natürlich ausgeschlossen, was ich künftig nicht mehr besonders hervorheben werde. Man findet sehr leicht, dass bei beliebiger Lage des Magnets 3 auf dd'

$$\left.\begin{aligned} e_1 : e_3 &= \sin\zeta : \sin\omega_1 \\ e_2 : e_3 &= \pm \sin(\omega_1 - \zeta) : \sin\omega_1 \end{aligned}\right\} \quad 47)$$

je nachdem $\omega_1 \gtrless \zeta$, also $+$ auf pd, $-$ auf pd'.

Dadurch geht 46) über in

$$\sin^3\omega_1\,(3\sin^3\omega_1 - 2) = \pm\frac{m_1 \sin^3\zeta}{m_3} = \pm\frac{m_1}{3\,m_3\sqrt{3}}\,\frac{1}{2} \qquad 48)$$

Hier ist, wie überall später, eine Gleichung fünften Grades aufzulösen, was sich vermittelst Näherungsmethoden sehr leicht bewerkstelligen lässt, wenn m_1 und m_2 numerisch gegeben sind.

Untersucht man die Curve

$$y = \sin^3 x\,(3\sin^2 x - 2) \qquad 49)$$

für die Strecke von $x = o$ bis $x = \pi$, da sich ω_1 zwischen diesen Grenzen befinden muss, so ergibt sich

$$y = o \text{ für } x = o,\ \frac{\pi}{2} - \zeta,\ \frac{\pi}{2} + \zeta,\ \pi$$

Diesem Ordinatenwerth entsprechen die auszuschliessenden Werthe $m_3 = \infty$ oder $m_1 = o$.

Maximum für $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1$

$$\text{Minimum für } x = \left\{\begin{aligned} &\text{arc sin}\sqrt{\tfrac{2}{5}} &&= 39^0\ 13'\ 53'' \\ &\pi - \text{arc sin}\sqrt{\tfrac{2}{5}} &&= 140^0\ 46'\ \ 7'' \end{aligned}\right.,\ y = -\frac{8\sqrt{2}}{25\sqrt{5}} \qquad 50)$$

In Fig. 7 ist die fortan mit der Ziffer 1 bezeichnete Curve dargestellt; jedoch machen diese und alle späteren Curven keinen Anspruch auf Genauigkeit in der Ausführung der Zeichnung hinsichtlich der Ordinaten, da es mir genügt ein angenähertes Bild des Verlaufs der Curven zu geben.

Falls die rechte Seite der Gleichung 48) positiv ist, ersieht man aus Curve 1 sofort, dass x, d. h. ω_1 innerhalb der Grenzen $\eta \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{matrix}$ liegen muss, wenn der

Buchstab η ein für alle Mal zur Bezeichnung der Wurzeln der von mir zu untersuchenden Gleichungen angenommen wird. Dabei muss jedoch die Bedingung erfüllt sein

$$\frac{m_1}{3\,m_3\,\sqrt{3}} \overline{\overline{<}}\, 1 \quad \text{oder} \quad m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_1}{3\,\sqrt{3}}$$

Im allgemeinen erhält man 2 Lösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ \leqq \frac{\pi}{2} \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \geqq \frac{\pi}{2} \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{array}$$

derart, dass $\eta_1 + \eta_2 = \pi$.

Ich hebe solche einfache Beziehungen der Lösungen zu einander später nicht weiter hervor.

Ist die rechte Seite in 48) negativ, so lässt die Curve 1 erkennen, dass die Lösungen den Bedingungen unterliegen

$$\eta \begin{array}{l} > o \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{array} \qquad \text{oder:} \qquad \eta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ < \pi \end{array}$$

unter der Voraussetzung

$$\frac{m}{3m_3\sqrt{3}} \overline{\overline{<}} \frac{8\sqrt{2}}{25\sqrt{5}} \quad \text{oder} \quad m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\,.\,m_1$$

Im allgemeinen gibt es dann 4 Auflösungen (reelle Wurzeln der Gleichung fünften Grades)

$$\eta_1 \begin{array}{l} > o \\ \overline{\overline{<}}\, 39^0\,13'\,53'' \end{array} \qquad \eta_3 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \overline{\overline{<}}\, 140^0\,46'\,7'' \end{array}$$

$$\eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\, 39^0\,13'\,53'' \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{array} \qquad \eta_4 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\, 140^0\,46'\,7'' \\ < \pi \end{array}$$

Zur graphischen Darstellung dieser Verhältnisse ist in Fig. b $pq = pq' = e_3$, $pe = eg = gf = pe' = e'g' = g'f'$, gq und $g'q' \perp dd'$ construirt; nach den über ζ Seite 213 gemachten Erörterungen ist dann $\measuredangle fqg = gpq = \zeta$ u. s. f., also $qed = q'f'd = \frac{\pi}{2} - \zeta$ und $qfd = q'e'd = \frac{\pi}{2} + \zeta$.

Der geometrische Ort für den Compensationsmagnet 3 ist dann in den Fällen I$1a\alpha$ und II$1a\alpha$ (rechte Seite von 48 +) die Strecke ef (Bedingung $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_1}{3\sqrt{3}}$),

in den Fällen I 2$\alpha\alpha$ und II 2$\alpha\alpha$ die Strecke f über d hin ins Unendliche, sowie die Strecke e über d' hin ins Unendliche, wofür ich künftig kürzer sagen werde „die Strecken fd und ed'" (Bedingung $m_3 \geqq \frac{25}{24} \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot m_1$). Ausgeschlossen sind, was ich später nicht mehr besonders hervorhebe, der unendlich ferne Punkt der Geraden dd', sowie die Punkte p, e, f.

Zur Untersuchung der Directionsmomente hat man in den Fällen 1 immer ω_1 oder $\eta > \zeta$, und daher aus 39) und 41) mit Zuziehung von 47) und der Gleichung für η 48) nach leichter Umformung

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{m_1}{e_2^3}\left(\pm \frac{m_2 \sqrt{2} \sin^3(\eta-\zeta)}{\sin^3 \eta} + 2m_3\right) \qquad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \\ V_2 &= \pm \frac{3m_2 m_3}{2e_1^3}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2} \cdot \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \end{aligned}\right\} \quad 51)$$

Da $\eta - \zeta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} - 2\zeta \\ < \frac{\pi}{2} \end{array}$, so ist für I1$\alpha\alpha$ stets $V_1 > o$ für II1$\alpha\alpha$ aber $V_1 \gtreqless o$, je nachdem 51)a

$$m_3 \gtreqless \frac{m_2 \sin^3(\eta-\zeta)}{\sqrt{2} \sin^3 \eta}$$

Der in V_2 auftretende Ausdruck kehrt in ähnlicher Gestalt später oft wieder. Ich gebe deshalb hier eine Zusammenstellung der verschiedenen Fälle, wobei man sich erinnern muss, dass η, entsprechend ω, stets die Grenzen o und π hat.

$$\left.\begin{aligned} &\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = o \text{ für } \eta = 2\zeta \text{ oder } \eta = \pi - \zeta \\ &\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = o \text{ für } \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \text{ oder } \eta = \frac{\pi}{2} + 2\zeta \\ &\sin 2\eta - \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = o \text{ für } \eta = \frac{\pi}{2} - 2\zeta \text{ oder } \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \\ &\sin 2\eta - \sqrt{2} \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = o \text{ für } \eta = \zeta \quad \text{ oder } \quad \eta = \pi - 2\zeta \end{aligned}\right\} \quad 52)$$

Man erhält nun

$$\sin 2\eta - \sqrt{2} \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{für } \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \\ o & \text{für } \eta = \pi - 2\zeta \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{für } \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \end{cases} \quad 53)$$

Hier, wie überall später, ist vorstehender Nullwerth der einzige des Ausdrucks im ganzen Gebiet von η, d. h.

$$\begin{aligned} &\text{für I}\,1\,a\alpha \qquad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \pi - 2\zeta \\ &\text{für II}\,1\,a\alpha \qquad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \pi - 2\zeta \end{aligned} \qquad 54)$$

In Fig. 6 ist $gh = hf = g'h' = h'f'$ gemacht; für $qg = 1$ wird $pg = \sqrt{2}$, $hg = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $qg : hg = 4 : \sqrt{2} = \text{tg } 2\zeta$, also $\measuredangle\, qhg = q'h'g' = 2\zeta$, $\measuredangle\, dhq = d'h'q' = \pi - 2\zeta$.

Es ist daher für I $1 a\alpha$

$$V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } eh \\ = o \text{ im Punkt } h \\ < o \text{ auf } hf \end{cases} \qquad 55)$$

und für II$a\alpha$

$$V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } hf \\ = o \text{ im Punkt } h \\ < o \text{ auf } eh \end{cases}$$

Für die Fälle 2 hat man aus 39) und 41) mit Zuziehung von 47)

$$\begin{aligned} &\text{für die Strecke } pd \quad V_1 = \frac{m_1}{e_2{}^3}\left(\pm \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta} - 2\,m_3\right) \quad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \\ &\text{für die Strecke } d'p \quad V_1 = \frac{m_1}{e_2{}^3}\left(\mp \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta} - 2\,m_3\right) \quad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \end{aligned} \qquad 56)$$

Auf pd ist überall $\eta > \zeta$,

$$\begin{aligned} &\text{also im Falle I}\,2\,a\alpha \qquad V_1 \gtreqless o \quad \text{je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sqrt{2}\sin^3\eta} \\ &\text{im Falle II}\,2\,a\alpha \qquad V_1 < o \end{aligned} \qquad 57)$$

Auf pd' ist $\eta < \zeta$,

$$\begin{aligned} &\text{also im Falle I 2 } a\alpha \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2 \sin^3(\zeta - \eta)}{\sqrt{2}\sin^3\eta} \\ &\text{und im Falle II 2 } a\alpha \quad V_1 < o \end{aligned} \qquad 58)$$

Man erhält weiter

$$V_2 = \mp \frac{3\,m_2\,m_3}{2\,e_1{}^3}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \qquad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \qquad 59)$$

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \left\{\begin{array}{ll} -\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ für } \eta = o \\ o \quad \text{ für } \eta = \zeta \end{array}\right\} d'p \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ für } \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \} pe \\ \left.\begin{array}{ll} -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ für } \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \\ -\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ für } \eta = \pi \end{array}\right\} fd \qquad 60)$$

Man hat daher im Falle I 2 $a\,\alpha$ $V_2 > o$ auf $d'p$ und fd
$< o$ auf pe
im Falle II 2 $a\,\alpha$ $V_2 > o$ auf pe 61)
$< o$ auf $d'p$ und fd

V_2 wird Null in p, was natürlich ausgeschlossen ist.

Zweite Gruppe.

I 1 $b\,\alpha$, II 1 $b\,\alpha$, I 2 $b\,\alpha$, II 2 $b\,\alpha$.

Man erhält hier, wegen $\omega_3 = \pi - \zeta$, $\omega_2 = o$, dieselbe Gleichung für ω_1, wie in 46), nämlich

$$3 \sin^2 \omega_1 - 2 = \pm \frac{m_1 e_1^3}{m_3 e_3^3} \qquad \pm \left\{\begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}\right. \qquad 62)$$

In Fig. 6 ist die betreffende Lage dargestellt; der Magnet 2 befindet sich in q', so dass $\sphericalangle dpq' = \pi - \zeta$; die Gerade dd' ist dann wieder der Ort für den Magnet 3, und man findet

$$\left.\begin{array}{l} e_1 : e_3 = \sin \zeta : \sin \omega_1 \\ e_2 : e_3 = \pm \sin (\omega_1 + \zeta) : \sin \omega_1, \end{array}\right\} \qquad 63)$$

je nachdem $\omega_1 \lesseqgtr \pi - \zeta$, also $+$ auf $d'p$, $-$ auf pd. Die Gleichung 62) wird dann, in völliger Uebereinstimmung mit 48)

$$\sin^3 \omega_1 (3 \sin^2 \omega_1 - 2) = \pm \frac{m_1}{3 m_3 \sqrt{3}} \qquad \pm \left\{\begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}\right. \qquad 64)$$

Für die Fälle 1 ergeben sich dann (Curve 1) ganz analog dem früheren im allgemeinen 2 Lösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ \leqq \frac{\pi}{2} \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \geqq \frac{\pi}{2} \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{array}$$

unter der Bedingung $\qquad m_3 \geqq \frac{m_1}{3\sqrt{3}}$

Für die Fälle 2 giebt es wieder 4 Lösungen

$$\eta_1 \begin{cases} > o \\ \overline{\overline{<}}\ 39^0\ 13'\ 53'' \end{cases} \qquad \eta_3 \begin{cases} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ 140^0\ 46'\ 7'' \end{cases}$$

$$\eta_2 \begin{cases} \overline{\overline{>}}\ 39^0\ 13'\ 53'' \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{cases} \qquad \eta_4 \begin{cases} \overline{\overline{>}}\ 140^0\ 46'\ 7'' \\ < \pi \end{cases}$$

unter der Bedingung $$m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{24} \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot m_1$$

Der geometrische Ort für den Compensationsmagnet 3 ist dann in den Fällen I 1 $b\alpha$ und II 1 $b\alpha$ die Strecke $e'f'$ in Fig. 6 $\left(\text{Bedingung } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_1}{3\sqrt{3}}\right)$, dagegen in den Fällen I 2 $b\alpha$ und II 2 $b\alpha$ auf den Strecken $d'f'$ und $e'd$.

In den Fällen 1 ist stets $\eta < \pi - \zeta$; aus 39), 41), 63) und 64) findet man daher

$$V_1 = \frac{m_1}{e_2^3}\left(\mp \frac{m_2 \sqrt{2} \sin^3(\eta + \zeta)}{\sin^3 \eta} + 2\, m_3\right) \qquad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases}$$

$$V_2 = \pm \frac{3\, m_2\, m_3}{2\, e_1^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \qquad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \qquad 65)$$

Daher wird bei I 1 $b\alpha$ $V_1 \overline{\overline{<}}\!\!\!> o$, je nachdem $m^3 \overline{\overline{<}}\!\!\!> \frac{m_2 \sin^3(\eta + \zeta)}{\sqrt{2} \sin^3 \eta}$ 66)

bei II 1 $b\alpha$ $V_1 > o$.

Ferner ist

$$\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{für } \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \\ o & \text{für } \eta = 2\zeta \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{für } \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \end{cases} \qquad 67)$$

und man erhält

$$\text{für I 1 } b\alpha \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr 2\zeta$$

$$\text{für II 1 } b\alpha \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless 2\zeta \qquad 68)$$

oder

$$\text{für I 1 } b\alpha \quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } f'h' \\ = o \text{ im Punkt } h' \\ < o \text{ auf } h'e' \end{cases}$$

$$\text{für II 1 } b\alpha \quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } h'e' \\ = o \text{ im Punkt } h' \\ < o \text{ auf } f'h' \end{cases} \qquad 69)$$

Für die Fälle 2 erhält man aus denselben Gleichungen wie oben

$$\text{für die Strecke } d'p, \text{ wo } \eta < \pi - \zeta, \quad V_1 = \frac{m_1}{e_2^3}\left(\mp \frac{m_2 \sqrt{2} \,.\, \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} - 2 m_3\right) \quad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases}$$

$$\text{für die Strecke } pd, \text{ wo } \eta > \pi - \zeta, \quad V_1 = \frac{m_1}{e_2^3}\left(\pm \frac{m_2 \sqrt{2} \,.\, \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} - 2 m_3\right) \quad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \qquad 70)$$

Auf $d'p$ ist daher für I 2 $b\alpha$ $V_1 < o$

für II 2 $b\alpha$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr \dfrac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sqrt{2}\sin^3\eta}$ 71)

Auf pd dagegen für I 2 $b\alpha$ $V_1 < o$

für II 2 $b\alpha$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr -\dfrac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sqrt{2}\sin^3\eta}$ 72)

Man erhält weiter in den Fällen 2

$$V_2 = \mp \frac{3 m_2 m_3}{2 e_1^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \qquad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \qquad 73)$$

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{3} & \eta = o \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \end{cases} d'f' \quad \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \\ o & \eta = \pi - \zeta \end{cases} e'p \quad \begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{3} & \eta = \pi \end{cases} pd \qquad 74)$$

Also wird im Falle I 2 $b\alpha$ $V_2 > o$ auf $e'p$

$< o$ auf $d'f'$ und pd

im Falle II 2 $b\alpha$ $V_2 > o$ auf $d'f'$ und pd

$< o$ auf $e'p$

Dritte Gruppe.

I 1 $a\beta$, II 1 $a\beta$, I 2 $a\beta$, II 2 $a\beta$.

Hier ist $\omega_3 = \zeta$, $\omega_2 = \dfrac{\pi}{2}$, so dass aus 38) und 40) resultirt

$$3\sin^2\omega_1 - 2 = \pm \frac{m_1 e_1^3}{m_3 e_3^3} \qquad \pm \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \qquad 76)$$

In Fig. 8 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\sphericalangle\, kpq = \zeta$; der Ort für den im Fall 1 nach N, im Fall 2 nach S gekehrten Magnet 3 ist die auf kk' normale Gerade dd'. Man findet

$$\left.\begin{array}{l} e_1 : e_3 = \mp \cos\zeta : \cos\omega_1 \\ \text{und zwar } - \text{ für } \omega_1 > \frac{\pi}{2}, \text{ auf der Strecke } d'g, + \text{ für } \omega_1 < \frac{\pi}{2}, \text{ auf } gd \\ e_2 : e_3 = \mp \sin(\omega_1 - \zeta) : \cos\omega_1 \end{array}\right\} \quad 77)$$

und zwar $-$ für $\omega_1 < \zeta$, und $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$, auf $d'p$, $+$ für $\omega_1 \begin{smallmatrix} > \zeta \\ < \frac{\pi}{2} \end{smallmatrix}$, auf pd.

Für die Fälle 1 wird daher $\cos^3\omega_1\,(1-3\cos^2\omega_1) = \mp\frac{m_1}{m_3}\cos^3\zeta = \mp\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ 78)

$-$ für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$, $+$ für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$

Die Curve $\qquad y = \cos^3 x\,(1 - 3\cos^2 x)$ $\qquad$ 79)

gibt auf der Strecke $x = o$ bis $x = \pi$

$$y = o \text{ für } x = \frac{\pi}{2} - \zeta, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \zeta$$

$$\begin{array}{l} \text{Maximum für } x = \pi, \quad y = 2 \\ \qquad \text{und } x = \text{arc} \cos\sqrt{\frac{1}{5}} = 63^0 26' 6'', \ y = \frac{2}{25\sqrt{5}} \\ \text{Minimum für } x = o, \quad y = -2 \\ \qquad \text{und } x = \pi - \text{arc}\sin\sqrt{\frac{1}{5}} = 116^0 33' 54'', y = -\frac{2}{25\sqrt{5}} \end{array} \quad 80)$$

In Fig. 9 ist diese Curve (Curve 2) dargestellt.

Da die rechte Seite in 78) für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$ negativ ist, so erfährt man aus Curve 2, dass unter der Bedingung $\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}} \overline{\overline{<}} \frac{2}{25\sqrt{5}}$ oder $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_1$ im allgemeinen 2 Lösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} \\ \overline{\overline{<}}\ 116^0 33' 54'' \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\ 116^0 33' 54'' \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{array}$$

existiren. In Fig. 8 ist $qq' \perp dd'$, $ge = 2pg = 2fp$, so dass $\sphericalangle\, gqe = \frac{\pi}{2} - \zeta$. Der geometrische Ort für den Magnet 3 ist also zunächst $d'e$.

Für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ ist die rechte Seite in 78) +, und man ersieht aus Curve 2, dass unter derselben Bedingung wie vorher $m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_1$ zwei Auflösungen existiren

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ \leqq 63^0\, 26'\, 6'' \end{array} \qquad\qquad \eta_1 \begin{array}{l} \geqq 63^0\, 26'\, 6'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

In Fig. 8 ist $\measuredangle\, qfp = \zeta$, also $Nkq = \frac{\pi}{2} - \zeta$; d. h. der Ort für den Magnet 3 wird hier *fd*.

Für die Fälle 2 erhält man $\cos^3\omega_1\,(1 - 3\cos^2\omega_1) = \pm \frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ 81)

$+$ für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$, $-$ für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$

Für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ zeigt Curve 2, dass unter der Bedingung

$$\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}} \leqq 2 \quad \text{oder} \quad m_3 \geqq \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$$

eine Lösung $\eta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \leqq \pi \end{array}$ vorhanden ist; dies entspricht der Strecke *eg*.

Für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ erfährt man (rechte Seite in 81) $-$), dass unter derselben Bedingung, wie vorher, auch nur eine Lösung $\eta \begin{array}{l} \geqq 0 \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{array}$, entsprechend der Strecke *gf*, existirt. Die geometrischen Oerter für den Compensationsmagnet 3 sind also in den Fällen I 1 $\alpha\beta$, II 1 $\alpha\beta$ die Strecken *d'e* und *fd* (Bedingung $m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}} \cdot m_1$), in den Fällen I 2 $\alpha\beta$ und II 2 $\alpha\beta$ die Strecke *ef* (Bedingung $m_3 \geqq \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$).

In den Fällen 1 gewinnt man aus 39), 41), 76), 77) für die Strecke *d'e*, wo

$$\eta > \frac{\pi}{2} \qquad \begin{array}{ll} V_1 = \frac{m_1}{e_2{}^3}\left(\mp \frac{m_2\sqrt{2}\,.\,\sin^3(\eta - \zeta)}{\cos^3\eta} - m_3\right) & \mp \left\{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array}\right. \\ V_2 = \pm \frac{3m_2 m_3}{2e_1{}^3}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) & \pm \left\{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array}\right. \end{array} \qquad 82)$$

Auf $d'e$ wird also

$$\text{im Fall I}\,1\,\alpha\beta \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr -\frac{m_2 \sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} \tag{83}$$

im Fall II 1 $\alpha\beta$ $V_1 < o$.

Ferner ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \\ o & \eta = \pi - 2\zeta \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \end{cases} \tag{84}$$

d. h.

$$\left.\begin{array}{l} \text{für I}\,1\,\alpha\beta \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \pi - 2\zeta \\ \text{für II}\,1\,\alpha\beta \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \pi - 2\zeta \end{array}\right\} \text{auf } d'e \tag{85}$$

In Fig. 8 ist $he = eg$ gemacht, also, analog früheren Entwickelungen, $\measuredangle\, hqg = 2\zeta$; im Punkte h wird dann $V_2 = o$.

Auf fd, woselbst $\eta < \frac{\pi}{2}$, hat man

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{m_1}{e_2{}^3}\left(\pm\frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} - m_3\right) \\ V_2 = \pm\frac{m_2}{e_1{}^3}\left(\frac{4 m_1}{3\sqrt{3}\cos^3\eta} + \frac{3 m_3 \sin 2\eta}{2}\right) \end{array}\right. \qquad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \tag{86}$$

Mithin auf fd

$$\begin{array}{ll} \text{im Falle I 1 } \alpha\beta & V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} \\ & V_2 > o \\ \text{und im Falle II 1 } \alpha\beta & V_1 < o \\ & V_2 > o \end{array} \tag{87}$$

Fasst man alles zusammen, so erhält man

$$\begin{array}{lll} \text{Fall I 1 } \alpha\beta & V_1 & \gtreqless o \text{ auf } d'e \text{ und } fd \\ & V_2 & \begin{cases} > o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \\ = o \text{ im Punkt } h \\ < o \text{ auf } he \end{cases} \\ \text{Fall II 1 } \alpha\beta & V_1 & < o \text{ auf } d'e \text{ und } fd \\ & V_2 & \begin{cases} > o \text{ auf } he \\ = o \text{ im Punkt } h \\ < o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \end{cases} \end{array} \tag{88}$$

In den Fällen 2 sind die Strecken $ep\left(\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} + \zeta \text{ und } \eta < \zeta\right)$ und $pf\left(\eta \,{>\zeta \atop >\frac{\pi}{2}}\right)$ zu unterscheiden. Man erhält für die Strecke ep

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{m_1}{e_2^{\,3}}\left(\mp \frac{m_2 \sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} + m_3\right) \qquad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \\ V_2 &= \mp \frac{3\, m_2\, m_3}{2\, e_1^{\,3}}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \end{aligned}\right\} \quad 89)$$

Für die Strecke pf entsteht

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{m_1}{e_2^{\,3}}\left(\pm \frac{m_2 \sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} + m_3\right) \\ V_2 &= \mp \frac{3\, m_2\, m_3}{2\, e_1^{\,3}}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \end{aligned}\right\} \quad 90)$$

Man hat daher im Falle I 2 $a\beta$ $V_1 > o$ auf ef

$$\left.\begin{aligned} &\text{im Falle II 2 } a\beta \quad V_1 \gtreqless o \text{ auf } ep, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless -\frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} \\ &V_1 \gtreqless o \text{ auf } pf, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} \end{aligned}\right\} \quad 91)$$

Ferner ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \\ o & \eta = \zeta \end{cases} \Big\}\, ep \qquad 92)$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \begin{matrix} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \end{matrix} \Big\}\, pf$$

$$\left.\begin{aligned} \text{also im Falle I 2 } a\beta \quad V_2 &> o \text{ auf } ep \\ &< o \text{ auf } pf \\ \text{im Falle II 2 } a\beta \quad V_2 &> o \text{ auf } pf \\ &< o \text{ auf } ep \end{aligned}\right\} \quad 93)$$

Vierte Gruppe.

I 1 $b\beta$, II 1 $b\beta$, I 2 $b\beta$, II 2 $b\beta$.

Diesmal ist $\omega_3 = \pi - \zeta$, $\omega_2 = \frac{\pi}{2}$. Die Gleichung 76) gilt auch hier; in Fig. 8 ist $\measuredangle\, kpq' = \pi - \zeta$; der Magnet 2 befindet sich in q'; der Ort für den Magnet 3 wird wieder dd'. Man hat

$$e_1 : e_3 = \pm \cos\zeta : \cos\omega_1$$

und zwar + für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$, auf $d'g$, — für $\omega > \frac{\pi}{2}$, auf gd

$$e_2 : e_3 = \pm \sin(\omega_1 + \zeta) : \cos\omega_1 \qquad 94)$$

nämlich + für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ und $\omega_1 > \pi - \zeta$, auf $d'p$, dagegen — für $\omega_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ < \pi - \zeta \end{matrix}$, auf pd.

Für die Fälle 1 wird daher $\cos^3\omega_1 \quad (1 - 3\cos^2\omega_1) = \pm \frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ 95)

und zwar + für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$, — für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$

Aus Curve 2 ersieht man, dass für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ unter der früheren Bedingung $m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_1$ im allgemeinen 2 Lösungen existiren

$$\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ \leqq 63^0 26' 6'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \geqq 63^0 26' 6'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$$

welche der Strecke ed' entsprechen.

Für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$ hat man dann unter derselben Bedingung 2 Auflösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ \leqq 116^0 33' 54'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \geqq 116^0 33' 54'' \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{matrix}$$

entsprechend der Strecke fd.

Bei den Fällen 2 wird $\cos^3\omega_1\ (1 - 3\cos^2\omega_1) = \mp \frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ und zwar — für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$, auf $d'g$, + für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$, auf gd.

Die Curve 2 lehrt wieder, dass für $\omega_1 < \frac{\pi}{2}$ unter der Bedingung $m_3 \geqq \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ eine Lösung $\eta \begin{matrix} \geqq o \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{matrix}$, entsprechend eg, vorhanden ist, während für $\omega_1 > \frac{\pi}{2}$ unter derselben Bedingung ebenfalls nur eine Lösung $\eta \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \leqq \pi \end{matrix}$, entsprechend gf, existirt.

Die geometrischen Oerter für den Compensationsmagnet 3 sind also in den Fällen I 1 $b_l\beta$ und II 1 $b_l\beta$ die Strecken $d'e$ und fd (Bedingung $m_3 \overline{\gtrless} \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_1$), in den Fällen I 2 $b_l\beta$ und II 2 $b_l\beta$ die Strecke ef (Bedingung $m_3 \overline{\gtrless} \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$). Was die Directionsmomente anlangt, erhält man aus den betreffenden Fundamentalgleichungen in den Fällen 1

für die Strecke $d'e$, wo $\eta < \frac{\pi}{2}$

$$V_1 = \frac{m_1}{e_2^{\,3}}\left(\mp \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} - m_3\right) \qquad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases}$$

$$V_2 = \pm \frac{3m_2m_3}{2e_1^{\,3}}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \tag{96}$$

Auf $d'e$ wird also im Fall I 1 $b\beta$ $V_1 < o$

$$\text{im Fall II 1 } b\beta \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} \tag{97}$$

Ferner ist

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \\ o & \eta = 2\zeta \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \tag{98}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{d. h. für I 1 } b\beta & V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr 2\zeta \\ \text{für II 1 } b\beta & V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless 2\zeta \end{array}\right\} \text{ auf } d'e \tag{99}$$

Dem Werth $\eta = 2\zeta$ entspricht der Punkt h.

Auf fd wird $\eta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta, \end{array}$ und man gewinnt

$$V_1 = \frac{m_1}{e_2^{\,3}}\left(\pm \frac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} - m_3\right)$$

$$V_2 = \pm \frac{m_2}{e_1^{\,3}}\left(\frac{4m_1}{3\sqrt{3}\cos^3\eta} + \frac{3m_3\sin 2\eta}{2}\right) \qquad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \tag{100}$$

Da $\eta + \zeta < \pi$ und $\eta > \frac{\pi}{2}$, so hat man sofort auf fd

im Falle I 1 $b\beta$ $V_1 < o$
$V_2 < o$

im Falle II 1 $b\beta$ aber $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr -\dfrac{m_2 \sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta}$ 101)
$V_2 > o.$

Fasst man alles zusammen, so erhält man

$$\text{Fall I } 1\,b\beta \quad V_1 < o \text{ auf } d'e \text{ und } fd$$
$$V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } eh \\ = o \text{ im Punkte } h \\ < o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \end{cases}$$
$$\text{Fall II } 1\,b\beta \quad V_1 \gtreqless o \text{ auf } d'e \text{ und } fd \qquad 102)$$
$$V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \\ = o \text{ im Punkte } h \\ < o \text{ auf } eh. \end{cases}$$

Bei den Fällen 2 sind die Strecken ep (η von o bis $\frac{\pi}{2} - \zeta$ und von $\pi - \zeta$ bis π) und pf (η von $\frac{\pi}{2} + \zeta$ bis $\pi - \zeta$) zu unterscheiden.

Für ep erhält man $V_1 = \dfrac{m_1}{e_2^3}\left(\mp \dfrac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} + m_3\right) \quad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases}$

für pf dagegen $V_1 = \dfrac{m_1}{e_2^3}\left(\pm \dfrac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} + m_3\right) \quad \pm \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases}$ 103)

Mithin im Fall I 2 $b\beta$ auf ep $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless \dfrac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta}$

auf pf $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless -\dfrac{m_2\sqrt{2}\sin^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta}$ 104)

und im Falle II 2 $b\beta$ $V_1 > o$ auf ef.

Für V_2 erhält man auf der ganzen Strecke ef

$$V_2 = \mp \frac{3\,m_2 m_3}{2\,e_1^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \quad \mp \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \qquad 105)$$

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \\ o & \eta = \pi - \zeta \end{cases} \Big\} ep \\ \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta \end{cases} \Big\} pf \qquad 106)$$

Es ist also im Falle I $2b\beta$ $\quad V_2 \begin{cases} < o \text{ auf } ep \\ > o \text{ auf } pf \end{cases}$

im Falle II $2b_1\beta$ $\quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } ep \\ < o \text{ auf } pf \end{cases}$ 107)

Fünfte Gruppe.

I $1c\gamma$, II $2c\gamma$, I $2c\gamma$, II $1c\gamma$.

Man hat für diese Fälle $\omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$, $\omega_1 = \frac{\pi}{2} + \zeta$, so dass aus 38) und 40) als Gleichung für ω_2 resultirt

$$\sin 2\omega_2 = \mp \frac{2m_2 e_2^3}{3m_3 e_3^3} \qquad \begin{matrix} - \text{ bei I1 und II2} \\ + \text{ bei I2 und II1} \end{matrix} \tag{108}$$

In Fig. 10 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\measuredangle\, gpq = \frac{\pi}{2} - \zeta$; es ist $qu \perp rr'$, $ue = pu$, also $gfq = \frac{\pi}{2} - \zeta$; der Ort für den Magnet 3 ist dann die Gerade dd'. Man findet leicht, dass

$$e_1 : e_3 = \mp \cos(\omega_2 + \zeta) : \cos(\omega_2 - \zeta)$$

nämlich $-$ für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$, auf $d'q$, aber $+$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$ und $> \frac{\pi}{2} + \zeta$, auf qd. 109)

$$< \frac{\pi}{2} + \zeta \qquad\qquad \overline{\overline{>}}\ o \qquad\qquad \overline{\overline{<}}\ \pi$$

$$e_2 : e_3 = \pm \sin 2\zeta \cos : (\omega_2 - \zeta)$$

nämlich $+$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} + \zeta$, auf $d'f$, $-$ für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} + \zeta$, auf fd.

In den Fällen I 1 und II 2 erhält man dann aus 108)

$$\sin 2\omega_2 \cdot \cos^3(\omega_2 - \zeta) = \mp \frac{2m_2 \sin^3 2\zeta}{3m_3} = \mp \frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \tag{110}$$

und zwar $-$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} + \zeta$, $+$ für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} + \zeta$

Die Curve $\qquad y = \sin 2x \cdot \cos^3(x - \zeta)$ 111)

liefert $\qquad y = o$ für $x = o, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \zeta, \pi$

Die Untersuchung der Extreme führt auf die Gleichung

$$\operatorname{tg}^3 x + 4\operatorname{tg}^2 x \cdot \sqrt{2} - 4\operatorname{tg} x - \sqrt{2} = o \tag{112}$$

woraus

$$x = \begin{cases} 40^0\ 50'\ 13'' \\ 99^0\ \ 4'\ 35'' \\ 165^0\ 21'\ \ 4'' \end{cases} \qquad y = \begin{cases} \ \ \ 0 \cdot 9755 \text{ Maximum} \\ -0 \cdot 0268 \text{ Minimum} \\ \ \ \ 0 \cdot 1307 \text{ Maximum} \end{cases}$$

Die Curve (Nr. 3) ist in Fig. 11 dargestellt.

Da die rechte Seite in 110) für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} + \zeta$ negativ ist, so lehrt der Anblick der Curve 3, dass, falls nur $\frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0 \cdot 0268$ oder $m_3 \geqq 20 \cdot 8619\ m_2$, im allgemeinen zwei der Strecke $d'e$ entsprechende Auflösungen vorhanden sind, nämlich

$$\eta_1 \begin{cases} > \frac{\pi}{2} \\ \overline{\overline{<}}\ 99^0\ 4'\ 35'' \end{cases} \qquad \eta_2 \begin{cases} \overline{\overline{>}}\ 99^0\ 4'\ 35'' \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{cases}$$

Für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} + \zeta$ wird jene rechte Seite positiv, und die Curve zeigt, dass dann, wenn nur $\frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0 \cdot 1307$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 4 \cdot 2760 m_2$ ebenfalls zwei, der Strecke fd angehörige Auflösungen existiren, nämlich

$$\eta_1 \begin{cases} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ 165^0\ 21'\ 4'' \end{cases} \qquad \eta_2 \begin{cases} \overline{\overline{>}}\ 165^0\ 21'\ 4'' \\ < \pi \end{cases}$$

In den Fällen I2 und II1 erhält man die Gleichung

$$\sin 2\omega_2 \cos^3 (\omega_2 - \zeta) = \pm \frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \tag{113}$$

d. h. $+$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} + \zeta$, $-$ für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} + \zeta$.

Die Curve 3 liefert für jenen Fall, wenn nur $\frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0 \cdot 9755$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 0 \cdot 5727 m_2$, im allgemeinen 2 Auflösungen,

$$\eta_1 \begin{cases} > o \\ \overline{\overline{<}}\ 40^0\ 50'\ 13'' \end{cases} \qquad \eta_2 \begin{cases} \overline{\overline{>}}\ 40^0\ 50'\ 13'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

welche der Strecke fe entsprechen.

Für den negativen Werth der rechten Seite ($\omega_2 > \frac{\pi}{2} + \zeta$) erkennt man aus Curve 3, dass keine Lösung möglich ist.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher in den Fällen I 1 $c\gamma$ und II 2 $c\gamma$ die Strecken $d'e$ (Bed. $m_3 \geqq 20 \cdot 8619\, m_2$) und fd (Bed. $m_3 \gtreqless 4 \cdot 2760\, m_2$), in den Fällen I 2 $c\gamma$ und II 1 $c\gamma$ die Strecke ef (Bed. $m_3 \gtreqless 0 \cdot 5727\, m_2$).

Für die Directionsmomente ergibt sich in den Fällen I 1 $c\gamma$ und II 2 $c\gamma$.

auf der Strecke $d'e$

$$\left(\eta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{array}\right) \begin{cases} V_1 = \mp \dfrac{3 m_1 m_3}{2 e_2{}^3} \left(\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta - \frac{1}{3}\right) \\ V_2 = \dfrac{m_2}{e_1{}^3} \left(\mp \dfrac{m_1 \sqrt{2} \cdot \cos^3(\eta + \zeta)}{\cos^3(\eta - \zeta)} - m_3 \sqrt{2}\right) \end{cases} \qquad 114)$$

auf der Strecke fd

$$\left(\eta \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ < \pi \end{array}\right) \begin{cases} V_1 = \mp \dfrac{m_1}{e_2{}^3} \left(\dfrac{32\, m_2}{27 \cos^3(\eta - \zeta)} - m_3 (2 - 3 \sin^2 \eta)\right) \\ V_2 = \dfrac{m_2}{e_1{}^3} \left(\pm \dfrac{m_1 \sqrt{2} \cdot \cos^3(\eta + \zeta)}{\cos^3(\eta - \zeta)} - m_3 \sqrt{2}\right) \end{cases} \qquad 115)$$

Die oberen Zeichen beziehen sich auf I 1, die unteren auf II 2.

Die Gleichungen $\sqrt{2} \sin 2\eta \pm \cos 2\eta \pm \frac{1}{3} = o$ führen alle auf Lösungen von der Form $\sin 2\eta = \frac{\pm \sqrt{2} \pm \sqrt{26}}{9}$, und mit Rücksicht auf 27) und 28) findet man

$$\begin{array}{l} \sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta + \frac{1}{3} = o \\ \sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta + \frac{1}{3} = o \\ \sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta - \frac{1}{3} = o \\ \sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta - \frac{1}{3} = o \end{array} \quad \text{für } 2\eta = \begin{cases} \pi - (\zeta - \lambda) \text{ und } 2\pi - (\zeta + \lambda) \\ \zeta - \lambda \text{ und } \pi + (\zeta + \lambda) \\ \pi - (\zeta + \lambda) \text{ und } 2\pi - (\zeta - \lambda) \\ \zeta + \lambda \text{ und } \pi + (\zeta - \lambda) \end{cases} \qquad 116)$$

Es ist nun

$$\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta - \frac{1}{3} = \begin{cases} \frac{2}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \\ o & \eta = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\zeta - \lambda}{2}\right) \\ -\frac{4}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} + \zeta. \end{cases} \qquad 117)$$

Berücksichtigt man nun die Grenzen für η auf den Strecken $d'e$ und fd, und dass im letzteren Falle $\sin \eta < \cos \zeta$, d. h. $< \sqrt{\frac{2}{3}}$ wird, so erkennt man leicht, dass

$$\text{im Falle I } 1\,c\gamma \text{ auf } d'e \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\zeta - \lambda}{2}\right)$$

$$\text{auf } fd \quad V_1 > o$$

$$\text{auf } d'e \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr - \frac{m_1 \cos^3(\eta + \zeta)}{\cos^3(\eta - \zeta)}$$

$$\text{auf } fd \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_3 \cos^3(\eta + \zeta)}{\cos^3(\eta - \zeta)} \qquad 118)$$

$$\text{dagegen im Falle II } 2\,c\gamma \text{ auf } d'e \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\zeta - \lambda}{2}\right)$$

$$\text{auf } fd \quad V_1 < o$$

$$\text{auf } d'e \text{ und } fd \quad V_2 < o.$$

Zur graphischen Darstellung ist in Fig. 10 $qr = qr' = 3\,qe$ gemacht; n ist die Mitte von er, n' die Mitte von er'; $nh \perp ed'$, $nh_1 \perp e\delta'$, $n'h' \perp e\delta$, $n'h_1' \perp ed$.

Für $qu = 1$ wird $ue = \sqrt{2}$, $qe = \sqrt{3}$, $qr = 3\sqrt{3}$, also $\measuredangle\, qre = qr'e = \lambda$ (S. 213).

Ferner $ur = \sqrt{26}$, $er = \sqrt{26} - \sqrt{2}$, $er' = \sqrt{26} + \sqrt{2}$

$$eh = eh_1 = en\,.\cos\zeta = \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{3}} \qquad eh' = eh_1' = en'\,.\cos\zeta = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin eph : \sin ehp = eh : ep = \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{3}} : 2\sqrt{2} = \sin\frac{\zeta - \lambda}{2} : \sin\frac{\zeta + \lambda}{2}$$

$$\sin h'pe : \sin eh'p = eh' : ep = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{3}} : 2\sqrt{2} = \cos\frac{\zeta + \lambda}{2} : \cos\frac{\zeta - \lambda}{2}$$

(Formeln 18).

Da nun $\measuredangle\, peh = \pi - \zeta$, $peh' = \zeta$, so ergibt sich

$$\measuredangle\, eph = \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad eph' = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad fph = \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta - \lambda}{2}$$

$$fph' = \pi - \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad fph_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad fph_1' = \frac{\zeta + \lambda}{2}$$

Für den Fall I $1\,c\gamma$ ist daher

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \\ = o \text{ im Punkte } h \\ < o \text{ auf } he \end{cases}$$

und für II $2\,c\gamma$ 119)

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } he \\ = o \text{ im Punkte } h \\ < o \text{ auf } d'h \text{ und } fd. \end{cases}$$

Was die Directionsmomente in den Fällen I $2 c\gamma$ und II $1 c\gamma$ anlangt, erhält man

$$\text{für die ganze Strecke } ef \quad V_1 = \pm \frac{3 m_1 m_3}{2 e_2^3} \left(\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta - \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{für die Strecke } eq \text{ aber} \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\mp \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 (\eta - \zeta)} + m_3 \sqrt{2} \right) \qquad 120)$$

$$\text{und für } qf \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\pm \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 (\eta - \zeta)} + m_3 \sqrt{2} \right)$$

Die oberen Zeichen entsprechen I $2 c\gamma$, die unteren II $1 c\gamma$.

$$\text{Es ist nun} \quad \sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta - \frac{1}{3} = \begin{cases} \frac{2}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \\ o & \eta = \frac{\zeta + \lambda}{2} \\ -\frac{4}{3} & \eta = o. \end{cases} \qquad 121)$$

$$\text{Darum wird auf } ef \text{ im Fall I } 2 c\gamma \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \frac{\zeta + \lambda}{2}$$

$$\text{im Fall II } 1 c\gamma \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad 122)$$

$$\text{d. h. im Falle I } 2 c\gamma \quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } eh_1' \\ = o \text{ im Punkte } h_1' \\ < o \text{ auf } h_1' f \end{cases}$$

$$\text{und im Falle II } 1 c\gamma \quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } h_1' f \\ = o \text{ im Punkte } h_1' \\ < o \text{ auf } eh_1' \end{cases} \qquad 123)$$

Berücksichtigt man, dass η auf der Strecke eq zwischen $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2} - \zeta$, auf der Strecke qf zwischen $\frac{\pi}{2} - \zeta$ und o liegt, so hat man sofort

$$\text{für I } 2 c\gamma \quad V_2 > o$$

$$\text{für II } 1 c\gamma \text{ auf } eq \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless - \frac{m_1 \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 (\eta - \zeta)} \qquad 124)$$

$$\text{auf } qf \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_1 \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 (\eta - \zeta)}$$

Sechste Gruppe.

I 1 $d\delta$, II 2 $d\delta$, I 2 $d\delta$, II 1 $d\delta$.

Hier ist $\omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$, $\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta$, und man erhält

$$\sin 2\,\omega_2 = \mp \frac{2\,m_2\,e_2^3}{3\,m_3\,e_3^3} \qquad \begin{matrix} - \text{ bei I 1, II 2} \\ + \text{ bei I 2, II 1} \end{matrix} \tag{125}$$

In Fig. 10 befindet sich der Magnet 2 in q'; der Ort für den Magnet 3 wird dann die Gerade $\delta\delta'$. Es ergibt sich

$$e_1 : e_3 = \mp \cos(\omega_2 - \zeta) : \cos(\omega_2 + \zeta)$$

$$\text{nämlich} - \text{für } \omega_2 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ < \frac{\pi}{2} + \zeta \end{matrix}, \text{ auf } \delta' q', + \text{ für } \omega_2 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \overline{\overline{<}}\; \pi \end{matrix} \text{ und } \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\; o \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{matrix}, \text{ auf } q'\delta \tag{126}$$

$$e_2 : e_3 = \mp \sin 2\,\zeta : \cos(\omega_2 + \zeta)$$

nämlich — für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$, auf $\delta' f'$, + für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$, auf $f'\delta$.

In den Fällen I 1 und II 2 erhält man dann aus 125)

$$\sin 2\,\omega_2 \cos^3(\omega_2 + \zeta) = \pm \frac{32\,m_2 \sqrt{2}}{81\,m_3} \tag{127}$$

und zwar + für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$, — für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$.

Die Curve $\qquad y = \sin 2\,x \cos^3(x + \zeta)$

liefert $\qquad y = o$ für $x = o, \frac{\pi}{2} - \zeta, \frac{\pi}{2}, \pi$. $\qquad$ 128)

Die Untersuchung der Extreme führt auf die Gleichung

$$\mathrm{tg}^3\,x - 4\,\mathrm{tg}^2\,x \,.\, \sqrt{2} - 4\,\mathrm{tg}\,x + \sqrt{2} = o \tag{129}$$

woraus

$$x = \begin{cases} 14^0\ 38'\ 56'' \\ 80^0\ 55'\ 25'' \\ 139^0\ \ 9'\ 47'' \end{cases} \qquad y = \begin{cases} 0{\cdot}1307 & \text{Maximum} \\ -0{\cdot}0268 & \text{Minimum} \\ 0{\cdot}9755 & \text{Maximum.} \end{cases}$$

Die Curve (Nr. 4) ist in Fig. 12 dargestellt; ihre Verwandtschaft mit Curve 3 ist augenfällig. Da die rechte Seite in 127) für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$ positiv, so lehrt der Anblick der Curve 4, dass, falls $\frac{32\,m_2\sqrt{2}}{81\,m_3} \overline{\overline{<}}\; 0{\cdot}9755$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\; 0{\cdot}5727\,m_2$, im allgemeinen zwei Lösungen, welche der Strecke ef' entsprechen, vorhanden sind, nämlich

$$\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ \overline{\overline{<}}\; 139^0\ 9'\ 47'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\; 139^0\ 9'\ 47'' \\ < \pi. \end{matrix}$$

Für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$ wird die rechte Seite in 127) negativ, und man erkennt aus Curve 4, dass keine Lösung möglich ist.

In den Fällen I2 und II1 erhält man die Gleichung

$$\sin 2\omega_2 \cos^3(\omega_2 + \zeta) = \mp \frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \qquad 130)$$

d. h. — für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$, + für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$.

Die Curve 4 liefert für $\omega_2 > \frac{\pi}{2} - \zeta$, wenn nur $\frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}} 0 \cdot 0268$ oder $m_3 \geqq 20 \cdot 8619\, m_2$, im allgemeinen zwei der Strecke $\delta' e$ entsprechende Auflösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} - \zeta \\ \overline{\overline{<}}\, 80^0\, 55'\, 25'' \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\, 80^0\, 55'\, 25'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

Für $\omega_2 < \frac{\pi}{2} - \zeta$ zeigt die Curve, dass, sobald $\frac{32 m_2 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}} 0 \cdot 1307$ oder $m_3 \overline{\overline{>}} 4 \cdot 2760\, m_2$, im allgemeinen ebenfalls zwei Auflösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > o \\ \overline{\overline{<}}\, 14^0\, 38'\, 56'' \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\, 14^0\, 38'\, 56'' \\ < \frac{\pi}{2} - \zeta \end{array}$$

vorhanden sind, welche der Strecke $f'\delta$ entsprechen.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher in den Fällen I1$d\delta$ und II2$d\delta$ die Strecke ef' (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}} 0 \cdot 5727\, m_2$), in den Fällen I2$d\delta$ und II1$d\delta$ die Strecken $\delta' e$ (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}} 20 \cdot 8619\, m_2$) und $f'\delta$ (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}} 4 \cdot 2760\, m_2$). Was die Directionsmomente anlangt, erhält man in den Fällen I1$d\delta$ und II2$d\delta$

für die ganze Strecke ef' $\qquad V_1 = \pm \frac{3 m_1 m_3}{2 e_2^3} \left(\sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta + \frac{1}{3} \right)$

für die Strecke eq' aber $\qquad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\pm \frac{m_1 \sqrt{2} \cdot \cos^3(\eta - \zeta)}{\cos^3(\eta + \zeta)} + m_3 \sqrt{2} \right) \qquad 131)$

und für $q'f'$ $\qquad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\mp \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3(\eta - \zeta)}{\cos^3(\eta + \zeta)} + m_3 \sqrt{2} \right)$

Die oberen Zeichen entsprechen $\mathrm{I}\,1\,d\partial$, die unteren $\mathrm{II}\,2\,d\partial$

Es ist nun

$$\sqrt{2}\sin 2\eta + \cos 2\eta + \frac{1}{3} = \begin{cases} -\frac{2}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \\ o & \eta = \pi - \frac{\zeta+\lambda}{2} \\ \frac{4}{3} & \eta = \pi \end{cases} \qquad 132)$$

$$\text{Dann wird auf } ef' \text{ für I } 1\,d\partial \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \pi - \frac{\zeta+\lambda}{2}$$

$$\text{für II } 2\,d\partial \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \pi - \frac{\zeta+\lambda}{2} \qquad 133)$$

d. h. im Falle $\mathrm{I}\,1\,d\partial$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } h'f' \\ = o \text{ im Punkt } h' \\ < o \text{ auf } eh' \end{cases}$$

und im Falle $\mathrm{II}\,2\,d\partial$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } eh' \\ = o \text{ im Punkt } h' \\ < o \text{ auf } h'f' \end{cases} \qquad 134)$$

da zufolge der bei der fünften Gruppe gegebenen Constructionen $\sphericalangle fph' = \pi - \frac{\zeta+\lambda}{2}$ ist.

Berücksichtigt man, dass η auf eq' zwischen $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2}+\zeta$, auf $q'f'$ zwischen $\frac{\pi}{2}+\zeta$ und π liegt, so hat man sofort

$$\text{für I } 1\,d\partial \text{ auf } eq' \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless -\frac{m_1\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3(\eta+\zeta)}$$

$$\text{auf } q'f' \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_1\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3(\eta+\zeta)} \qquad 135)$$

und für $\mathrm{II}\,2\,d\partial$ auf ef' $V_2 > o$.

Für die Directionsmomente ergibt sich bei $\mathrm{I}\,2\,d\partial$ und $\mathrm{II}\,1\,d\partial$

$$\text{auf } \partial'e \text{ und } f'\partial \quad V_1 = \mp\frac{3m_1m_3}{2e_2^3}\left(\sqrt{2}\sin 2\eta + \cos 2\eta + \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{auf } \partial'e \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3}\left(\pm\frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3(\eta+\zeta)} - m_3\sqrt{2}\right) \qquad 136)$$

$$\text{auf } f'\partial \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3}\left(\mp\frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3(\eta+\zeta)} - m_3\sqrt{2}\right)$$

Die oberen Zeichen gelten für I $2\,d\,\partial$, die unteren für II $1\,d\,\partial$. Nun ist

$$\sqrt{2}\sin 2\eta + \cos 2\eta + \frac{1}{3} = \begin{cases} \frac{4}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \\ o & \eta = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2} \\ -\frac{2}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \partial' e \quad \begin{cases} \frac{4}{3} & \eta = o \\ \frac{4}{3} & \eta = \frac{\pi}{2} - \zeta \end{cases} f'\partial \qquad 137)$$

Mit Berücksichtigung der für η geltenden Grenzen hat man dann

im Falle I $2\,d\,\partial$ auf $\partial' e$ $\quad V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2}$

auf $f'\partial$ $\quad V_1 < o$

dagegen auf $\partial' e$ und $f'\partial$ $\quad V_2 < o$

im Falle II $1\,d\,\partial$ auf $\partial' e$ $\quad V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2}$ 138)

auf $f'\partial$ $\quad V_1 > o$

auf $\partial' e$ $\quad V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr -\frac{m_1 \cos^3(\eta - \zeta)}{\cos^3(\eta + \zeta)}$

auf $f'\partial$ $\quad V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr \frac{m_1 \cos^3(\eta - \zeta)}{\cos^3(\eta + \zeta)}$

Da nach der Construction $\sphericalangle fph_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2}$ ist, so hat man auch

bei I $2\,d\,\partial$

$$V_1 \begin{cases} < o \text{ auf } \partial' h_1 \text{ und } f'\partial \\ = o \text{ im Punkte } h_1 \\ > o \text{ auf } h_1 e \end{cases}$$

bei II $1\,d\,\partial$ 139)

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } \partial' h_1 \text{ und } f'\partial \\ = o \text{ im Punkte } h_1 \\ < o \text{ auf } h_1 e. \end{cases}$$

Die mit den Bezeichnungen $c\delta$ und $d\gamma$ zu versehenden Gruppen entsprechen

$$\omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta, \quad \omega_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta \quad \text{und} \quad \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta, \quad \omega_1 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

d. h. den Fällen, in welchen die Centra der drei Magnete in einer Geraden liegen; es würde daraus folgen

$$\omega_2 = \frac{\pi}{2} - \zeta \qquad \text{und} \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

wodurch den Gleichungen 38) und 40) nur unter ganz bestimmten, also hier ausgeschlossenen Verhältnissen der Momente m_2, m_3 genügt wird. Die Untersuchung der Fälle I 1, II 1, I 2, II 2 ist demnach hiermit abgeschlossen.

---

2. Fälle I 3, I 4, II 3, II 4

$$\left(\alpha_2 = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_3 = \pm \frac{\pi}{2}\right)$$

Die Gleichungen 34) und 35) werden

I 3, I 4

$$\frac{m_2}{e_3^{\,3}}(3\sin^2\omega_3 - 1) \pm \frac{m_3}{e_2^{\,3}}(3\sin^2\omega_2 - 1) = o$$

$$\frac{m_1}{e_3^{\,3}}(3\sin^2\omega_3 - 2) \mp \frac{3m_3}{e_1^{\,3}}\sin\omega_1\cos\omega_1 = o$$

$$V_1 = m_1\left(\frac{3\,m_2\sin 2\,\omega_3}{2\,e_3^{\,3}} \pm \frac{3\,m_3\sin 2\,\omega_2}{2\,e_2^{\,3}}\right)$$

$$V_2 = m_2\left(\frac{3\,m_1\sin 2\,\omega_3}{2\,e_3^{\,3}} \pm \frac{m_3\,(3\sin^2\omega_1 - 1)}{e_1^{\,3}}\right)$$

II 3, II 4 140)

$$-\frac{m_2}{e_3^{\,3}}(3\sin^2\omega_3 - 1) \pm \frac{m_3}{e_2^{\,3}}(3\sin^2\omega_2 - 1) = o$$

$$\frac{m_1}{e_3^{\,3}}(3\sin^2\omega_3 - 2) \mp \frac{3m_3}{e_1^{\,3}}\sin\omega_1\cos\omega_1 = o$$

$$V_1 = m_1\left(-\frac{3\,m_2\sin 2\,\omega_3}{2\,e_3^{\,3}} \pm \frac{3\,m_3\sin 2\,\omega_2}{2\,e_2^{\,3}}\right)$$

$$V_2 = -m_2\left(\frac{3\,m_1\sin 2\,\omega_3}{2\,e_3^{\,3}} \pm \frac{m_3\,(3\sin^2\omega_1 - 1)}{e_1^{\,3}}\right)$$

Man wird nun wieder setzen

$$\text{entweder} \quad 3 \sin^2 \omega_3 - 2 = o, \quad \text{d. h.} \quad k) \; \omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$$

$$l) \; \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

$$\text{oder} \quad 3 \sin^2 \omega_3 - 1 = o, \quad \text{d. h.} \quad m) \; \omega_3 = \zeta$$

$$n) \; \omega_3 = \pi - \zeta \qquad 141)$$

Für k und l entspringt dann $\sin \omega_1 \cos \omega_1 = o$, woraus $\varkappa) \; \omega_1 = o$

$$\lambda) \; \omega_1 = \frac{\pi}{2}$$

während für m und n erhalten wird $3 \sin^2 \omega_2 - 1$, woraus $\mu) \; \omega_2 = \pi - \zeta$

$$\nu) \; \omega_2 = \zeta$$

folgt. Auch hier ergeben sich 32 Fälle, welche sich später auf 24 reduciren und in Gruppen zu je vieren geordnet werden können.

Siebente Gruppe.

I $3 k \varkappa$, II $4 k \varkappa$, I $4 k \varkappa$, II $3 k \varkappa$.

Hier ist überall $\omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$, $\omega_1 = o$, so dass für ω_2 die Gleichung resultirt

$$3 \sin^2 \omega_2 - 1 = \mp \frac{m_2 e_2^3}{m_3 e_3^3} \qquad \mp \begin{cases} \text{I 3, II 4} \\ \text{I 4, II 3} \end{cases} \qquad 141^*)$$

In Fig. 13 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\sphericalangle gpq = g'pq' = \frac{\pi}{2} - \zeta$; der Ort für den bei 3 nach E, bei 4 nach W gekehrten Magnet 3 ist der durch q gehende Meridian dd'. Man findet, dass bei beliebiger Lage des Magnets 3 auf dd'

$$e_1 : e_3 = \pm \cos(\omega_2 + \zeta) : \sin \omega_2$$

je nachdem $\omega_2 \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - \zeta$, also $+$ auf qd, $-$ auf $d'q$ 142)

$$e_2 : e_3 = \cos \zeta : \sin \omega_2.$$

Dadurch geht 142) über in

$$\sin^3 \omega_2 (3 \sin^2 \omega_2 - 1) = \mp \frac{m_2 \cos^3 \zeta}{m_3} = \mp \frac{2 m_2}{3 m_3} \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad \mp \begin{cases} \text{I 3, II 4} \\ \text{I 4, II 3} \end{cases} \qquad 143)$$

Untersucht man die Curve $y = \sin^3 x\,(3 \sin^2 x - 1)$ 144)
so ergibt sich $y = o$ für $x = o,\ \zeta,\ \pi - \zeta,\ \pi$

Maximum für $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 2$

$$\text{Minimum für } x = \begin{cases} \text{arc sin} \sqrt{\frac{1}{5}} = 26^0\,33'\,54'' \\ \pi - \text{arc sin} \sqrt{\frac{1}{5}} = 153^0\,26'\,6'' \end{cases} \qquad y = -\frac{2}{25\sqrt{5}} \tag{145}$$

Die Curve (Nr. 5) ist in Fig. 14 dargestellt.

Falls die rechte Seite in 143) negativ, ersieht man aus Curve 5, dass, wenn nur $\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}} \overline{\overline{<}} \frac{2}{25\sqrt{5}}$ oder $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_2$, im allgemeinen vier Lösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > o \\ \leqq 26^0\,33'\,54'' \end{matrix} \qquad \eta_3 \begin{matrix} > \pi - \zeta \\ \leqq 153^0\,26'\,6'' \end{matrix}$$

$$\eta_2 \begin{matrix} \geqq 26^0\,33'\,54'' \\ < \zeta \end{matrix} \qquad \eta_4 \begin{matrix} \geqq 153^0\,26'\,6'' \\ < \pi \end{matrix}$$

vorhanden sind. In Fig. 13 ist $qu = q'u = qf = q'e$ gemacht, wodurch $\sphericalangle\, pfu = \zeta$ wird, dann ist $pf \perp pq'$, $pe \perp pq$; obige Lösungen entsprechen daher den Strecken fd und $d'e$.

Ist jene rechte Seite negativ, so zeigt die Curve 5, dass im allgemeinen, sobald nur $\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}} \overline{\overline{<}}\ 2$, oder $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$, zwei Lösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > \zeta \\ \leqq \frac{\pi}{2} \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \geqq \frac{\pi}{2} \\ < \pi - \zeta \end{matrix}$$

existiren, welche ef entsprechen.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind mithin bei I 3 $k\varkappa$ und II 4 $k\varkappa$ die Strecken $d'e$ und fd (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\, m_2$), bei I 4 $k\varkappa$ und II 3 $k\varkappa$ die Strecke ef (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$).

In den Fällen I 3 und II 4 erhält man für die Directionsmomente

auf $d'e$ und fd $$V_1 = \pm \frac{3m_1 m_3}{2e_2{}^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \tag{146}$$

Das obere Zeichen gilt für I 3, das untere für II 4. Nun ist

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \left.\begin{array}{ll} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \pi \\ o & \eta = \frac{\pi}{2} + 2\zeta \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \pi - \zeta \end{array}\right\} d'e \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \left.\begin{array}{l} \eta = \zeta \\ \eta = o \end{array}\right\} fd \end{cases} \tag{147}$$

Es wird daher bei I 3 $k\varkappa$ auf $d'e$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} + 2\zeta$

auf fd $V_1 > o$ 148)

bei II 4 $k\varkappa$ auf $d'e$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} + 2\zeta$

auf fd $V_1 < o$

Macht man in Fig. 13 $fh = eh' = fu$, so wird für $qu = 1$, $pu = \sqrt{2}$, $hu = 4$, also $\operatorname{tg} phu = \frac{\sqrt{2}}{4} = \cot 2\zeta$, d. h. $\measuredangle gph = \frac{\pi}{2} - 2\zeta$, $gph' = \frac{\pi}{2} + 2\zeta$

Mithin bei I 3 $k\varkappa$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } d'h' \text{ und } fd \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } h'e \end{cases} \tag{149}$$

bei II 4 $k\varkappa$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } h'e \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } d'h' \text{ und } fd \end{cases}$$

Ferner erhält man auf der Strecke fd

$$V_2 = \frac{m_2}{e_1^{\,3}}\left(\pm \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} - m_3\right)$$

und auf $d'e$

$$V_2 = \frac{m_2}{e_1^{\,3}}\left(\mp \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} - m_3\right) \tag{150}$$

Die oberen Zeichen gelten für I 3, die unteren für II 4. Berücksichtigt man, dass η auf fd die Grenzen o und ζ, auf $d'e$ aber $\pi - \zeta$ und π hat, so findet man leicht

bei I 3 $k\varkappa$ auf fd $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta}$

auf $d'e$ $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr -\frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta}$ 151)

bei II 4 $k\varkappa$ überall $V_2 < o$.

In den Fällen I $4\,k\varkappa$ und II $3\,k\varkappa$ wird

$$\begin{aligned}
&\text{auf } ef \quad V_1 = \mp \frac{3\,m_1\,m_3}{2\,e_2{}^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)\\
&\text{auf } qf \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1{}^3}\left(\pm \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} + m_3\right)\\
&\text{auf } eq \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1{}^3}\left(\mp \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta} + m_3\right)
\end{aligned} \qquad 152)$$

Die oberen Zeichen gelten für I 4, die unteren für II 3.

Es ist nun

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \dfrac{2\sqrt{2}}{3} & \eta = \zeta \\ o & \eta = \dfrac{\pi}{2} - \zeta \end{cases} qf \qquad 153)$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad -\frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \eta = \pi - \zeta \quad \Big\} \, eq$$

Mit Berücksichtigung der Grenzen für η hat man dann

$$\begin{aligned}
&\text{bei I } 4\,k\varkappa && \text{auf } qf \quad V_1 < o\\
& && \text{auf } eq \quad V_1 > o\\
& && \text{auf } ef \quad V_2 > o\\
&\text{bei II } 3\,k\varkappa && \text{auf } qf \quad V_1 > o\\
& && \text{auf } eq \quad V_1 < o\\
& && \text{auf } qf \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta}\\
& && \text{auf } eq \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless -\frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta+\zeta)}{\sin^3\eta}
\end{aligned} \qquad 154)$$

Achte Gruppe.

I $3\,l\varkappa$, II $4\,l\varkappa$, I $4\,l\varkappa$, II $3\,l\varkappa$.

Man erhält hier, wegen $\omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$, $\omega_1 = o$, wie in 141)

$$3\sin^2\omega_2 - 1 = \mp \frac{m_2\,e_2{}^2}{m_3\,e_3{}^2} \qquad \mp \begin{cases} \text{I 3, II 4} \\ \text{I 4, II 3} \end{cases} \qquad 155)$$

In Fig. 13 liegt der Magnet 2 in q', so dass $gpq' = \frac{\pi}{2} + \zeta$. Man findet

$$e_1 : e_3 = \pm \cos(\omega_2 - \zeta) : \sin \omega_2$$

je nachdem $\eta \lessgtr \frac{\pi}{2} + \zeta$, also $+$ auf $q'd$, $-$ auf $d'q'$

$$e_2 : e_3 = \cos \zeta : \sin \omega_2. \qquad 156)$$

Hierdurch wird $\sin^3 \omega_2 (3 \sin^2 \omega_2 - 1) = \mp \frac{2 m_2}{3 m_3} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \mp \begin{cases} \text{I 3, II 4} \\ \text{I 4, II 3} \end{cases}$ 157)

Man hat also für das obere Zeichen aus Curve 5 sofort im allgemeinen vier Auflösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > o \\ \overline{\overline{<}}\ 26^0\,33'\,54'' \end{array} \qquad \eta_3 \begin{array}{l} > \pi - \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ 153^0\,26'\,6'' \end{array}$$

$$\eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\ 26^0\,33'\,54'' \\ < \zeta \end{array} \qquad \eta_4 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\ 153^0\,26'\,6'' \\ < \pi \end{array}$$

sobald nur, wie bei der siebenten Gruppe $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{3} \sqrt{\frac{10}{3}}\, m_2$; die entsprechenden Strecken sind $d'e$ und fd.

Für das untere Zeichen gibt die Curve 5 im allgemeinen 2 Auflösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ \frac{\pi}{2} \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \overline{\overline{>}}\ \frac{\pi}{2} \\ < \pi - \zeta \end{array}$$

welche ef entsprechen, unter der Bedingung $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher in den Fällen I $3\,l\varkappa$, II $4\,l\varkappa$ die Strecken $d'e$ und fd $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{3} \sqrt{\frac{10}{3}}\, m_2\right)$, bei I $4\,l\varkappa$, II $3\,l\varkappa$ dagegen die Strecke ef $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$.

Für die Directionsmomente erhält man bei I 3 und II 4

$$\text{auf } d'e \text{ und } fd \quad V_1 = \pm \frac{3 m_1 m_3}{e_2^3} \left(\sin 2\eta - \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\text{auf } fd \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\mp \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3 \eta} - m_3\right) \qquad 158)$$

$$\text{auf } d'e \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\pm \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3 \eta} - m_3\right)$$

Nun ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ o \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \qquad \eta = \begin{cases} \pi \\ \pi - \zeta \end{cases} d'e \quad \begin{cases} \zeta \\ \frac{\pi}{2} - 2\zeta \\ o \end{cases} fd \tag{159}$$

Daraus folgt für I $3\,l\varkappa$ auf $d'e$ $V_1 < o$

auf fd $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} - 2\zeta$

für II $4\,l\varkappa$ auf $d'e$ $V_1 > o$

auf fd $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - 2\zeta$

oder für I $3\,l\varkappa$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } fh \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } d'e \text{ und } hd \end{cases} \tag{160}$$

für II $4\,l\varkappa$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } d'e \text{ und } hd \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } fh \end{cases}$$

Die Grenzen für η sind auf $d'e$ π und $\frac{\pi}{2} - \zeta$, auf fd o und ζ, es wird daher

für I $3\,l\varkappa$ $V_2 < o$

für II $4\,l\varkappa$ auf fd $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta}$

auf $d'e$ $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \lesseqgtr -\frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta}$ 161)

In den Fällen I $4\,l\varkappa$ und II $3\,l\varkappa$ wird

$$\text{auf } ef \quad V_1 = \mp \frac{3\,m_1 m_3}{2\,e_2{}^3}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\text{auf } eq' \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1{}^3}\left(\pm \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta} + m_3\right) \tag{162}$$

$$\text{auf } q'f \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1{}^3}\left(\mp \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta} + m_3\right)$$

Nun ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ o \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \qquad \eta = \begin{cases} \left.\begin{matrix}\zeta \\ \frac{\pi}{2} + \zeta\end{matrix}\right\} q'f \\ \pi - \zeta \ \big\} \ eq' \end{cases} \qquad 163)$$

d. h. für I $4\,l\varkappa$ auf $q'f$ $V_1 < o$
auf eq' $V_1 > o$
für II $3\,l\varkappa$ auf $q'f$ $V_1 > o$
auf eq' $V_1 < o$

und mit Berücksichtigung der Grenzen für η 164)

für I $4\,l\varkappa$ auf $q'f$ $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless \frac{m_1\sqrt{2}\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta}$

auf eq' $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless -\frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta - \zeta)}{\sin^3\eta}$

für II $3\,l\varkappa$ auf ef $V_2 > o$.

Neunte Gruppe.

I $3\,k\lambda$, II $4\,k\lambda$, I $4\,k\lambda$, II $3\,k\lambda$.

Hier ist $\omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$, $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$, und man erhält

$$3\sin^2\omega_2 - 1 = \mp\frac{m_2 e_2^3}{m_3 e_3^3} \qquad \mp \begin{cases} \text{I}\,3, \ \text{II}\,4 \\ \text{I}\,4, \ \text{II}\,3 \end{cases} \qquad 165)$$

In Fig. 15 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\sphericalangle gpq = \frac{\pi}{2} - \zeta$, der Ort für den nach E oder W gekehrten Magnet 3 ist die Gerade dd'. Man gewinnt leicht

$$e_1 : e_3 = \mp\cos(\omega_2 + \zeta) : \cos\omega_2$$

— für ω_2 zwischen $\frac{\pi}{2} - \zeta$ und $\frac{\pi}{2}$, auf $d'q$, + für ω_2 zwischen o u. $\frac{\pi}{2} - \zeta$, $\frac{\pi}{2}$ u. π, auf qd. 166)

$$e_2 : e_3 = \pm\sin\zeta : \cos\omega_2$$

+ für ω_2 zwischen o und $\frac{\pi}{2}$, auf $d'g$, — für ω_2 zwischen $\frac{\pi}{2}$ und π, auf gd.

Dann wird aus 165)

$$\cos^3 \omega_2 \, (2 - 3 \cos^2 \omega_2) = \mp \frac{m_2 \sin^3 \zeta}{m_3} = \mp \frac{m_2}{3 m_3 \sqrt{3}} \text{ auf } d'g \qquad 167)$$

$$= \pm \frac{m_2}{3 m_3 \sqrt{3}} \text{ auf } gd$$

Die oberen Zeichen gelten für I 3 und II 4, die unteren für I 4 und II 3.

Die Curve $y = \cos^3 x \, (2 - 3 \cos^2 x)$ 168)

gibt $y = o$ für $x = \zeta, \frac{\pi}{2}, \pi - \zeta$

Maximum für $x = \pi, \quad y = 1$

$$x = \operatorname{arc} \cos \sqrt{\frac{2}{5}} = 50^0 \, 46' \, 7'' \quad y = \frac{8\sqrt{2}}{25\sqrt{5}}$$

Minimum für $x = o, \quad y = -1$ 169)

$$x = \pi - \operatorname{arc} \cos \sqrt{\frac{2}{5}} = 129^0 \, 13' \, 53'' \quad y = -\frac{8\sqrt{2}}{25\sqrt{5}}$$

In Fig. 16 ist die Curve (Nr. 6) dargestellt.

Für die Fälle I 3 und II 4 hat man auf $d'g$, d. h. $\omega_2 < \frac{\pi}{2}$, die rechte Seite in 167) negativ und ersieht aus der Curve 6, dass unter der Bedingung $\frac{m_2}{3 m_3 \sqrt{3}} \leqq 1$ oder $m_3 \geqq \frac{m_2}{3\sqrt{3}}$, eine Lösung $\eta \begin{array}{l} \geqq o \\ < \zeta \end{array}$, entsprechend eg, existirt, wenn in Fig. 15 $qe = eg = gf$ gemacht ist. Auf gd, für $\omega_2 > \frac{\pi}{2}$, ist jene Seite positiv, und die Curve 6 gibt unter der nämlichen Bedingung eine gf entsprechende Lösung $\eta \begin{array}{l} > \pi - \zeta \\ \leqq \pi \end{array}$.

In den Fällen I 4 und II 3 kehren sich die Zeichen um, und man erhält unter der Bedingung $\frac{m_2}{3 m_3 \sqrt{3}} \leqq \frac{8\sqrt{2}}{25\sqrt{5}}$ oder $m_3 \geqq \frac{25}{24} \sqrt{\frac{5}{6}} \, m_2$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2}$ die beiden Lösungen

$$\eta_1 \begin{array}{l} > \zeta \\ \leqq 50^0 46' 7'' \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \geqq 50^0 46' 7'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

und für $\omega_2 > \frac{\pi}{2}$ $\quad \eta_1 \begin{array}{l} > \frac{\pi}{2} \\ \leqq 129^0 13' 53'' \end{array} \qquad \eta_2 \begin{array}{l} \geqq 129^0 13' 53'' \\ < \pi - \zeta \end{array}$

was den Strecken $d'e$ und fd entspricht,

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher in den Fällen I 3 $k\lambda$ und II 4 $k\lambda$ die Strecke ef $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3\sqrt{3}}\right)$, in den Fällen I 4 $k\lambda$ und II 3 $k\lambda$ die Strecken $d'e$ und fd $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\, m_2\right)$.

In den Fällen I 3 und II 4 werden die Directionsmomente auf ef

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \pm \frac{3\, m_1 m_3}{2\, e_2^3}\left(\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \\ V_2 &= \frac{m_2}{e_1^3}\left(\pm \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta+\zeta)}{\cos^3\eta} + 2\, m_3\right) \end{aligned}\right\} \quad 170)$$

Es ist

$$\sin 2\eta + \sqrt{2}\cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ o \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \qquad \eta = \begin{cases} \left.\begin{matrix} \zeta \\ o,\ \pi \end{matrix}\right\} eg \\ \left.\begin{matrix} \frac{\pi}{2} + 2\zeta \\ \pi - \zeta \end{matrix}\right\} gf \end{cases} \quad 171)$$

d. h. bei I 3 auf eg $V_1 > o$

auf gf $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} + 2\zeta$

bei II 4 auf eg $V_1 < o$ — 172)

auf gf $V_1 \gtrless o$, je nachdem $\eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} + 2\zeta$.

In Fig. 15 ist h die Mitte von gf, und man findet leicht, dass $\measuredangle hpg = \frac{\pi}{2} - 2\zeta$, es ist also bei I 3 $k\lambda$

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } eh \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } hf \end{cases}$$

bei II 4 $k\lambda$ — 173)

$$V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } hf \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } eh \end{cases}$$

Gemäss der Grenzen für η übersieht man leicht, dass

bei I 3 $k\lambda$ $V_2 > o$

bei II 4 $k\lambda$ $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless \frac{m_1 \cos^3(\eta+\zeta)}{\sqrt{2}\cos^3\eta}$ — 174)

In den Fällen I 4 und II 3 erhält man

$$\text{auf } d'e \text{ und } fd \quad V_1 = \mp \frac{3\, m_1 m_3}{2\, e_2^3} \left(\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

$$\text{auf } d'q \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\mp \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 \eta} - 2\, m_3 \right) \qquad 174)$$

$$\text{auf } qd \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\pm \frac{m_1 \sqrt{2} \cos^3 (\eta + \zeta)}{\cos^3 \eta} - 2\, m_3 \right)$$

Nun ist aber

$$\sin 2\eta + \sqrt{2} \cos 2\eta - \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} -\frac{4\sqrt{2}}{3} \\ o \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{2}}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} \left.\begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \zeta \end{matrix}\right\} d'q \\ \zeta \quad \} \, qe \\ \left.\begin{matrix} \pi - \zeta \\ \frac{\pi}{2} \end{matrix}\right\} fd \end{cases} \qquad 175)$$

$$\text{also für I } 4\, k\lambda \qquad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } d'q \text{ und } fd \\ < o \text{ auf } qe \end{cases}$$

$$\text{für II } 3\, k\lambda \qquad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } qe \\ < o \text{ auf } d'q \text{ und } fd \end{cases}$$

Mit Rücksicht auf die Grenzen von η findet man weiter

$$\text{für I } 4\, k\lambda \text{ auf } d'q \qquad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr - \frac{m_1 \cos^3 (\eta + \zeta)}{\sqrt{2} \cos^3 \eta}$$

$$\text{auf } qe \text{ und } fd \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_1 \cos^3 (\eta + \zeta)}{\sqrt{2} \cos^3 \eta} \qquad 176)$$

$$\text{für II } 3\, k\lambda \text{ auf } d'e \text{ und } fd \quad V_2 < o.$$

Zehnte Gruppe.

I $3\, l\lambda$, II $4\, l\lambda$, I $4\, l\lambda$, II $3\, l\lambda$.

Man hat diesmal $\omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$, $\omega_1 = \frac{\pi}{2}$; in Fig. 15 befindet sich der Magnet 2 in q', der Ort für Magnet 3 wird die Gerade $\delta\delta'$; es ist ferner $q'e' = e'g' = g'f'$, und h' die Mitte von $f'g'$. Ferner

$$3 \sin^2 \omega_2 - 1 = \mp \frac{m_2\, e_2^3}{m_3\, e_3^3} \qquad \mp \left\{ \begin{matrix} \text{I 3, II 4} \\ \text{I 4, II 3} \end{matrix} \right. \tag{177}$$

und $\qquad e_1 : e_3 = \mp \cos(\omega_2 - \zeta) : \cos \omega_2$

$-$ für ω_2 zwischen $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2} + \zeta$, auf $\delta' q'$, $+$ für ω_2 zwischen $\frac{\pi}{2} + \zeta$ und π, oder

o und $\frac{\pi}{2}$, auf $q'\delta$ 178)

$$e_2 : e_3 = \mp \sin \zeta : \cos \omega_2$$

$-$ für $\omega_2 > \frac{\pi}{2}$, auf $\delta' g'$, $+$ für $\omega_2 < \frac{\pi}{2}$ auf $g'\delta$.

Dann wird aus 177) $\cos^3 \omega_2 (2 - 3 \cos^2 \omega_2) = \pm \frac{m_2}{3\, m_3 \sqrt{3}}$ auf $\delta' g'$

$$= \mp \frac{m_2}{3\, m_3 \sqrt{3}} \text{ auf } g'\delta \tag{179}$$

und man erhält, wie bei der neunten Gruppe, in den Fällen I 3 und II 4 unter der Bedingung $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3 \sqrt{3}}$ eine Auflösung $\eta \begin{matrix} > \pi - \zeta \\ = \\ < \pi \end{matrix}$, entsprechend $e'g'$, eine zweite $\eta \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\, o \\ < \zeta \end{matrix}$, entsprechend $g'f'$; dagegen in den Fällen I 4 und II 3, wenn $m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{24} \sqrt{\frac{5}{6}}\, m_2$, zwei Auflösungen $\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ < 129^0\, 13'\, 53'' \end{matrix}$, $\eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\, 129^0\, 13'\, 53'' \\ < \pi - \zeta \end{matrix}$, entsprechend $\delta' e'$, und zwei weitere $\eta_1 \begin{matrix} > \zeta \\ \overline{\overline{<}}\, 50^0\, 46'\, 7'' \end{matrix}$, $\eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\, 50^0\, 46'\, 7'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$, entsprechend $f'\delta$.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind mithin in den Fällen I $3\, l\, \lambda$ und II $4\, l\, \lambda$ die Strecke $e'f'$ $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{m_2}{3\sqrt{3}}\right)$, in den Fällen I $4\, l\, \lambda$ und II $3\, l\, \lambda$ die Strecken $\delta' e$ und $f'\delta$ $\left(\text{Bed. } m_3 \overline{\overline{>}} \frac{25}{24} \sqrt{\frac{5}{6}\, m_2}\right)$.

Die Directionsmomente werden für I 3 und II 4, auf $e'f'$

$$V_1 = \pm \frac{3\, m_1\, m_3}{2\, e_2^3} \left(\sin 2\eta - \sqrt{2} \cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

$$V_2 = \frac{m_2}{e_1^3} \left(\mp \frac{m_1 \sqrt{2} \cdot \cos^3(\eta - \zeta)}{\cos^3 \eta} + 2\, m_3 \right) \tag{180}$$

Nun ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ o \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} \pi - \zeta \\ \pi,\ o \end{cases} e'g' \;\; \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2\zeta \ \} g'h' \\ \zeta \ \} h'f' \end{cases} \qquad 181)$$

und deshalb wird bei I $3\,l\lambda$ $V_1 < o$ auf $e'g'$

auf $g'f'$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \gtreqless \frac{\pi}{2} - 2\zeta$

bei II $4\,l\lambda$ $V_1 > o$ auf $e'g'$

auf $g'f'$ $V_1 \gtreqless o$, je nachdem $\eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - 2\zeta$

oder bei I $3\,l\lambda$ $\quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } h'f' \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } e'h' \end{cases}$ 182)

bei II $4\,l\lambda$ $\quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } e'h' \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } h'f' \end{cases}$

Berücksichtigt man die Grenzen für η, so findet man sehr leicht weiter

bei I $3\,l\lambda$ $V_2 \gtreqless o$, je nachdem $m_3 \gtreqless \dfrac{m_1 \cos^3(\eta - \zeta)}{\sqrt{2}\cos^3\eta}$ 183)

bei II $4\,l\lambda$ $V_2 > o$.

Für die Fälle I $4\,l\lambda$ und II $3\,l\lambda$ erhält man

$$\text{auf } \partial'e' \text{ und } f'\partial \quad V_1 = \mp \frac{3\,m_1\,m_3}{e_2^3}\left(\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\text{auf } \partial'q' \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3}\left(\pm \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} - 2\,m_3\right) \qquad 184)$$

$$\text{auf } q'\partial \quad V_2 = \frac{m_2}{e_1^3}\left(\mp \frac{m_1\sqrt{2}\,.\,\cos^3(\eta-\zeta)}{\cos^3\eta} - 2\,m_3\right)$$

Nun ist

$$\sin 2\eta - \sqrt{2}\cos 2\eta + \frac{\sqrt{2}}{3} = \begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{3} \\ o \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} \left.\begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} + \zeta \end{matrix}\right\} \delta' q' \\ \left.\begin{matrix} \frac{\pi}{2} + \zeta \\ \pi - \zeta \end{matrix}\right\} q' e' \\ \left.\begin{matrix} \zeta \\ \frac{\pi}{2} \end{matrix}\right\} f' \delta \end{cases} \tag{185}$$

d. h.

$$\begin{aligned} &\text{bei I}\,4\,l\lambda \quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } q'e' \\ < o \text{ auf } \delta'q' \text{ und } f'\delta \end{cases} \\ &\text{bei II}\,3\,l\lambda \quad V_1 \begin{cases} > o \text{ auf } \delta'q' \text{ und } f'\delta \\ < o \text{ auf } q'e' \end{cases} \end{aligned} \tag{186}$$

Unter Berücksichtigung der Grenzen für η hat man ferner

$$\begin{aligned} &\text{bei I}\,4\,l\lambda \quad V_2 < o \text{ auf } \delta'e' \text{ und } f'\delta \\ &\text{bei II}\,3\,l\lambda \text{ auf } \delta'q' \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr -\frac{m_1 \cos^3(\eta - \zeta)}{\sqrt{2}\cos^3\eta} \\ &\text{auf } q'e' \text{ und } f'\delta \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_1 \cos^3(\eta - \zeta)}{\sqrt{2}\cos^3\eta} \end{aligned} \tag{187}$$

Elfte Gruppe.

I 3 $m\mu$, II 3 $m\mu$, I 4 $m\mu$, II 4 $m\mu$.

Man hat für diese Fälle $\omega_3 = \zeta$, $\omega_2 = \pi - \zeta$, so dass als Gleichung für ω_1 resultirt

$$\sin 2\omega_1 = \mp \frac{2m_1 e_1^3}{3m_3 e_3^3} \qquad \mp\begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases} \tag{188}$$

In Fig. 17 befindet sich der Magnet 1 in p, der Magnet 2 in q, so dass $\sphericalangle\, gpq = g'pq' = \zeta$; es ist $qq' \parallel gg'$, $qu = uq'$, $\sphericalangle\, gpq' = \pi - \zeta$; der Ort für den Magnet 3 ist daher auf dd' zu suchen. Man findet dann

$$e_1 : e_3 = \mp \sin 2\zeta : \sin(\omega_1 + \zeta)$$

$-$ für $\omega_1 > \pi - \zeta$, auf $d'q'$, $+$ für ω_1 innerhalb der Grenzen o und $\pi - \zeta$, auf $q'd$ 189)

$$e_2 : e_3 = \mp \sin(\omega_1 - \zeta) : \sin(\omega_1 + \zeta)$$

$-$ für ω_1 innerhalb der Grenzen $\pi - \zeta$ und π oder o und ζ, auf $d'p$, $+$ für ω_1 innerhalb der Grenzen ζ und $\pi - \zeta$, auf pd. Dadurch geht 188) über in

$$\sin 2\,\omega_1 \sin^3(\omega_1 + \zeta) = \pm \frac{2m_1 \sin^3 2\zeta}{3m_3} = \pm \frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3} \text{ auf } d'q' \qquad 190)$$
$$= \mp \frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3} \text{ auf } q'd$$

Die oberen Zeichen gehören zu den Fällen 3, die unteren zu 4.

Die Curve $y = \sin 2x \sin^3(x + \zeta)$ 191)

liefert $y = o$ für $x = o,\ \frac{\pi}{2},\ \pi - \zeta,\ \pi.$

Die Untersuchung der Extreme führt auf die Gleichung

$$\operatorname{tg}^3 x + \frac{4\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{2}} - 4\operatorname{tg} x - \frac{1}{\sqrt{2}} = o \qquad 192)$$

deren Verwandtschaft mit 112) leicht zu erkennen ist. Man erhält daraus

$$x = \begin{cases} 49^0\ 9'\ 47'' \\ 104^0\ 38'\ 56'' \\ 170^0\ 55'\ 25'' \end{cases} \qquad y = \begin{cases} 0{\cdot}9755 \text{ Maximum} \\ -0{\cdot}1307 \text{ Minimum} \\ 0{\cdot}0268 \text{ Maximum} \end{cases}$$

Die Curve (Nr. 7) ist in Fig. 18 dargestellt. Man erfährt aus derselben bei den Fällen 3, dass für ω_1, innerhalb der Grenzen $\pi - \zeta$ und π zwei Auflösungen existiren,

$$\eta_1 \begin{matrix} > \pi - \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ 170^0\ 55'\ 25'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 170^0\ 55'\ 25'' \\ < \pi \end{matrix}$$

entsprechend der Strecke $d'q'$, falls nur $\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}0268$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 20{\cdot}8619\ m_1$, während für ω_1 innerhalb der Grenzen o und $\pi - \zeta$ zwei weitere Auflösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ \overline{\overline{<}}\ 104^0\ 38'\ 56'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 104^0\ 38'\ 56'' \\ < \pi - \zeta \end{matrix}$$

entsprechend der Strecke fd vorhanden sind, wenn $\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}1307$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 4{\cdot}2760\,m_1$.

Bei den Fällen 4 erhält man für $\omega_2 > \pi - \zeta$ keine Auflösung, für $\omega_2 < \pi - \zeta$ dagegen zwei Auflösungen $\eta_1 \begin{matrix} > o \\ \overline{\overline{<}}\ 49^0\ 9'\ 47'' \end{matrix}$ $\eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 49^0\ 9'\ 47'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$, entsprechend $q'f$, wozu die Bedingung $\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}9755$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 0{\cdot}5727\,m_1$ gehört.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher bei I 3 $m\mu$ und II 3 $m\mu$ die Strecken $d'q'$ (Bed. $m_3 \geqq 20{\cdot}8619\, m_1$) und fd (Bed. $m_3 \gtreqless 4{\cdot}2760\, m_1$), bei I 4 $m\mu$ und II 4 $m\mu$ die Strecke $q'f$ (Bed. $m_3 \gtreqless 0{\cdot}5727\, m_1$).

In den Fällen I 3 und II 3 werden die Directionsmomente

$$\begin{aligned} &\text{auf } d'q' && V_1 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2^3}\left(\mp \frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} - m_3\right) \\ &\text{auf } fd && V_1 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2^3}\left(\pm \frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} - m_3\right) \\ &\text{auf } d'q' \text{ und } fd && V_2 = \mp \frac{3\, m_2 m_3}{2\, e_1^3}\left(\sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta - \frac{1}{3}\right) \end{aligned} \qquad 193)$$

Es wird daher, weil auf $d'q'$ die Grenzen für η sind $\pi - \zeta$ und π, auf fd aber $\frac{\pi}{2}$ und $\pi - \zeta$,

$$\begin{aligned} &\text{im Falle I } 3\, m\mu \quad \text{auf } d'q' && V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr -\frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} \\ & \quad\quad\quad\quad\quad\quad\;\; \text{auf } fd && V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} \end{aligned} \qquad 194)$$

im Falle II 3 $m\mu$ auf $d'q'$ und fd $V_1 < o$.

Ferner ist

$$\sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta - \frac{1}{3} = \begin{cases} -\frac{4}{3} \\ o \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} \pi - \zeta \\ \pi - \frac{\zeta - \lambda}{2} \\ \pi \end{cases} d'q' \quad \begin{cases} \frac{\pi}{2} \\ \pi - \zeta \end{cases} fd \qquad 195)$$

$$\begin{aligned} &\text{also bei I 3} && \text{auf } fd && V_2 > o \\ & && \text{auf } d'q' && V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \pi - \frac{\zeta - \lambda}{2} \\ &\text{bei II 3} && \text{auf } fd && V_2 < o \\ & && \text{auf } d'q' && V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \pi - \frac{\zeta - \lambda}{2} \end{aligned} \qquad 196)$$

Analog früheren Constructionen ist in Fig. 17 $pr = 3pq'$ gemacht, n, n' sind die Mitten von $q'r$, qr; $nh \perp dd'$, $n'h' \perp \delta\delta'$. Für $pu = 1$ ist $uq' = \sqrt{2}$, $pq' = \sqrt{3}$, $pr = 3\sqrt{3}$, $\measuredangle\, pru = \lambda$; ferner $ur = \sqrt{26}$, $q'r = \sqrt{26} - \sqrt{2}$, $qr = \sqrt{26} + \sqrt{2}$

$$q'h = qh_1 = q'n \,.\, \cos\zeta = \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{3}}; \quad qh' = q'h_1' = qn' \cos\zeta = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin q'qh : \sin q'hq = q'h : qq' = \frac{\sqrt{13} - 1}{\sqrt{3}} : 2\sqrt{2} = \sin\frac{\zeta - \lambda}{2} : \sin\frac{\zeta + \lambda}{2}$$

$$\sin h'q'q : \sin qh'q' = qh' : qq' = \frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{3}} : 2\sqrt{2} = \cos\frac{\zeta + \lambda}{2} : \cos\frac{\zeta - \lambda}{2}$$

was man durch 28) leicht bestätigt. Da nun $qq'h = \pi - \zeta$, $h'qq' = \zeta$, so findet man

$$q'qh = \frac{\zeta - \lambda}{2}, \qquad oqq' = \pi - \frac{\zeta - \lambda}{2}, \qquad h'q'q = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta + \lambda}{2}$$

$$h'q'g' = \frac{\zeta + \lambda}{2}, \quad go'q' = \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta + \lambda}{2}, \quad go_1'p = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta + \lambda}{2}, \quad go_1h_1 = \frac{\zeta - \lambda}{2}$$

Darnach ist bei I $3\,m\mu$ $\quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } hq' \end{cases}$

bei II $3\,m\mu$ $\quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } hq' \\ = o \text{ in } h \\ < o \text{ auf } d'h \text{ und } fd \end{cases}$ 190)

In den Fällen I 4 und II 4 werden die Directionsmomente

$$\text{auf } q'p \quad V_1 = \frac{m_1\sqrt{2}}{e_2^{\,3}}\left(\mp\frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} + m_3\right)$$

$$\text{auf } pf \quad V_1 = \frac{m_1\sqrt{2}}{e_2^{\,3}}\left(\pm\frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} + m_3\right) \tag{198}$$

$$\text{auf } q'f \quad V_2 = \pm\frac{3\,m_2 m_3}{2\,e_1^{\,3}}\left(\sqrt{2}\sin 2\eta + \cos 2\eta - \frac{1}{3}\right)$$

Auf $q'p$ ist $\eta < \zeta$, auf pf aber $\eta > \zeta$; man hat daher

bei I $4\,m\mu$ auf $q'f$ $\quad V_1 > o$

$$\text{bei II } 4\,m\mu \text{ auf } q'p \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless -\frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)} \tag{199}$$

$$\text{auf } pf \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_2 \sin^3(\eta - \zeta)}{\sin^3(\eta + \zeta)}$$

Es ist nun

$$\sqrt{2} \sin 2\eta + \cos 2\eta - \frac{1}{3} = \begin{cases} \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \\ o \\ -\frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} o \\ \zeta \end{cases} q'p \quad \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta+\lambda}{2} \\ \frac{\pi}{2} \end{cases} pf \tag{200}$$

$$\text{und deshalb bei I 4} \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta+\lambda}{2}$$

$$\text{bei II 4} \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta+\lambda}{2} \tag{201}$$

Nach der oben gegebenen Construction ist also

$$\text{bei I } 4\,m\mu \quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } q'h_1' \\ = o \text{ in } h_1' \\ > o \text{ auf } h_1'f \end{cases}$$

$$\text{bei II } 4\,m\mu \quad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } h_1'f \\ = o \text{ in } h_1' \\ < o \text{ auf } q'h_1' \end{cases} \tag{202}$$

Zwölfte Gruppe.

I $3\,n\nu$, II $3\,n\nu$, I $4\,n\nu$, II $4\,n\nu$.

Diesmal ist $\omega_3 = \pi - \zeta$, $\omega_2 = \zeta$, so dass die Gleichung für ω_1 wird

$$\sin 2\,\omega_1 = \mp \frac{2\,m_1\,e_1^3}{3\,m_3\,e_3^3} \qquad \mp \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases} \tag{203}$$

In Fig. 17 befindet sich der Magnet 2 in q'; der Ort für den Magnet 3 ist auf $\delta\delta'$ zu suchen. Man hat dann

$$e_1 : e_3 = \mp \sin 2\zeta : \sin(\omega_1 - \zeta)$$

$-$ für $\omega_1 < \zeta$, auf $\delta' q$, $+$ für $\omega_1 > \zeta$, auf $q\delta$

$$e_2 : e_3 = \mp \sin(\omega_1 + \zeta) : \sin(\omega_1 - \zeta) \tag{204}$$

$-$ für $\omega_1 < \zeta$ und $> \pi - \zeta$, auf $\delta' p$, $+$ für ω_1 zwischen den Grenzen ζ und $\pi - \zeta$, auf $p\delta$.

Dadurch geht 203) über in $\sin 2\omega_1 \sin^3(\omega_1 - \zeta) = \pm \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 m_3}$ auf $\delta' q$

$$= \mp \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 m_3} \text{ auf } q\delta \tag{205}$$

Die oberen Zeichen gehören zu den Fällen 3, die unteren zu 4.

Die Curve $$y = \sin 2x \,.\, \sin^3 (x - \zeta) \qquad 206)$$

liefert $$y = o \text{ für } x = o, \zeta, \frac{\pi}{2}, \pi$$

und die Extreme aus der Gleichung

$$\mathrm{tg}^3 x - \frac{4\,\mathrm{tg}^2 x}{\sqrt{2}} - 4\,\mathrm{tg}\, x + \frac{1}{\sqrt{2}} = o \qquad 207)$$

woraus

$$x = \begin{cases} 9^0\ 4'\ 35'' \\ 75^0\ 21'\ 4'' \\ 130^0\ 50'\ 13'' \end{cases} \qquad y = \begin{cases} -0{\cdot}0268 \text{ Minimum} \\ 0{\cdot}1307 \text{ Maximum} \\ -0{\cdot}9755 \text{ Minimum} \end{cases}$$

Die Curve (Nr. 8) ist in Fig. 19 dargestellt. Man erfährt aus derselben bei den Fällen 3, dass für $\omega_1 < \zeta$, d. h. auf $\delta' q$, keine Lösung existirt, für $\omega_1 > \zeta$ aber unter der Bedingung $\frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}9755$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 0{\cdot}5727\, m_1$, 2 Lösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > \frac{\pi}{2} \\ \overline{\overline{<}}\ 130^0\ 50'\ 13'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 130^0\ 50'\ 13'' \\ < \pi \end{matrix}$$

entsprechend $q f'_1$ vorhanden sind. Bei den Fällen 4 gewinnt man für $\omega_1 < \zeta$ zwei Lösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > o \\ \overline{\overline{<}}\ 9^0\ 4'\ 35'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 9^0\ 4'\ 35'' \\ > \zeta \end{matrix}$$

entsprechend $\delta' q$, falls nur $\frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}0268$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 20{\cdot}8619\, m_1$ und für $\omega_1 > \zeta$ zwei weitere Lösungen

$$\eta_1 \begin{matrix} > \zeta \\ \overline{\overline{<}}\ 75^0\ 21'\ 4'' \end{matrix} \qquad \eta_2 \begin{matrix} \overline{\overline{>}}\ 75^0\ 21'\ 4'' \\ < \frac{\pi}{2} \end{matrix}$$

entsprechend $f'\delta$, sobald $\frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 m_3} \overline{\overline{<}}\ 0{\cdot}1307$ oder $m_3 \overline{\overline{>}}\ 4{\cdot}2760\, m_1$.

Die geometrischen Oerter für den Magnet 3 sind daher bei I $3 n \nu$ und II $3 n \nu$ die Strecke $q f'$ (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}}\ 0{\cdot}5727\, m_1$), bei I $4 n \nu$ und II $4 n \nu$ die Strecken $\delta' q$ (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}}\ 20{\cdot}8619\, m_1$) und $f'\delta$ (Bed. $m_3 \overline{\overline{>}}\ 4{\cdot}2760\, m_1$).

In den Fällen I 3 und II 3 werden die Directionsmomente

$$\text{auf } qp \quad V_1 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2{}^3}\left(\pm \frac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3(\eta-\zeta)} + m_3\right)$$

$$\text{auf } pf' \quad V_1 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2{}^3}\left(\mp \frac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3(\eta-\zeta)} + m_3\right) \tag{208}$$

$$\text{auf } qf' \quad V_2 = \pm \frac{3\, m_2 m_3}{2\, e_1{}^3}\left(\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta + \frac{1}{3}\right)$$

Berücksichtigt man dass η auf qp innerhalb $\pi - \zeta$ und π, auf pf' innerhalb $\frac{\pi}{2}$ und $\pi - \zeta$ liegt, ferner dass

$$\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta + \frac{1}{3} = \begin{cases} -\frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} \\ o \\ \frac{4}{3} \end{cases} \qquad \text{für } \eta = \begin{cases} \pi \\ \pi - \zeta \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta+\lambda}{2} \\ \frac{\pi}{2} \end{cases} \tag{209}$$

so hat man für I $3\,n\nu$

$$\text{auf } qp \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless -\frac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3(\eta-\zeta)}$$

$$\text{auf } pf' \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \gtreqless \frac{m_2 \sin^3(\eta+\zeta)}{\sin^3(\eta-\zeta)} \tag{210}$$

$$\text{auf } qf' \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta+\lambda}{2}$$

$$\text{für II } 3\,n\nu \quad \text{auf } qf' \quad V_1 > o$$

$$V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta+\lambda}{2}$$

Gemäss den Constructionen bei der elften Gruppe hat man dann auch

$$\text{für I } 3\,n\nu \qquad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } h'f' \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } qh' \end{cases}$$

$$\text{für II } 3\,n\nu \qquad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } qh' \\ = o \text{ in } h' \\ < o \text{ auf } h'f' \end{cases} \tag{211}$$

In den Fällen I 4 und II 4 erhält man für die Directionsmomente

$$\text{auf } \partial' q \quad V_1 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2^3} \left(\pm \frac{m_2 \sin^3(\eta + \zeta)}{\sin^3(\eta - \zeta)} - m_3 \right)$$

$$\text{auf } f' \partial \quad V_2 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{e_2^3} \left(\mp \frac{m_2 \sin^3(\eta + \zeta)}{\sin^3(\eta - \zeta)} - m_3 \right) \qquad 212)$$

$$\text{auf } \partial' q \text{ und } f' \partial \quad V_1 = \mp \frac{3\, m_2 m_3}{2\, e_1^3} \left(\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta + \frac{1}{3} \right)$$

Berücksichtigt man, dass η auf $\partial' q$ die Grenzen o und ζ, auf $f'\partial$ aber ζ und $\frac{\pi}{2}$ hat, ferner, dass

$$\sqrt{2} \sin 2\eta - \cos 2\eta + \frac{1}{3} = \begin{cases} \frac{4}{3} \\ o \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{für } \eta = \begin{cases} \left.\begin{matrix} \zeta \\ \frac{\zeta - \lambda}{2} \\ o \end{matrix}\right\} \partial' q \\ \left.\begin{matrix} \frac{\pi}{2} \\ \zeta \end{matrix}\right\} f' \partial \end{cases} \qquad 213)$$

so hat man für I $4\, n\, \nu$ auf $\partial' q$ und $f'\partial$ $\quad V_1 < o$

$$\text{auf } \partial' q \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \lesseqgtr \frac{\zeta - \lambda}{2}$$

$$\text{auf } f' \partial \quad V_2 < o$$

$$\text{für II } 4\, n\, \nu \quad \text{auf } \partial' q \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr - \frac{m_2 \sin^3(\eta + \zeta)}{\sin^3(\eta - \zeta)} \qquad 214)$$

$$\text{auf } f' \partial \quad V_1 \gtreqless o, \text{ je nachdem } m_3 \lesseqgtr \frac{m_2 \sin^3(\eta + \zeta)}{\sin^3(\eta - \zeta)}$$

$$\text{auf } \partial' q \quad V_2 \gtreqless o, \text{ je nachdem } \eta \gtreqless \frac{\zeta - \lambda}{2}$$

$$\text{auf } f' \partial \quad V_2 > o$$

oder auch gemäss den früher gegebenen Constructionen

$$\text{für I } 4\, n\, \nu \qquad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } h_1 q \\ = o \text{ in } h_1 \\ < o \text{ auf } \partial' h_1 \text{ und } f' \partial \end{cases}$$

$$\text{für II } 4\, n\, \nu \qquad V_2 \begin{cases} > o \text{ auf } \partial' h_1 \text{ und } f' \partial \\ = o \text{ in } h_1 \\ < o \text{ auf } h_1 q \end{cases} \qquad 215)$$

Die Gruppen, welche den Combinationen $m\nu$ und $n\mu$ entsprechen, führen wieder auf den Fall, dass die Centra der drei Magnete in einer Geraden liegen, oder

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3,$$

und fallen deshalb ganz aus.

Es kann nicht unbemerkt geblieben sein, dass die zweite Hälfte der Gruppen sich auf die erste zurückführen liesse, und zwar Gruppe 7 und 8 auf 3 und 4, 9 und 10 auf 1 und 2, 11 und 12 auf 6 und 7, wenn man nur bei der zweiten Hälfte vom Magnet 2 statt, wie in der ersten, vom Magnet 1 ausginge; man müsste dann aber auch den Magnet 1 die Richtung S annehmen lassen, und die Bestimmung der Directionsmomente müsste deshalb doch von neuem erfolgen. Dieser Umstand bewog mich die zweite Hälfte der Gruppen ebenso zu untersuchen, wie die erste.

Im Vorstehenden sind alle Fälle, welche bei den von mir gemachten Voraussetzungen sich einer einfachen Behandlung zugängig zeigen, erschöpft. Ich setzte voraus, dass sich der Magnet 1 im Meridian, das Nordende nach N gekehrt, befinde, während der Magnet 2 normal zum Meridian (nach E oder W) und der feste Magnet 3 entweder im Meridian (nach N oder S) oder normal dazu (nach E oder W) liegt; es ist mit anderen Worten über die α disponirt. Sollen die auf die Magnete 1 und 2 ausgeübten Drehungsmomente verschwinden, so erhält man 2 Gleichungen für die Grössen ω, derart dass über eine dieser Grössen noch verfügt werden kann, und meine Methode bestand stets in einer solchen Wahl für ω_3, dass die eine der übrigbleibenden Unbekannten direct, die andre aus einer ohne grosse Mühe durch Näherungsmethoden (regula falsi) auflösbare Gleichung fünften Grades gewonnen werden kann. Im praktischen Falle wird man mit Hülfe der Curven Nr. 1 bis 8 sehr leicht angenäherte Auflösungen finden. Dabei sind die drei magnetischen Momente immer willkürlich, nur darf m_3 nicht unter gewisse, durch den besonderen Fall jedesmal bestimmte Grenzwerthe herabsinken. Ich glaube nicht, dass es, so lange man die Unbestimmtheit der magnetischen Momente festhält, möglich sein wird, andre eben so einfache Fälle, wie die von mir untersuchten 48, ausfindig zu machen. Schon früher, S. 212, habe ich angegeben, dass ich mir den Magnet 2 immer östlich von dem durch 1 gehenden Meridian gelegen denke, und dass die Fälle der westlichen Lage stets sofort auf die der östlichen zurückführbar sind. In jedem einzelnen Falle liefert meine Untersuchung auch die praktisch wichtigen Directionsmomente.

Der bequemeren Uebersicht wegen gebe ich eine tabellarische Zusammenstellung aller 48 Fälle.

Tabelle 1.

	1 Fall.	2 1	3 2	4 3	5 V_1	6 V_2	7 ω_3	8 ω_2	9 ω_1
1.	I 1 $a\,\alpha$	N	E	N	$>$	$\gtreqless$	ζ	o	$>\frac{\pi}{2}-\zeta, <\frac{\pi}{2}+\zeta$
	II 1 $a\,\alpha$	N	W	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$			
	I 2 $a\,\alpha$	N	E	S	$\gtrless$	$\gtrless$	"	"	$> o, <\frac{\pi}{2}-\zeta$
	II 2 $a\,\alpha$	N	W	S	$>$	$\gtrless$			$>\frac{\pi}{2}+\zeta, <\pi$
2.	I 1 $b\,\alpha$	N	E	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\pi-\zeta$	o	$>\frac{\pi}{2}-\zeta, <\frac{\pi}{2}+\zeta$
	II 1 $b\,\alpha$	N	W	N	$>$	$\gtreqless$			
	I 2 $b\,\alpha$	N	E	S	$<$	$\gtrless$	"	"	$> o, <\frac{\pi}{2}-\zeta$
	II 2 $b\,\alpha$	N	W	S	$\gtreqless$	$\gtrless$			$>\frac{\pi}{2}+\zeta, <\pi$
3.	I 1 $a\,\beta$	N	E	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$	ζ	$\frac{\pi}{2}$	$>\frac{\pi}{2}, <\frac{\pi}{2}+\zeta$
	II 1 $a\,\beta$	N	W	N	$<$	$\gtreqless$			$>\frac{\pi}{2}-\zeta, <\frac{\pi}{2}$
	I 2 $a\,\beta$	N	E	S	$>$	$\gtrless$	"	"	$>\frac{\pi}{2}+\zeta, \leqq\pi$
	II 2 $a\,\beta$	N	W	S	$\gtreqless$	$\gtrless$			$\geqq o, <\frac{\pi}{2}-\zeta$
4.	I 1 $b\,\beta$	N	E	N	$<$	$\gtreqless$	$\pi-\zeta$	$\frac{\pi}{2}$	$>\frac{\pi}{2}-\zeta, <\frac{\pi}{2}$
	II 1 $b\,\beta$	N	W	N	$\gtrless$	$\gtreqless$			$>\frac{\pi}{2}, <\frac{\pi}{2}+\zeta$
	I 2 $b\,\beta$	N	E	S	$\gtrless$	$\gtrless$	"	"	$\geqq o, <\frac{\pi}{2}-\zeta$
	II 2 $b\,\beta$	N	W	S	$>$	$\gtrless$			$>\frac{\pi}{2}+\zeta, \leqq\pi$
5.	I 1 $c\,\gamma$	N	E	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\frac{\pi}{2}-\zeta$	$>\frac{\pi}{2}, <\frac{\pi}{2}+\zeta$	$\frac{\pi}{2}+\zeta$
	II 2 $c\,\gamma$	N	W	S	$\gtreqless$	$<$		$>\frac{\pi}{2}+\zeta, <\pi$	
	I 2 $c\,\gamma$	N	E	S	$\gtreqless$	$>$	"	$> o, <\frac{\pi}{2}$	"
	II 1 $c\,\gamma$	N	W	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$			
6.	I 1 $d\,\delta$	N	E	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\frac{\pi}{2}+\zeta$	$>\frac{\pi}{2}, <\pi$	$\frac{\pi}{2}-\zeta$
	II 2 $d\,\delta$	N	W	S	$\gtreqless$	$>$			
	I 2 $d\,\delta$	N	E	S	$\gtreqless$	$<$	"	$>\frac{\pi}{2}-\zeta, <\frac{\pi}{2}$	"
	II 1 $d\,\delta$	N	W	N	$\gtreqless$	$\gtreqless$		$> o, <\frac{\pi}{2}-\zeta$	

10 Figur.	11 Geom.Ort.	12 Aufzulösende Gleichung.		13 Bedingung für reale Wurzeln.
6	ef	$\sin^3\omega_1\,(3\sin^2\omega_1-2)=$	$\frac{m_1}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_1}{3\sqrt{3}}$
"	$d'e$ fd	"	$-\frac{m_1}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\,m_1$
"	$e'f'$	"	$\frac{m_1}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_1}{3\sqrt{3}}$
"	$f'd'$ de'	"	$-\frac{m_1}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\,m_1$
8	$d'e$ fd	$\cos^3\omega_1\,(1-3\cos^2\omega_1)=$	$\mp\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\,m_1$
"	eg gf	"	$\pm\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$
"	$d'e$ fd	"	$\pm\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\,m_1$
"	eg gf	"	$\mp\frac{2m_1}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$
10	$d'e$ fd	$\sin 2\omega_2\cos^3(\omega_2-\zeta)=$	$\mp\frac{32m_2\sqrt{2}}{81m_3}$	$m_3 \geqq 20{\cdot}8619\,m_2$ $m_3 \geqq 4{\cdot}2760\,m_2$
"	ef	"	$\frac{32m_2\sqrt{2}}{81m_3}$	$m_3 \geqq 0{\cdot}5727\,m_2$
"	ef'	$\sin 2\omega_2\cos^3(\omega_2+\zeta)=$	$\frac{32m_2\sqrt{2}}{81m_3}$	$m_3 \geqq 0{\cdot}5727\,m_2$
"	$\delta'e$ $f'\delta$	"	$\mp\frac{32m_2\sqrt{2}}{81m_3}$	$m_3 \geqq 20{\cdot}8619\,m_2$ $m_3 \geqq 4{\cdot}2760\,m_2$

Tabelle 2.

	1 Fall.	2 1	3 2	4 3	5 V_1	6 V_2	7 ω_3	8 ω_2	9 ω_1
7.	I 3 $k\varkappa$	N	E	E	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\frac{\pi}{2} - \zeta$	$> o, < \zeta$	o
	II 4 $k\varkappa$	N	W	W	$\gtreqless$	$<$		$> \pi - \zeta, < \pi$	
	I 4 $k\varkappa$	N	E	W	$\gtrless$	$>$	"	$> \zeta, < \pi - \zeta$	"
	II 3 $k\varkappa$	N	W	E	$\gtrless$	$\gtreqless$			
8.	I 3 $l\varkappa$	N	E	E	$\gtreqless$	$<$	$\frac{\pi}{2} + \zeta$	$> o, < \zeta$	o
	II 4 $l\varkappa$	N	W	W	$\gtreqless$	$\gtreqless$		$> \pi - \zeta, < \pi$	
	I 4 $l\varkappa$	N	E	W	$\gtrless$	$\gtrless$	"	$> \zeta, < \pi - \zeta$	"
	II 3 $l\varkappa$	N	W	E	$\gtrless$	$>$			
9.	I 3 $k\lambda$	N	E	E	$\gtrless$	$>$	$\frac{\pi}{2} - \zeta$	$\geqq o, < \zeta$	$\frac{\pi}{2}$
	II 4 $k\lambda$	N	W	W	$\gtreqless$	$\gtreqless$		$> \pi - \zeta, \leqq \pi$	
	I 4 $k\lambda$	N	E	W	$\gtrless$	$\gtreqless$	"	$> \zeta, < \frac{\pi}{2}$	"
	II 3 $k\lambda$	N	W	E	$\gtrless$	[illegible]		$> \frac{\pi}{2}, < \pi - \zeta$	
10.	I 3 $l\lambda$	N	E	E	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\frac{\pi}{2} + \zeta$	$> \pi - \zeta, \leqq \pi$	$\frac{\pi}{2}$
	II 4 $l\lambda$	N	W	W	$\gtreqless$	$>$		$\geqq o, < \zeta$	
	I 4 $l\lambda$	N	E	W	$\gtrless$	$<$	"	$> \frac{\pi}{2}, < \pi - \zeta$	"
	II 3 $l\lambda$	N	W	E	$\gtrless$	$\gtreqless$		$> \zeta, < \frac{\pi}{2}$	
11.	I 3 $m\mu$	N	E	E	$\gtreqless$	$\gtreqless$	ζ	$\pi - \zeta$	$> \pi - \zeta, < \pi$
	II 3 $m\mu$	N	W	E	$<$	$\gtreqless$			$> \frac{\pi}{2}, < \pi - \zeta$
	I 4 $m\mu$	N	E	W	$>$	$\gtreqless$	"	"	$> o, < \frac{\pi}{2}$
	II 4 $m\mu$	N	W	W	$\gtreqless$	$\gtreqless$			
12.	I 3 $n\nu$	N	E	E	$\gtreqless$	$\gtreqless$	$\pi - \zeta$	ζ	$> \frac{\pi}{2}, < \pi$
	II 3 $n\nu$	N	W	E	$>$	$\gtreqless$			
	I 3 $n\nu$	N	E	W	$<$	$\gtreqless$	"	"	$> o, < \zeta$
	II 3 $n\nu$	N	W	W	$\gtreqless$	$\gtreqless$			$> \zeta, < \frac{\pi}{2}$

10 Figur.	11 Geom.Ort.	12 Aufzulösende Gleichung.		13 Bedingung für reale Wurzeln.
13	fd $d'e$	$\sin^3\omega_2\,(3\sin^2\omega_2-1)=$	$-\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\,m_2$
"	ef	"	$\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$
"	fd $d'e$	"	$-\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{3}\sqrt{\frac{10}{3}}\,m_2$
"	ef	"	$\frac{2m_2}{3m_3}\sqrt{\frac{2}{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$
15	eg gf	$\cos^3\omega_2\,(2-3\cos^2\omega_2)=$	$\mp\frac{m_2}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_2}{3\sqrt{3}}$
"	$d'e$ fd	"	$\pm\frac{m_2}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\,m_2$
"	$e'g'$ $g'f'$	"	$\pm\frac{m_2}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{m_2}{3\sqrt{3}}$
"	$\delta'e'$ $f'\delta$	"	$\mp\frac{m_2}{3m_3\sqrt{3}}$	$m_3 \geqq \frac{25}{24}\sqrt{\frac{5}{6}}\,m_2$
17	$d'q'$ fd	$\sin 2\omega_1\,\sin^3(\omega_1'+\zeta)=$	$\pm\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3}$	$m_3 \geqq 20{\cdot}8619\,m_1$ $m_3 \geqq 4{\cdot}2760\,m_1$
"	$q'f$	"	$\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3}$	$m_3 \geqq 0{\cdot}5727\,m_1$
"	qf'	$\sin 2\omega_1\,\sin^3(\omega_1-\zeta)=$	$-\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3}$	$m_3 \geqq 0{\cdot}5727\,m_1$
"	$\delta'q$ $f'\delta$	"	$\mp\frac{32\,m_1\sqrt{2}}{81\,m_3}$	$m_3 \geqq 20{\cdot}8619\,m_1$ $m_3 \geqq 4{\cdot}2760\,m_1$

Die erste Rubrik enthält die Bezeichnung der einzelnen Fälle; in den drei folgenden mit den Ueberschriften **1**, **2**, **3** sind die magnetischen Himmelsrichtungen angegeben, nach denen die Nordpole der drei Magnete zeigen; dann kommen die Rubriken für die Directionsmomente, bei welchen ich mich, unter Weglassung der Ziffer o, begnügt habe anzugeben, ob sie $> o$, $< o$ oder nach den besonderen Werthen der Momente $\gtrless o$ und $\geqq o$ sind. Die drei nächsten Rubriken bringen die Winkel ω der Centralen e mit dem Meridian: die beiden folgenden enthalten den Nachweis der Figuren, wie der geometrischen Oerter des Compensationsmagnets; die beiden letzten Rubriken endlich geben die Gleichung, aus welcher der letzte unbekannte Winkel ω zu bestimmen ist, und die Bedingungen, unter welchen allein reale Auflösungen jener Gleichung vorhanden sind. Ich bemerke noch, dass die doppelten Vorzeichen in Rubrik 12 mit den doppelten Zeilen in Rubrik 8, 9, 11, 13 correspondiren, nicht aber mit den Doppelzeilen in den Rubriken 1 bis 6; bei diesen gilt vielmehr der Inhalt der übrigen Rubriken für die obere, wie für die untere Zeile.

In Fig. 20 habe ich zur Uebersicht die Verhältnisse im allgemeinen nochmals graphisch dargestellt. Bei fester Lage des Magnets 1 in p kann der Magnet 2 nach q, q^1, q_1, q_1' versetzt werden, und der Compensationsmagnet hat, je nach den Verhältnissen der magnetischen Momente und dem für Magnet 2 gewählten Platz, seine Stelle auf einer bestimmten von all den Geraden, die in der Figur gezeichnet sind. Trägt man, was in der Figur nicht geschehen, auf diesen Geraden noch die Punkte ein, welche die einzelnen Fälle abgrenzen, sowie die von mir stets durch den Buchstab h bezeichneten, das Verschwinden eines Directionsmoments charakterisirenden Punkte, so sind verwandtschaftliche Beziehungen zwischen den einzelnen Gruppen von Fällen leicht erkennbar. —

Handelt es sich bei der Compensirung nur um die Aufhebung der Drehungsmomente ohne Berücksichtigung der Directionsmomente, so ist durch die vorliegende Untersuchung eine grosse Mannigfaltigkeit von Lösungen jener Aufgabe ermittelt. Praktisch brauchbar sind indessen keineswegs alle, da man in der Praxis alle die Fälle wird ausschliessen müssen, in welchen m_3 gegenüber m_1 oder m_2 allzu gross ausfällt, also Fälle wie I 1 $a\beta$, II 1 $a\beta$, I 1 $b\beta$, II 1 $b\beta$, theilweise I 1 $c\gamma$ u. s. f. Man wird ausserdem darauf Rücksicht zu nehmen haben, dass die drei Centralen eine ausreichende Grösse erhalten, damit die Voraussetzung 3) S. 206 erfüllt werde. Dabei kommt der Umstand zu statten, dass die geometrischen Oerter für die erste Hälfte einer jeden Gruppe auf der betreffenden Geraden diejenigen Theile ausschliessen, welche für die zweite Hälfte geometrische Oerter sind. Als die vortheilhaftesten Fälle dürfen im allgemeinen diejenigen bezeichnet werden, bei welchen die untere Grenze für m_3 sehr niedrig ist, weil die Compensirung dann mit verhältnissmässig schwachen Magneten ausführbar ist. Solche Fälle sind I 1 $a\alpha$, II 1 $a\alpha$, I 2 $a\beta$, I 1 $d\delta$ u. s. f.

C. Discussion von praktisch wichtigen Specialfällen.

Von ganz besonderer Wichtigkeit sind die Fälle, in denen ein Verschwinden der beiden Directionsmomente V_1 und V_2 möglich ist, weil hiermit erreicht werden kann, dass die Magnete 1 und 2 gegenüber den Einwirkungen des Erdmagnetismus sich so verhalten, als seien die Magnete 2 und 3, resp. 1 und 3 gar nicht vorhanden. Aus den Tabellen 1 und 2 findet man jene Fälle leicht heraus, es sind diejenigen, bei denen sowohl V_1 als $V_2 \gtreqless o$. Nun ist freilich die Unabhängigkeit der magnetischen Momente von einander völlig aufgegeben. Diese merkwürdigen Fälle will ich im folgenden näher untersuchen, wobei die Momente m_2 und m_3 durch m_1, die Centralen (13) oder e_2 und (23) oder e_1 durch (12) oder e_3 ausgedrückt werden sollen. Die Fälle selbst mögen als Hauptfälle bezeichnet werden.

Hauptfall 1 = II 1 $a\,\alpha$.

Die Stellung der Magnete ist NWN; zu benutzen ist Fig. 6.

Aus den Untersuchungen S. 218 u. flgd. ergibt sich

$$\omega_1 = \pi - 2\zeta \qquad \omega_2 = o \qquad \omega_3 = \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck pqh, und zwar liegt, was ich nur diesmal hervorhebe, Magnet 1 in p gen N, Magnet 2 in q gen W, Magnet 3 in h gen N gekehrt.

$$pq = e_3 \qquad qh = e_1 \qquad hp = e_2$$

$$e_1 = \frac{e_3 \sin\zeta}{\sin 2\zeta} = \frac{e_3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} = 0{\cdot}6124\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin 3\zeta}{\sin 2\zeta} = \frac{5\, e_3}{2\sqrt{6}} = 1{\cdot}0206\, e_3 \tag{216}$$

Aus den a. a. O. gegebenen Gleichungen 48) und 51) a findet man dann leicht

$$m_2 = \frac{m_1 \sqrt{2}}{3\sqrt{3}\sin^3 3\zeta\,(3\sin^2 2\zeta - 2)} = \frac{81\sqrt{2}}{250}\, m_1 = 0{\cdot}4582\, m_1$$

$$m_3 = \frac{m_1}{3\sqrt{3}\sin^3 2\zeta\,(3\sin^2 2\zeta - 2)} = \frac{27}{32\sqrt{6}}\, m_1 = 0{\cdot}3445\, m_1$$

Hauptfall 2 = I 1 $b\,\alpha$.

Stellung NEN; Fig. 6; S. 223.

$$\omega_1 = 2\zeta \qquad \omega_2 = o \qquad \omega_3 = \pi - \zeta.$$

Die Centra bilden das Dreieck $pq'h'$, die Werthe für e und m sind dieselben, wie bei Hauptfall 1.

Hauptfall 3 = I 1 $a\beta$.

Stellung NEN, Fig. 8; Seite 225.

$$\omega_1 = \pi - 2\zeta \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} \qquad \omega_3 = \zeta.$$

Die Centra bilden das Dreieck pqh, woraus man erhält [78) und 83)]

$$e_1 = \frac{e_3 \cos\zeta}{\cos 2\zeta} = e_3 \sqrt{6} = 2{\cdot}4495\ e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin 3\zeta}{\cos 2\zeta} = \frac{5e_3}{\sqrt{3}} = 2{\cdot}8868\ e_3 \qquad 217)$$

Ferner $$m_2 = \frac{2m_1}{3\sqrt{3}\,\sin^3 3\zeta(1-3\cos^2 2\zeta)} = \frac{81 m_1}{125} = 0{\cdot}6480\, m_1$$

$$m_3 = \frac{2m_1\sqrt{2}}{3\sqrt{3}\,\cos^3 2\zeta(1-3\cos^2 2\zeta)} = 9m_1\sqrt{6} = 22{\cdot}0454\, m_1$$

Hauptfall 4 = II 1 $b\beta$.

Stellung NWN, Fig. 8; S. 229.

$$\omega_1 = 2\zeta \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} \qquad \omega_3 = \pi - \zeta.$$

Die Centra bilden das Dreieck $pq'h$, die Werthe für e und m sind dieselben, wie bei Hauptfall 3.

Hauptfall 5 = I 1 $c\gamma$.

Stellung NEN, Fig. 10; S. 233.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} + \zeta \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta.$$

Die Centra bilden das Dreieck pqh, und man findet [S. 215, 110) und 118)]

$$e_1 = \frac{e_3 \sin \frac{3\zeta - \lambda}{2}}{\sin \frac{\zeta + \lambda}{2}} = \frac{e_3}{3} \sqrt{17 + 4\sqrt{13}} = 1{\cdot}8685\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin 2\zeta}{\sin \frac{\zeta + \lambda}{2}} = e_3 \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{13}}{3}} = 2{\cdot}3952\, e_3 \qquad 218)$$

$$m_2 = \frac{81\, m_1 \sin(\zeta - \lambda) \sin^3 \left(\frac{3\zeta - \lambda}{2}\right)}{32\sqrt{2}} = \frac{m_1}{72} \sqrt{\frac{929 + 109\sqrt{13}}{3}} = 0{\cdot}2916 m_1$$

$$m_3 = \frac{m_1 \sin^3 \left(\frac{3\zeta - \lambda}{2}\right)}{\sin^3 \left(\frac{\zeta + \lambda}{2}\right)} = \frac{m_1}{27} \sqrt{15521 + 4300\sqrt{13}} = 6{\cdot}5237\, m_1$$

H a u p t f a l l 6 = II 1 $c\,\gamma$.

Stellung NWN, Fig. 10; S. 233.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} + \zeta \qquad \omega_2 = \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta.$$

Die Centra bilden das Dreieck $p\,q\,h_1'$, und man erhält [S. 215 113) und 124)]

$$e_1 = \frac{e_3 \cos \frac{3\zeta + \lambda}{2}}{\cos \frac{\zeta - \lambda}{2}} = \frac{e_3}{3} \sqrt{17 - 4\sqrt{13}} = 0{\cdot}5352\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin 2\zeta}{\cos \frac{\zeta - \lambda}{2}} = e_3 \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{13}}{3}} = 0{\cdot}9642\, e_3 \qquad 219)$$

$$m_2 = \frac{81\, m_1 \sin(\zeta + \lambda) \cos^3 \left(\frac{3\zeta + \lambda}{2}\right)}{32\sqrt{2}} = \frac{m_1}{72} \sqrt{\frac{929 - 109\sqrt{13}}{3}} = 0{\cdot}1856\, m_1$$

$$m_3 = \frac{m_1 \cos^3 \left(\frac{3\zeta + \lambda}{2}\right)}{\cos^3 \left(\frac{\zeta - \lambda}{2}\right)} = \frac{m_1}{27} \sqrt{15521 - 4300\sqrt{13}} = 0{\cdot}1533\, m_1$$

Hauptfall 7 = I 1 $d\,\delta$.

Stellung NEN, Fig. 10; S. 238.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta \qquad \omega_2 = \pi - \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p\,q'h'$, die Werthe für e und m sind dieselben, wie bei Hauptfall 6.

Hauptfall 8 = II 1 $d\,\delta$.

Stellung NWN, Fig. 10; S. 238.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \zeta \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p\,q'h_1$, die Werthe für e und m sind dieselben, wie bei Hauptfall 5.

Hauptfall 9 = I 3 $k\,\varkappa$.

Stellung NEE, Fig. 13; S. 243.

$$\omega_1 = o \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} + 2\zeta \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p\,q\,h'$, und man erhält [143) und 151)]

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \frac{e_3 \sin 3\zeta}{\cos 2\zeta} = \frac{5\,e_3}{\sqrt{3}} = 2{\cdot}8868\; e_3 \\ e_2 &= \frac{e_3 \cos \zeta}{\cos 2\zeta} = e_3\sqrt{6} = 2{\cdot}4495\; e_3 \\ m_2 &= \frac{3\,m_1}{2}\sqrt{3}\,.\,\sin^3 3\zeta\,(3\cos^2 2\zeta - 1) = \frac{125}{81}\,m_1 = 1{\cdot}5432\; m_1 \\ m_3 &= \frac{m_1\sqrt{2}\,\sin^3 3\zeta}{\cos^3 2\zeta} = \frac{125}{3}\,m_1\sqrt{\frac{2}{3}} = 34{\cdot}0207\; m_1 \end{aligned}\right\} \qquad 220)$$

Hauptfall 10 = II 4 $l\,\varkappa$.

Stellung NWW, Fig. 13, S. 246.

$$\omega_1 = o, \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} - 2\zeta \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p\,q'h$; die Werthe für e und m sind dieselben, wie bei Hauptfall 9.

Hauptfall 11 = II $4 k \lambda$.

Stellung NWW, Fig. 15, S. 249.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} + 2\zeta \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} - \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p q h$, und man erhält [165) und 174)]

$$e_1 = \frac{e_3 \sin 3\zeta}{\sin 2\zeta} = \frac{5 e_3}{2\sqrt{6}} = 1{\cdot}0206\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin \zeta}{\sin 2\zeta} = \frac{e_3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} = 0{\cdot}6124\, e_3$$

$$m_2 = \frac{3 m_1 \sqrt{3} \sin^3 3\zeta \,(2 - 3 \sin^2 2\zeta)}{\sqrt{2}} = \frac{125\, m_1 \sqrt{2}}{81} = 2{\cdot}1824\, m_1$$

$$m_3 = \frac{m_1 \sin^3 3\zeta}{\sqrt{2}.\sin^3 2\zeta} = \frac{125\, m_1}{96\sqrt{3}} = 0{\cdot}7518\, m_1$$

Hauptfall 12 = I $3 l \lambda$.

Stellung NEE, Fig. 15, S. 252.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} \qquad \omega_2 = \frac{\pi}{2} - 2\zeta \qquad \omega_3 = \frac{\pi}{2} + \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p q' h'$; die Werthe für m und e sind dieselben, wie bei Hauptfall 11.

Hauptfall 13 = I $3 m \mu$.

Stellung NEE, Fig. 17, S. 255.

$$\omega_1 = \pi - \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad \omega_2 = \pi - \zeta \qquad \omega_3 = \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $p q h$, und man erhält [S. 215 190) und 194)].

$$e_1 = \frac{e_3 \sin 2\zeta}{\sin \frac{\zeta + \lambda}{2}} = e_3 \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{13}}{3}} = 2{\cdot}3952\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \sin \frac{3\zeta - \lambda}{2}}{\sin \frac{\zeta + \lambda}{2}} = \frac{e_3}{3}\sqrt{17 + 4\sqrt{13}} = 1{\cdot}8685\, e_3$$

$$m_2 = \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 \sin(\zeta - \lambda) \sin^3\left(\frac{3\zeta - \lambda}{2}\right)} = \frac{4 m_1}{27} \sqrt{929 - 109 \sqrt{13}} = 3{\cdot}4299\, m_1$$

$$m_3 = \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 \sin(\zeta - \lambda) \sin^3\left(\frac{\zeta + \lambda}{2}\right)} = 4 m_1 \sqrt{\frac{47 - 13\sqrt{13}}{3}} = 22{\cdot}3755\, m_1$$

Hauptfall 14 = II $4\, m\, \mu$.

Stellung NWW, Fig. 17; S. 255.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad \omega_2 = \pi - \zeta \qquad \omega_3 = \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck pqh_1', und man hat [S. 215, 190 und 199)]

$$e_1 = \frac{e_3 \sin 2\zeta}{\cos \frac{\zeta - \lambda}{2}} = e_3 \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{13}}{3}} = 0{\cdot}9642\, e_3$$

$$e_2 = \frac{e_3 \cos \frac{3\zeta + \lambda}{2}}{\cos \frac{\zeta - \lambda}{2}} = \frac{e_3}{3} \sqrt{17 - 4\sqrt{13}} = 0{\cdot}5352\, e_3 \qquad 221)$$

$$m_2 = \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 \sin(\zeta + \lambda) \cos^3\left(\frac{3\zeta + \lambda}{2}\right)} = \frac{4 m_1}{27} \sqrt{929 + 109\sqrt{13}} = 5{\cdot}3866\, m_1$$

$$m_3 = \frac{32 m_1 \sqrt{2}}{81 \sin(\zeta + \lambda) \cos^3\left(\frac{\zeta - \lambda}{2}\right)} = 4 m_1 \sqrt{\frac{47 - 13\sqrt{13}}{3}} = 0{\cdot}8257\, m_1$$

Hauptfall 15 = I $3\, n\, \nu$.

Stellung NEE, Fig. 17; S. 259.

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\zeta + \lambda}{2} \qquad \omega_2 = \zeta \qquad \omega_3 = \pi - \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $pq'h'$, und die Werthe für m und e sind dieselben, wie bei Hauptfall 14.

Hauptfall 16 = II $4 n \nu$.

Stellung NWW, Fig. 17; S. 259.

$$\omega_1 = \frac{\zeta - \lambda}{2} \qquad \omega_2 = \zeta \qquad \omega_3 = \pi - \zeta$$

Die Centra bilden das Dreieck $pq'h_1'$, die Werthe für m und e sind dieselben, wie bei Hauptfall 13.

Man erkennt sofort, dass im wesentlichen die Fälle 9 und 10 auf 3, 11 und 12 auf 1, 13 und 16 auf 5, 14 und 15 auf 6 zurückkommen. Der praktische Werth der 16 Hauptfälle ist ein sehr verschiedenartiger; man wird wegen der Grösse der Momente m_2 oder m_3 gegenüber m_1 die Hälfte der Fälle als praktisch unbrauchbar bezeichnen müssen, so dass eigentliche Berücksichtigung nur folgende 8 Hauptfälle verdienen, welche sich im wesentlichen auf 2 zurückführen lassen.

Tabelle 3.

H. F.	Stellung.	Fig.	Dreieck.	$m_2 = m_1 \times$	$m_3 = m_1 \times$	$e_1 = e_3 \times$	$e_2 = e_3 \times$
1	*NWN*	6	pqh	0·4582	0·3445	0·6124	1·0206
2	*NEN*	„	$pq'h'$				
6	*NWN*	10	pqh_1'	0·1856	0·1533	0·5352	0·9642
7	*NEN*	„	$pq'h'$				
11	*NWW*	15	pqh	2·1824	0·7518	1·0206	0·6124
12	*NEE*	„	$pq'h'$				
14	*NWW*	17	pqh_1'	5·3866	0·8257	0·9642	0·5352
15	*NEE*	„	$pq'h'$				

Am vortheilhaftesten sind offenbar die Hauptfälle 1, 2, 11, 12.

Die einzige Schwierigkeit liegt in der Herstellung der hier gegebenen Verhältnisse zwischen den magnetischen Momenten, doch scheint sich in einer von Auerbach*) beschriebenen Methode ein geeignetes Mittel dafür darzubieten.

Die wichtigste praktische Anwendung wäre wohl bei den 3 Variationsapparaten für die erdmagnetische Kraft, nämlich Unifilar, Bifilar und Lloyd'sche Wage, zu machen. Die Stellung ist Unifilar N, entsprechend Magnet 1, Bifilar E oder W, entsprechend Magnet 2, Lloyd's Wage N, entsprechend Compensationsmagnet 3. Man ersieht hieraus,

*) Wiedemann's Annalen **16**, p. 556 u. flgd. (1882).

dass nur die Hauptfälle 1, 2, 6, 7 zur Verwendung kommen können, oder eigentlich nur 1 und 2, auf welche ich mich hier beschränken will, da bei 6 und 7 die Momente m_2 und m_3 verhältnissmässig klein ausfallen. Für Unifilar und Bifilar sind dann die Drehungs- und Directionsmomente völlig aufgehoben; da der Magnet der Lloyd'schen Wage nur um eine horizontale Axe schwingen kann, so üben Unifilar und Bifilar kein Drehungsmoment, sondern nur ein Directionsmoment aus, für welches man aus den Gleichungen 30), da $\alpha_1 = o$, $\alpha_2 = -\frac{\pi}{2}$, $\alpha_3 = o$, $\omega_1 = \pi - 2\zeta$, $\omega_2 = o$, $\omega_3 = \zeta$ ist, leicht findet

$$V_3 = v_{13} + v_{23} = \frac{81\, m_1^2}{125\, e_3^3}$$

Dies Directionsmoment wäre bei den an der Lloyd'schen Wage beobachteten Variationen in Rechnung zu bringen. Die drei Instrumente dürften hiernach, wenn die im Hauptfall 1 angegebenen Verhältnisse der magnetischen Momente und der Centralen eingehalten werden, in weit geringeren Entfernungen von einander aufgestellt werden, als es bisher üblich war. Die kleinste Centrale, in unserem Falle e_1, die Centrale zwischen Bifilar und Lloyd'scher Wage, braucht nur so gross zu sein, dass der Voraussetzung 3) S. 206 genügt wird.

Die von mir gegebene Auflösung des Problems über die Aufstellung der drei Variationsapparate stimmt mit der von Lloyd angegebenen durchaus nicht überein *); die Gründe dafür und die Ursachen, weshalb ich die Lloyd'sche Lösung für unrichtig halte, habe ich in der Einleitung dargelegt. Eine den Fällen I 1 $a\alpha$ und II 1 $a\alpha$ entsprechende Lage hat Lloyd allerdings untersucht **); er stellt indessen für ω_1 (bei ihm α) eine ganz andere Gleichung, wie ich es gethan, auf, weil seine Voraussetzungen von den meinigen fundamental verschieden sind. Am ausführlichsten ist bei Lloyd der Fall behandelt, wo die Centra der drei Magnete in einer Geraden liegen, und Lloyd wendet seine Resultate an, um Winke über die Erbauung magnetischer Observatorien zu geben ***). Jener Fall wird auch von mir beim Abschluss der ersten und zweiten Gruppenhälfte erwähnt, aber man erkennt, wie ich dort angeführt habe, dass damit die Unabhängigkeit der magnetischen Momente von einander aufgegeben wird, und eine weitere Untersuchung zeigt, dass von einem Verschwinden der Directionsmomente V_1 und V_2 im allgemeinen gar nicht die Rede sein kann. Ich unterlasse deshalb eine weitere Mittheilung darüber, obgleich die Resultate, die man unter der Voraussetzung, dass U_1 und U_2 verschwinden sollen, gewinnt, theoretisch nicht uninteressant sind.

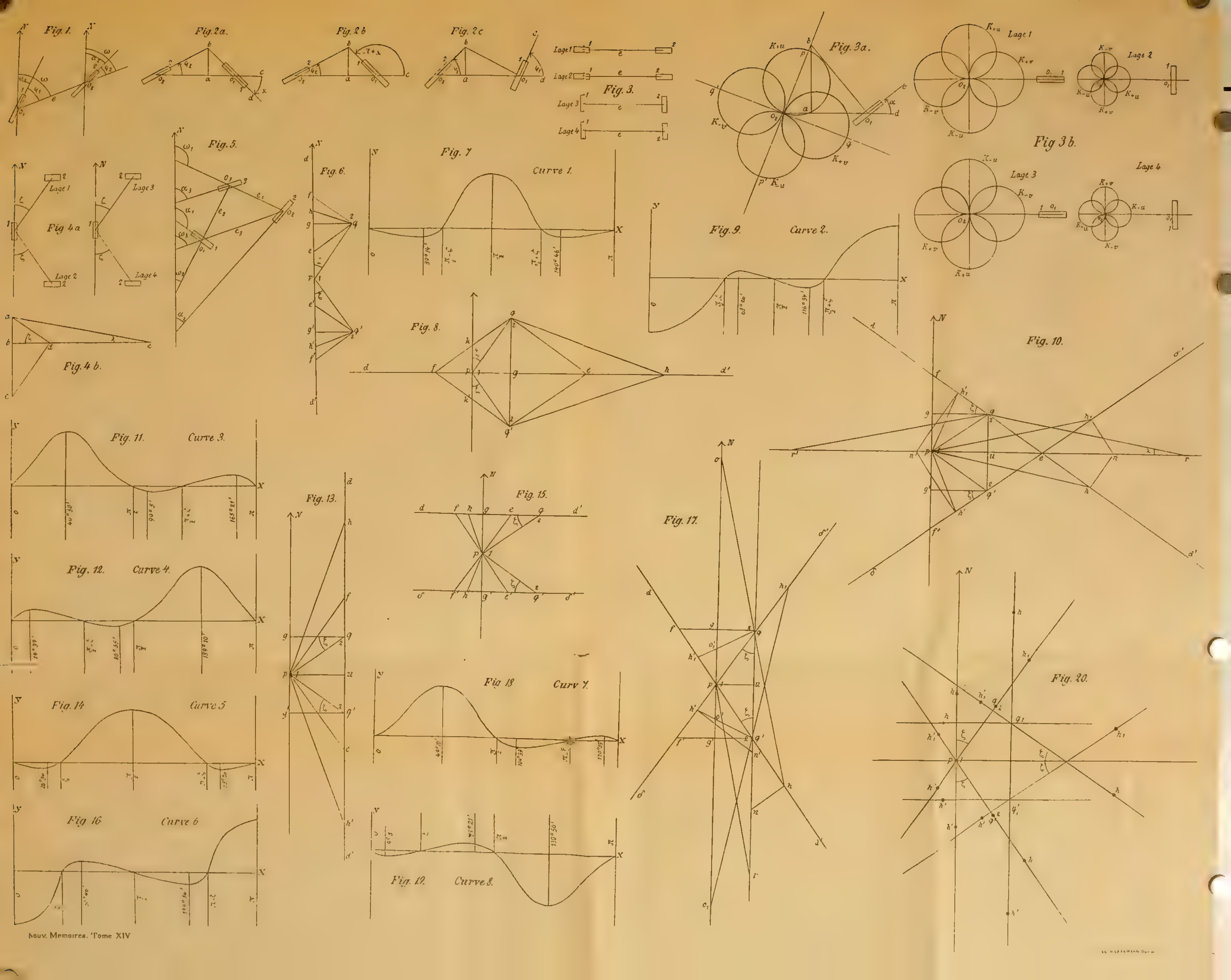
Dorpat, Juli 1882.

---

*) Ueber Lloyd's Auflösung vergleiche man a. a. O. S. 175 und Fig. 6, Seite 252 und Fig. 1, oder auch die Mittheilungen der internationalen Polarcommission, Heft 2, Petersburg 1882, S. 35 und das Schema S. 36.

**) Lloyd a. a. O. S. 175, 176, 252.

***) Lloyd a. a. O. S. 171 u. flgd.


Fig. 1.
Fig. 2a.
Fig. 2b
Fig. 2c
Fig. 3.
Lage 1
Lage 2
Lage 3
Lage 4
Fig. 3a.
Fig 3b.
Fig 4a
Fig. 4b.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Curve 1.
Fig. 8.
Fig. 9.
Curve 2.
Fig. 10.
Fig. 11.
Curve 3.
Fig. 12.
Curve 4.
Fig. 13.
Fig. 14
Curve 5
Fig. 15.
Fig 16
Curve 6
Fig. 17.
Fig 18
Curv 7.
Fig. 19.
Curve 8.
Fig. 20.

(Nouv. Mémoires de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou, t. XIV. 1883).

ОБОЗРѢНІЕ

ГЕОГРАФИЧЕСКАГО РАСПРОСТРАНЕНІЯ

НѢКОТОРЫХЪ ВРЕДНЫХЪ НАСѢКОМЫХЪ

РОССІИ.

СОСТАВИЛЪ

К. Э. Линдеманъ,

Профессоръ Петровской Академіи.

МОСКВА.
Въ Университетской типографіи (М. Катковъ),
на Страстномъ бульварѣ.
1883.

Карта I.

Обозрѣніе географическаго распространенія *хлѣбнаго жука (Anisoplia austriaca).*

Красными чертами обозначены города и мѣстности, близь которыхъ присутствіе A. austriaca доказано. Синими чертами обозначены города, близь которыхъ доказано отсутствіе A. austriaca. Этотъ отрицательный результатъ полученъ благодаря присылкѣ изъ отмѣченныхъ городовъ, огромнаго количества жуковъ, собранныхъ съ колосьевъ хлѣбныхъ злаковъ въ маѣ, іюнѣ и іюлѣ, въ теченіе послѣднихъ трехъ лѣтъ. Жуки, присланные мнѣ оттуда, оказывались всегда принадлежащими другимъ видамъ Anisoplia.

Карта II.

Обозрѣніе географическаго распространенія *жука-крестоносца (Anisoplia crucifera).*

Красными чертами обозначены мѣстности, гдѣ доказано присутствіе крестоносца. Синими чертами обозначены города, гдѣ вообще никакіе виды Anisoplia не встрѣчаются.

Карта III.

Обозрѣніе географическаго распространенія *гессенской мухи (Cecidomya destructor).*

Красными чертами обозначены города и мѣстности, гдѣ присутствіе гессенской мухи доказано.

Карта IV.

Обозрѣніе географическаго распространенія *обыкновеннаго пильщика (Cephus pygmaeus).*

Красными чертами обозначены города и мѣстности гдѣ пильщикъ встрѣчается. Синими чертами кромѣ того обозначены мѣстности, гдѣ это насѣкомое причиняетъ большой вредъ.


С. ПЕТЕРБУРГЪ
Новгородъ
Псковъ
Рига
Вологда
Вятка
Ярославль
Кострома
Тверь
МОСКВА
Казань
Симбирскъ
Самара
Саратовъ
Пенза
Тамбовъ
Рязань
Тула
Калуга
Орелъ
Курскъ
Воронежъ
Чернигов
Кіевъ
Полтава
Харьковъ
Херсонъ
Одесса
Таганрогъ
Ростовъ
Новочеркасскъ
Астрахань
Ставрополь
Пятигорскъ
Тифлисъ
Кутаисъ
Баку
Карсъ
Эривань
Симферополь
КОНСТАНТИНОПОЛЬ
Азовское Море
ЧЕРНОЕ МОРЕ
КАСПІЙСКОЕ МОРЕ
ТУРЦІЯ
ПЕРСІЯ
Аральское Море


С. ПЕТЕРБУРГЪ
Рига
Новгородъ
Псковъ
Вологда
Вятка
Ярославль
Кострома
Тверь
МОСКВА
Владимиръ
Нижн. Новгородъ
Казань
Симбирскъ
Самара
Саратовъ
Царицынъ
Астрахань
Пенза
Тамбовъ
Воронежъ
Курскъ
Орелъ
Харьковъ
Полтава
Кіевъ
Черниговъ
Житоміръ
Екатеринославъ
Херсонъ
Николаевъ
Одесса
Новочеркасскъ
Ставрополь
Тифлисъ
Кутаисъ
Дербентъ
Баку
Эривань
Карсъ
Константинополь
ЧЕРНОЕ МОРЕ
Азовское Море
КАСПІЙСКОЕ МОРЕ
Аральское Море
Т У Р Ц І Я
П Е Р С І Я
Уфа
Чистополь
Смоленскъ
Витебскъ
Минскъ
Могилевъ
Гродно
Вильно


С.Петербургъ
Новгородъ
Псковъ
Рига
Митава
Динабургъ
Ковно
Вильно
Гродно
Минскъ
Витебскъ
Смоленскъ
Могилевъ
Вологда
Ярославль
Кострома
Вятка
Тверь
МОСКВА
Владиміръ
Казань
Симбирскъ
Самара
Саратовъ
Пенза
Тамбовъ
Рязань
Воронежъ
Курскъ
Орелъ
Харьковъ
Полтава
Черниговъ
Кіевъ
Житоміръ
Екатеринославъ
Херсонъ
Николаевъ
Одесса
Аккерманъ
Симферополь
Евпаторія
Керчь
Таганрогъ
Ростовъ
Ейскъ
Новочеркасскъ
Царицынъ
Астрахань
Ставрополь
Кизляръ
Кутаисъ
Тифлисъ
Дербентъ
Баку
Карсъ
Эривань
Шуша
Оренбургъ
Уральскъ
Константинополь
Азовское Море
Аральское Море
Ч Е Р Н О Е   М О Р Е
Т У Р Ц І Я
П Е Р С І Я


С.ПЕТЕРБУРГЪ
Новгородъ
Псковъ
Рига
Вологда
Ярославль
Кострома
Тверь
Вятка
МОСКВА
Владиміръ
Казань
Симбирскъ
Самара
Саратовъ
Пенза
Тамбовъ
Рязань
Тула
Орелъ
Курскъ
Воронежъ
Харьковъ
Полтава
Кіевъ
Черниговъ
Житоміръ
Минскъ
Могилевъ
Смоленскъ
Витебскъ
Ковно
Уфа
Уральскъ
Херсонъ
Одесса
Симферополь
Астрахань
Ставрополь
Кутаисъ
Тифлисъ
Карсъ
Эривань
Баку
Дербентъ
Константинополь
Азовское Море
Ч Е Р Н О Е   М О Р Е
Т У Р Ц І Я
П Е Р С І Я

TABLE DES MATIÈRES.


3 2044 106 266 547